



โครงการจัดทำสื่อ ๖๕ พรรษา
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ภาคเรียนที่ 2 รายวิชาคณิตศาสตร์
หน่วยที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน



สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



โครงการจัดทำสื่อ ๒๕ พรรษา
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ภาคเรียนที่ 2 รายวิชาคณิตศาสตร์
หน่วยที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน

สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คำนำ

ตามที่ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี ทรงมีพระราชดำริ เมื่อวันที่ ๒๑ พฤษภาคม ๒๕๖๓ ให้จัดทำสื่อการเรียนเป็นชุดการเรียนรู้สมบูรณ์แบบ (Comprehensive Learning Package) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็ก สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สังกัดกองบัญชาการตำรวจตระเวนชายแดน โรงเรียนพระปริยัติธรรม สังกัดสำนักงานพระพุทธศาสนาแห่งชาติ และโรงเรียนเอกชน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และพัฒนาคุณภาพของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเน้นการใช้บริบทชีวิตจริงของผู้เรียนและชุมชนเป็นฐานในการเรียน ทำการบูรณาการสาระตามหลักสูตรให้เชื่อมโยงกับการดำรงชีวิตทั้งปัจจุบันและอนาคต ตามแนวพระราชดำริ ที่ทรงแนะนำให้ใช้โครงการศึกษาทัศน์ของพระบาทสมเด็จพระบรมชนกาธิเบศร มหาภูมิพลอดุลยเดชมหาราช บรมนาถบพิตร มาเป็นแนวทางในการพัฒนาสื่อการเรียน

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงได้จัดทำชุดการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) ให้สอดคล้องกับหลักสูตรที่อิงมาตรฐานและเชื่อมโยงไปสู่สมรรถนะ เน้นการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความรู้ ทักษะ และพฤติกรรมผู้เรียนรอบด้าน ทั้งยังส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถค้นคว้าต่อเรื่องในลักษณะการเรียนรู้ตามความสนใจได้ และเพื่อให้สะดวกต่อการนำไปใช้ จึงจัดแยกเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ และแยกเป็นภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒ ทั้ง ๕ กลุ่มสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย

- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาต่างประเทศ (ภาษาอังกฤษ) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒

การนำชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้ ครูผู้สอนต้องศึกษาเอกสาร คู่มือการใช้ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และศึกษาคำชี้แจงในเอกสารชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เพื่อให้ทราบถึงแนวคิด การจัดกระบวนการเรียนรู้ การเตรียมตัวของครู สื่อการจัดการเรียนรู้ ลักษณะชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ แนวทางการวัดและประเมินผลของแต่ละหน่วยการเรียนรู้

หวังว่าชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) และชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับนักเรียน) นี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอน อันจะส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพ การศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต่อไป

ขอขอบคุณ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้บริหารสถานศึกษา ศึกษาานิเทศก์ ครู อาจารย์ นักวิชาการ และทุกท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการจัดทำเอกสารมา ณ โอกาสนี้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำชี้แจง

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน เล่มนี้ เป็น 1 ใน 34 เล่ม ของชุดสื่อการเรียนรู้สมบูรณ์แบบ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ใช้กับนักเรียน ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1–3) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียน ในถิ่นทุรกันดาร ซึ่งผ่านการวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เมื่อสอนครบทั้ง 34 เล่ม นักเรียนจะได้เรียนรู้ครบถ้วนครอบคลุมทุกตัวชี้วัดของหลักสูตร

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน เล่มนี้ เป็นเอกสารที่นำเสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้กับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ซึ่งก่อนการสอนเรื่อง มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน ครูผู้สอนควรศึกษา แผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารเล่มนี้อย่างละเอียด จะทำให้ทราบว่าต้องสอนเนื้อหาอย่างไร และต้องเตรียม สื่อ/อุปกรณ์ประกอบการสอนอะไร อย่างไร ซึ่งจะทำให้การจัดการเรียนรู้ของครูมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สอน

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วนเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้กับนักเรียนในโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียนในถิ่น ทุรกันดาร เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอนของครู และเสริมสร้างการเรียนรู้ของนักเรียนให้ เต็มศักยภาพต่อไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

สารบัญ

เนื้อหา	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน.....	1
ผังมโนทัศน์	2
เส้นทางการจัดการเรียนรู้	3
โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้	4
ภาพรวมหน่วยการเรียนรู้	5
เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนนี้มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	10
เรื่องที่ 12.2 อัตราส่วนนี้มีที่มาจาก	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	22
เรื่องที่ 12.2 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	45
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้และเฉลย	62
เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม	68
บัตรภาพ บัตรคำ และสื่อต่าง ๆ	85

หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 : มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/2

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแก้ปัญหา ในชีวิตจริง

สาระการเรียนรู้แกนกลาง

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- การนำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
2. การแก้ปัญหา

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

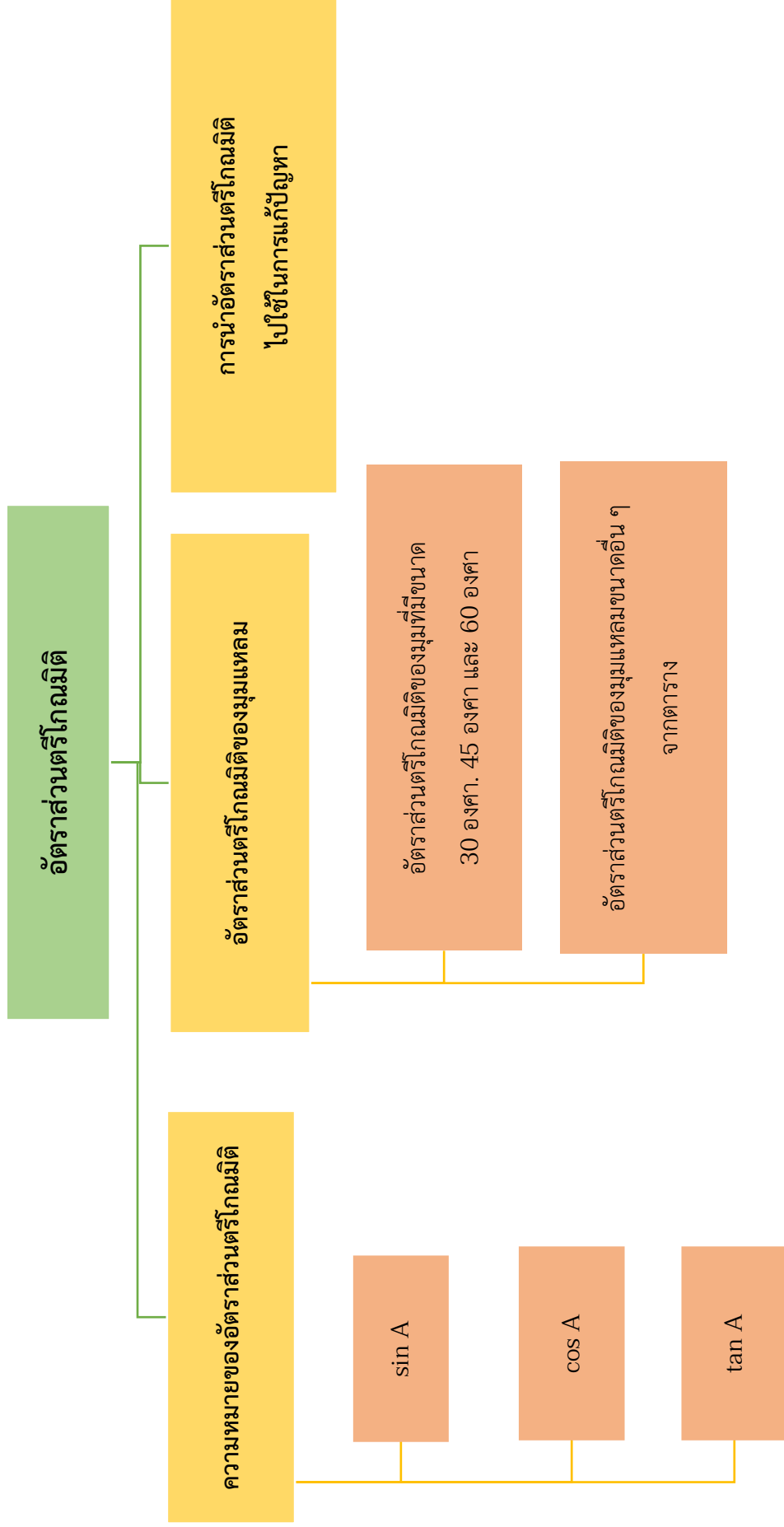
1. มุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ
2. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
3. การคิดเชิงระบบ

สมรรถนะ

1. การสื่อสาร
2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม
3. การคิดขั้นสูง

ผังมโนทัศน์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 : มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน



เส้นทางการจัดการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 : มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน

สำรวจและร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับอัตราส่วนของความยาวของด้าน
ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และแนะนำความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดความยาวมาให้สองด้าน
โดยใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ศึกษาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา
จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่กำหนด รวมถึงทำกิจกรรมเพื่อหาค่าของ
อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา

ทำกิจกรรมเกี่ยวกับการนำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา และ
60 องศา ไปใช้ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการ

แนะนำเส้นระดับสายตา มุมเงยและมุมก้ม และทำกิจกรรมวาดภาพจำลองรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
จากสถานการณ์ที่กำหนด รวมถึงนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์

ทำกิจกรรม ปัญหาแก้ได้โดยใช้ตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นลักษณะสถานการณ์ที่ต้องร่วมกันแก้ปัญหา
โดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ รวมถึงการแลกเปลี่ยนเรียนรู้แนวทางและวิธีการแก้ปัญหา

ทำกิจกรรมสำรวจความสูงของเสาธง โดยให้นักเรียนร่วมกันวางแผน
โดยนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการแก้ปัญหา
รวมถึงร่วมกันอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนแนวทางการใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหา

โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้
หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 : มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน



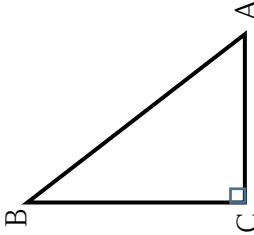
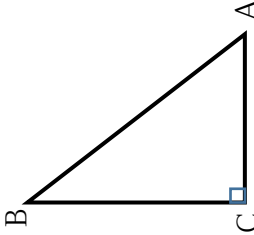
ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการวัดผลและประเมินผล
เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนที่มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (2 ชั่วโมง)						
1-2	ค.2.2 ม.3/2	1. การสื่อสาร 2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม	<p>ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก เมื่อพิจารณามุม A</p> <p>BC เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A แทนด้วย a</p> <p>AC เรียกว่า ด้านประชิดมุม A แทนด้วย b</p> <p>และ AB เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก แทนด้วย c</p> <p>อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีดังนี้</p> $\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{a}{c}$ $\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{b}{c}$ <p>และ</p> $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} = \frac{a}{b}$	-	<p>1. ใบกิจกรรม 1 : สืบเสาะ อัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>2. แบบฝึกหัด 1 : สืบเสาะ อัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>3. ใบกิจกรรม 2 : อัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป</p>	<p>1. การสื่อสาร</p> <ul style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมฉากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ได้ นักเรียนนั้นก็สามารถทำกิจกรรมและตอบคำถามระหว่างเรียน โดยอธิบายแนวคิดด้วยภาษาของตนเอง และสามารถใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างถูกต้อง <p>2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม</p> <ul style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถวางแผนและนำความรู้/ข้อมูลที่ได้จากการสำรวจมาคิดวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุป

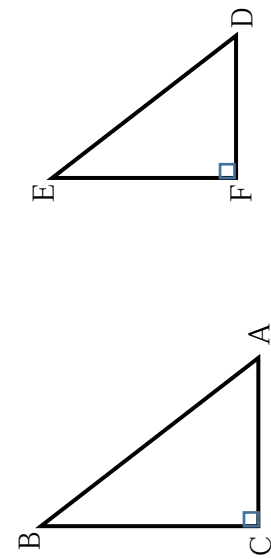
ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล																		
						รวมถึงร่วมกันกำหนดค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดได้																		
เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติในมุมที่มาก (4 ชั่วโมง)																								
3-6	ค 2.2 ม.3/2	1. การสื่อสาร 2. การรวมพลัง ทำงานเป็น ทีม	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา เป็นดังนี้ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">อัตราส่วน ตรีโกณมิติ</th> <th colspan="2">ขนาดของมุม A</th> </tr> <tr> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>เมื่อกำหนดขนาดของมุมแหลมและความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหนึ่งด้าน สามารถหาความยาวด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น ๆ ได้</p>	อัตราส่วน ตรีโกณมิติ	ขนาดของมุม A		30°	45°	60°	sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	1. ใบกิจกรรม 3 : ตามหาความยาวด้าน 2. แบบฝึกหัด 2 : กางตารางวางตำแหน่ง อัตราส่วนตรีโกณมิติ	1. การสื่อสาร <ul style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถสามารถบอกและเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศาได้ นักเรียนสามารถทำกิจกรรมและตอบคำถามระหว่างเรียน โดยอธิบายแนวคิดด้วยภาษาของตนเอง และสามารถเลือกใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารเรื่องราวของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศาได้อย่างถูกต้อง 2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม <ul style="list-style-type: none"> นักเรียนวางแผนและนำความรู้หรือข้อมูลที่ได้จากการสำรวจมาคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา รวมถึง
อัตราส่วน ตรีโกณมิติ	ขนาดของมุม A																							
	30°	45°	60°																					
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$																					
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$																					
tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$																					

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
			อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม ขนาดอื่น ๆ ที่มีค่าระหว่าง 0 – 90 องศา สามารถหาได้จาก การเปิดตารางแสดงค่า ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ			ร่วมกันหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของมุมและความยาวของด้านของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากกับเพื่อนใน กลุ่มตามเงื่อนไขที่กำหนด
เรื่องที่ 12.3 กว้าง แแคบ สูง ต่ำ หาได้ ใช้ตรีโกณมิติ (4 ชั่วโมง)						
7-10	ค.2.2 ม.3/2	1. การสื่อสาร 2. การรวมพลัง ทำงานเป็น ทีม 3. การคิดขั้นสูง	การนำความรู้เรื่องอัตราส่วน ตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทางและ ความสูงของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ เรื่องเส้นระดับสายตา มุมก้ม และมุมเงย ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> • มุมเงย เป็นมุมที่เกิดจากแนว เส้นระดับสายตา และแนวเส้น จากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่สูง กว่าแนวเส้นระดับสายตา • มุมก้ม เป็นมุมที่เกิดจากแนว เส้นระดับสายตา และแนวเส้น จากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่ต่ำ กว่าแนวเส้นระดับสายตา <p>การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ใน การแก้ปัญหาในชีวิตจริง มีขั้นตอน ดังนี้</p>	1. ใช้สถานการณ์ การเงยและก้ม เพื่อมองวัตถุที่ อยู่สูงและต่ำ กว่าระดับสายตา ในการแนะนำ ความหมายของ แนวเส้นระดับ สายตา มุมเงย และมุมก้ม 2. ใช้สถานการณ์ การทอดเงาของ ต้นไม้ การสังเกต วัตถุบนน้ำจาก ยอดเสากระโดง	1. ใบกิจกรรม 4 : ภาพจำลองของ สถานการณ์ 2. ใบกิจกรรม 5 : ปัญหาแก้ได้ โดยใช้ ตรีโกณมิติ 3. ใบกิจกรรม 6 : มหาความสูง ของเสาธง กันแกะ	1. การสื่อสาร <ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนสามารถแสดงขั้นตอนการ นำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ ในการแก้ปัญหาได้ • นักเรียนสามารถทำกิจกรรมและ ตอบคำถามระหว่างเรียน โดย อธิบายแนวคิดด้วยภาษาของ ตนเอง และสามารถใช้อัตลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร เกี่ยวกับแนวทางการขั้นตอนการ นำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ใน การแก้ปัญหาได้ 2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม <ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนร่วมกันวางแผนและนำ ความรู้หรือข้อมูลที่มีอยู่หรือที่ได้

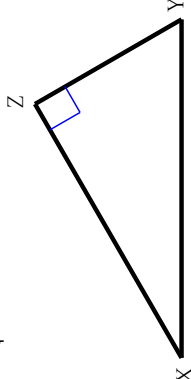
ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
			<ul style="list-style-type: none"> • วาดรูปจำลองที่ประกอบตัวรูปร่างสามเหลี่ยมมุมฉากจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พร้อมระบุขนาดของมุมและค่ามุมยาวหรือระยะทางที่ทราบให้ชัดเจน • พิจารณาระยะที่ต้องการทราบโดยกำหนดเป็นตัวแปรและระบุลงไปเป็นภาพจำลอง • เลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหา โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติที่เกี่ยวข้องกับที่กำหนดให้ และเกี่ยวข้องกับความยาวด้านที่กำหนดกับความยาวที่ต้องการทราบ • ดำเนินการหาคำตอบและสรุปคำตอบ 	<p>เรื่อง การเลี้ยว การสังเกตบันไดที่พาดกับกำแพง การประมาณ ความกว้างของแม่น้ำ และการตั้งเกตตันไม้ที่หักโค่น เพื่อฝึกการวาดภาพจำลอง แทนสถานการณ์ประกอบไปด้วยรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา</p> <p>ของสถานการณ์เหล่านี้</p>		<p>จากการสำรวจภาคิตรีภาคที่เพื่อหาแนวทาง และวิธีกรนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเพื่อนในกลุ่มตามเงื่อนไขที่กำหนดได้</p> <p>3. การคิดขั้นสูง</p> <ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติผ่านการตอบคำถามในชั้นเรียน และการทำกิจกรรมหาความสูงเสาธงกันและ

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
				3. ใช้สถานการณ์ การประมาณ ความสูงของเสา ธงโรงเรียน ณ สถานที่จริง เพื่อ ฝึกนำความรู้ เรื่องอัตราส่วน ตรีโกณมิติไปใช้ ในการแก้ปัญหา		

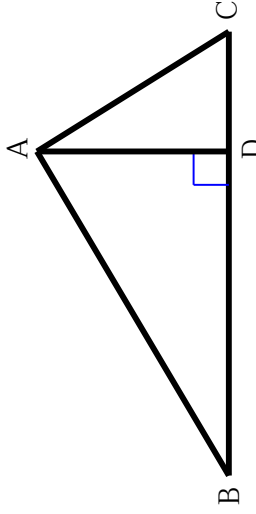
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 2 ชั่วโมง	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน</p> <p>เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนนี้ไม่มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 1</p> <p>1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและส่วนต่าง ๆ โดยวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC บนกระดาน ดังรูป</p>  <p>จากนั้นครูให้นักเรียนสนทนาเพื่อทบทวนความรู้โดยใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด [รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก] นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก [พิจารณาจากสัญลักษณ์มุมฉากที่ปรากฏอยู่ที่มุม C] รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุมใดเป็นมุมฉาก [มุม C] ด้านใดมีความยาวมากที่สุด [ด้าน AB] <p>จากนั้นครูเติมสัญลักษณ์มุม \curvearrowright ไปที่มุม A ในรูป จากนั้นแนะนำการเรียกชื่อด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยพิจารณาจากมุมแหลม A ดังนี้</p>	<p>สื่อและแหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 1</p> <p>1. อุปกรณ์กิจกรรมสี่เหลี่ยมอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <ul style="list-style-type: none"> รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม A เป็นมุมแหลม 3 ขนาด ใบกิจกรรม 1 : สี่เหลี่ยมอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก <p>2. แบบฝึกหัด 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>	<p>สื่อและแหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 2</p> <p>1. ใบกิจกรรม 2 : อัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป</p>
<p>สาระการเรียนรู้</p> <p>1. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A มีดังนี้</p> $\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$ <p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>ด้านความรู้</p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ เขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A เมื่อ A เป็นมุมแหลม ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ 	<p>ชั่วโมงที่ 1</p> <p>1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและส่วนต่าง ๆ โดยวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC บนกระดาน ดังรูป</p>  <p>จากนั้นครูให้นักเรียนสนทนาเพื่อทบทวนความรู้โดยใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด [รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก] นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก [พิจารณาจากสัญลักษณ์มุมฉากที่ปรากฏอยู่ที่มุม C] รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุมใดเป็นมุมฉาก [มุม C] ด้านใดมีความยาวมากที่สุด [ด้าน AB] <p>จากนั้นครูเติมสัญลักษณ์มุม \curvearrowright ไปที่มุม A ในรูป จากนั้นแนะนำการเรียกชื่อด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยพิจารณาจากมุมแหลม A ดังนี้</p>	<p>สื่อและแหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 2</p> <p>1. ใบกิจกรรม 2 : อัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป</p>	<p>สื่อและแหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 3</p>

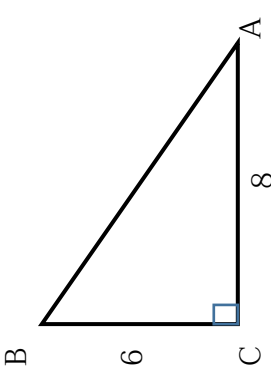
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนที่มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>3. ทาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A เมื่อ A เป็นมุมแหลมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>	<p>ด้าน BC เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A ด้าน AC เรียกว่า ด้านประชิดมุม A ด้าน AB เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก</p> <p>2. ครูวาดรูปสามเหลี่ยม DEF เพิ่มอีก 1 รูป ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของมุม A เท่ากับมุม D ขนาดของมุม B เท่ากับมุม E และขนาดของมุม C เท่ากับมุม F ดังรูป</p>	<p>ชิ้นงาน/ภาระงาน</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ใบกิจกรรม 1 : ลีบเสาะอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2. แบบฝึกหัด 1 : ลีบเสาะอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3. ใบกิจกรรม 2 : อัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป
<p>ด้านทักษะและกระบวนการ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการสื่อสารและสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง 		<p>การวัดและประเมินผล</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ตรวจสอบแบบฝึกหัดที่ 1 <ul style="list-style-type: none"> • ตอนที่ 1 โดยตอบได้ถูกต้อง 4 ข้อ จาก 6 ข้อ • ตอนที่ 2 โดยตอบได้ถูกต้อง 4 ข้อ จาก 6 ข้อ
<p>ด้านคุณลักษณะ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 	<p>จากนั้นครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> • อัตราส่วนของความยาวของด้าน BC ต่อความยาวด้าน AB เท่ากับ อัตราส่วนของความยาวของด้าน EF ต่อความยาวด้าน DE หรือไม่ • อัตราส่วนของความยาวของด้าน AC ต่อความยาวด้าน AB เท่ากับ อัตราส่วนของความยาวของด้าน DF ต่อความยาวด้าน DE หรือไม่ • อัตราส่วนของความยาวของด้าน BC ต่อความยาวด้าน AC เท่ากับ อัตราส่วนของความยาวของด้าน EF ต่อความยาวด้าน DF หรือไม่ 	
<p>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. การสื่อสาร โดยเขียนและหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 		

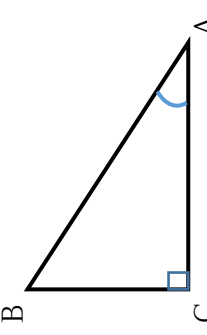
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนนี้ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยร่วมกันนำข้อมูลหรือความรู้ที่ได้จากการสำรวจความคิดเห็น และเพื่อหาข้อความคาดการณ์ และหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่าง ๆ</p>	<p>ขั้นสอน</p> <p>3. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมสืบเสาะอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพื่อนำไปสู่ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยมีขั้นตอนในการทำกิจกรรม ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน จากนั้นแจกรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม A เป็นมุมแหลม 3 ขนาด ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด 2) ให้นักเรียนวัดความยาวของด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สามารถระบุมุม A เป็นมุมแหลม แล้วบันทึกผลลงในใบกิจกรรม 1 : สืบเสาะอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จนได้ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากครบทุกด้าน 3) ให้นักเรียนสำรวจอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านแต่ละคู่ของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป แล้วบันทึกผลลงในใบกิจกรรม 4) จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสังเกตและอภิปรายเกี่ยวกับอัตราส่วนของความยาวของด้านแต่ละคู่ที่สำรวจได้และร่วมกันสร้างข้อความการสังเกตและตอบคำถาม 5) เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูสุ่มเลือกกลุ่มนักเรียนโดยให้ส่งตัวแทนมานำเสนอผลการสำรวจอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดและข้อความคาดการณ์ที่สร้างขึ้นพร้อมอธิบายเหตุผล จากนั้นครูนำนักเรียนทั้งชั้น อภิปรายร่วมกัน <p>4. ครูแนะนำ อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองด้านที่นักเรียนสำรวจ เรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม A เป็นมุมแหลม จะมีอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A ดังนี้ พร้อมทั้งเขียนให้นักเรียนดูบนกระดาน</p>	<p>2. ตรวจสอบใบกิจกรรม 2 โดยตอบได้ถูกต้อง 1 จาก 2 ข้อ</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนที่มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> • ไซน์ของมุม A เขียนแทนด้วย $\sin A$ (อ่านว่า ไซน์ A) โดย $\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ • โคไซน์ของมุม A เขียนแทนด้วย $\cos A$ (อ่านว่า คอส A) โดย $\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ • แทนเจนต์ของมุม A เขียนแทนด้วย $\tan A$ (อ่านว่า แทน A) โดย $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$ <p>ซึ่งนักเรียนสามารถจำย่อ ๆ ได้ว่า \sin คือ ข้าม-ฉาก \cos คือ ชิด-ฉาก และ \tan คือ ข้าม-ชิด โดยนักเรียนควรตระหนักไว้เสมอว่า ในขณะที่นักเรียนอ่านว่า ข้าม-ฉาก ชิด-ฉาก และข้าม-ชิด ในที่นี้หมายถึง ความยาวของด้านทั้งสองหารกัน</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างข้อที่ 1 จากแบบฝึกหัด 1 : อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้</p> <p>ข้อที่ 1 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก XYZ จงหาค่า $\sin X$</p>	
	<p>ตอบ $\sin X = \frac{YZ}{XY}$</p>	

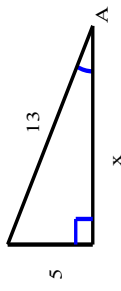
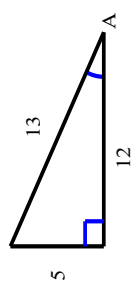
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติในรูปแบบมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ครูใช้คำถามตอบกับนักเรียน โดยใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • โจทย์ต้องการทราบอะไร [sin X] • หากต้องการหา sin X ต้องพิจารณามุมใดเป็นหลัก [มุม X] • sin X หาได้จากอะไร [ความยาวด้านตรงข้ามมุม X หารด้วยความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก หรือ ข้าม/ฉาก] • sin X มีค่าเท่ากับเท่าไร [$\frac{YZ}{XY}$] <p>จากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 ตอนที่ 1 ข้อที่เหลืด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มถามนักเรียน หากมีข้อใดที่นักเรียนส่วนใหญ่ตอบผิด ครูใช้การอธิบายเพิ่มเติมในลักษณะเดียวกันกับข้อที่ 1</p> <p>ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นว่า ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อเปลี่ยนมุมในการพิจารณา จะทำให้ความยาวด้านตรงข้ามมุมที่พิจารณา และความยาวของด้านประชิดมุมที่พิจารณาจะเปลี่ยนไป แต่ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะมีเดิมเสมอ</p> <p>6. ครูยกตัวอย่างข้อที่ 1 จากแบบฝึกหัด 1 : อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ตอนที่ 2 ดังนี้</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนนี้ไม่มีรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ข้อที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\sin X = \frac{AD}{AC}$ จงหามุม X</p>  <p>ตอบ มุม ACD</p> <p>ครูใช้คำถามตอบประกอบคำอธิบายกับนักเรียน โดยใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • โจทย์ต้องการทราบอะไร [มุมที่ทำให้ค่า \sin ของมุมนั้น เป็น $\frac{AD}{AC}$] • จากโจทย์ทราบอะไรบ้าง [ความยาวด้านตรงข้ามมุม X เท่ากับ AD และ ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ AC] <p>จากด้าน AD และ AC ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำลังพิจารณา คือ รูปสามเหลี่ยม ADC เนื่องจากมีด้าน AD และ AC เป็นด้านประกอบของ รูปสามเหลี่ยม</p> <ul style="list-style-type: none"> • มุม X หาได้จากอะไร [ความยาวด้านตรงข้ามมุม X เท่ากับ AD] • มุม X คือมุมใด [มุม ACD] <p>จากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 ตอนที่ 2 ข้อที่สี่ด้วยตนเอง เมื่อนักเรียน ทำเสร็จ ครูสุ่มถามนักเรียน หากมีข้อใดที่นักเรียนส่วนใหญ่ตอบผิด ครูใช้การอธิบาย เพิ่มเติมในลักษณะเดียวกันกับข้อที่ 1</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ชั้นสรุป</p>	<p>7. ครูนำนักเรียนสรุปบทเรียนว่า ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านที่เกี่ยวข้องกับมุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก เช่น มุม A จะเรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้แก่</p> $\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$	<p>ชั่วโมงที่ 2 ชั้นนำ</p> <p>1. ครูวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC บนกระดาน ดังรูป โดยทราบความยาวเพียงสองด้าน คือ AC และ BC</p>
		

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนที่มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้หรือไม่ อย่างไร ได้ โดยใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส • ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสกล่าวถึงความสัมพันธ์ของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่าอย่างไร [กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก มีค่าเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก] • ความยาวด้าน AB ยาวกี่หน่วย [จาก $AB^2 = AC^2 + BC^2$ จะได้ว่า $AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ ดังนั้น $AB = 10$ หน่วย] <p>2. จากนั้นครูให้นักเรียนทบทวนความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ พิจารณารูปสามเหลี่ยม ABC บนกระดานและใช้คำถาม ดังนี้</p> <p>จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก ครอบคลุมความยาวของด้านทั้งสามออก และกำหนดให้ A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง ดังรูป</p>	
	 <ul style="list-style-type: none"> • อัตราส่วน $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ แทนอัตราส่วนของความยาวของด้านในบ้าง $[\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ และ $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$ 	

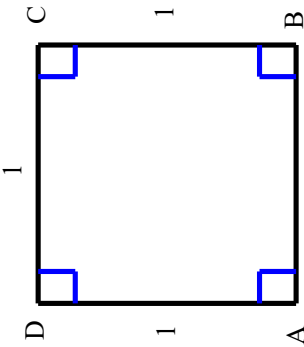
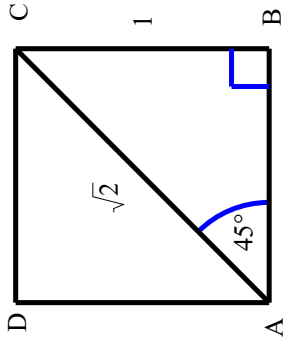
หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติในรูปแบบสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
	<p>ครูเขียนความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC โดยที่ BC ยาว 6 หน่วย AC ยาว 8 หน่วย และจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า AB ยาว 10 หน่วย ลงบนกระดาษ</p> <ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ ได้หรือไม่ [ได้] • ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ มีค่าเท่ากับเท่าไร $[\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad \text{และ}$ $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}]$ <p>จากนั้นครูลบสัญลักษณ์มุมที่มุม A ออก แล้วไปใส่ที่มุม B ดังรูป แล้วใช้คำถาม ดังนี้</p> <div data-bbox="794 869 1018 1182" style="text-align: center;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> • นอกจากอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A ได้แก่ $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ แล้ว เราจะสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม B ได้หรือไม่ [ได้] • ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin B$, $\cos B$ และ $\tan B$ มีค่าเท่ากับเท่าไร $[\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \text{และ}$ $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}]$ 	

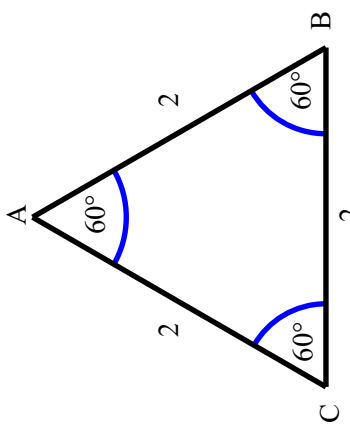
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมูและด้าน ผ่านอัตราส่วน เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนที่มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>หัวข้อ</p> <p>3. ครูแสดงตัวอย่างการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ โดยเขียนแสดงบนกระดาน ดังนี้</p> <p>ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหา $\cos A$ และ $\tan A$</p>  <p>วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านประชิดมุม A</p> <p>จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $13^2 = 5^2 + x^2$ $169 = 25 + x^2$ $x^2 = 169 - 25$ $x^2 = 144$ $x = 12$</p> <p>แทนค่า $x = 12$ ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>  <p>ตอบ $\cos A = \frac{12}{13}$ และ $\tan A = \frac{5}{12}$</p>
--	--

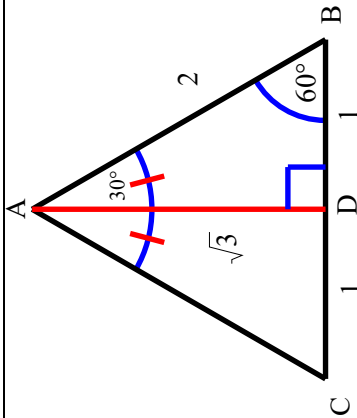
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนนี้ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ครูอาจใช้คำถามกับนักเรียนระหว่างแสดงวิธีทำดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> เราทราบความยาวของด้านใดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้บ้าง และยาวเป็นเท่าไร [ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ 13 หน่วย และความยาวของด้านตรงข้ามมุม A เท่ากับ 5 หน่วย] นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านประชิดมุม A ได้หรือไม่ และต้องใช้ความรู้เรื่องใด [หาได้ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส] ความยาวของด้านประชิดมุม A เป็นเท่าไร [12 หน่วย] เราสามารถหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\cos A$ และ $\tan A$ โดยใช้สูตรย่อ ๆ ว่าอย่างไร [$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$, $\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$] <p>จากตัวอย่างที่ 1 ครูสามารถเปลี่ยนไปหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่เหลือเพิ่มเติมได้ รวมทั้งสามารถใช้ให้นักเรียนเห็นว่า เมื่อเปลี่ยนมุมที่พิจารณาจะทำให้ความยาวของด้านตรงข้ามมุมนั้น และความยาวของด้านประชิดมุมนั้นเปลี่ยนไป</p> <p>4. ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันทำใบกิจกรรม 2 : อัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขนาดต่าง ๆ โดยอธิบายคำสั่งให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูคอยให้ความช่วยเหลือให้นักเรียนที่มีคำถามหรือข้อสงสัย และเมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบกับนักเรียนในห้องเรียน</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มอุงมมและด้าน ผ่านอัตราส่วน เรื่องที่ 12.1 อัตราส่วนนี้มีในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ขั้นสรุป</p> <p>5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการทำอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • เมื่อทราบความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 3 ด้าน สามารถหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ • เมื่อทราบความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม 2 ด้าน สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสช่วยในการหาคความยาวของด้านที่ต้องการทราบได้ และสามารถหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปได้ <p>จากนั้นครูฝากคำถามให้นักเรียนไปคิดต่อว่า หากนักเรียนทราบความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเพียงด้านเดียว นักเรียนจะมีวิธีในการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติหรือไม่ อย่างไร</p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มงมและด้าน ผ่านอัตราส่วน		แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		เวลา 4 ชั่วโมง																				
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3																				
สาระการเรียนรู้		รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์		สื่อและแหล่งเรียนรู้																				
<p>1. ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา เป็นดังนี้</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>อัตราส่วนตรีโกณมิติ</th> <th>ขนาดของมุม A</th> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td></td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td></td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td></td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>2. เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และทราบขนาดของมุมแหลมหนึ่งมุม กับความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหนึ่งด้าน สามารถใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติในการหาความยาวของด้านที่เหลือได้</p>		อัตราส่วนตรีโกณมิติ	ขนาดของมุม A	30°	45°	60°	sin A		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	tan A		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	<p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 3</p> <p>ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> ครูนำนักเรียนทบทวนความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้คำถาม ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมุม C เป็นมุมฉาก และ A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง อัตราส่วน $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ แทนอัตราส่วนของความยาวใดบ้าง $[\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ และ $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$ <p>จากนั้นครูแนะนำนักเรียนว่า ในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ซึ่งเป็นมุมที่ใช้กันทั่วไปอย่างแพร่หลาย</p> <p>ขั้นสอน</p> <ol style="list-style-type: none"> ครูนำนักเรียนหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45 องศา โดยมีขั้นตอน ดังนี้ <ol style="list-style-type: none"> ครูวาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย จากนั้นลากเส้นทแยงมุมหนึ่งเส้น จะแบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสออกเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉากสองรูปที่มีมุมที่ฐานทั้งสองขนาด 45 องศา และด้านประกอบมุมฉากยาว 1 หน่วย ดังรูป 		<p>ชั่วโมงที่ 4</p> <ol style="list-style-type: none"> อุปกรณ์กิจกรรมเกม Bingo ตรีโกณมิติ <ul style="list-style-type: none"> แผ่นกระดาษ Bingo สลากตรีโกณมิติ <p>ชั่วโมงที่ 5</p> <ol style="list-style-type: none"> ใบกิจกรรม 3 : ตามหาความยาวของด้าน <p>ชั่วโมงที่ 6</p> <ol style="list-style-type: none"> แบบฝึกหัด 2 : กางตารางวางตำแหน่งอัตราส่วนตรีโกณมิติ
อัตราส่วนตรีโกณมิติ	ขนาดของมุม A	30°	45°	60°																				
sin A		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$																				
cos A		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$																				
tan A		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$																				




<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมและด้านผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>3. ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมขนาดอื่น ๆ ระหว่าง 0 – 90 องศา สามารถหาได้จาก การเปิดตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ</p> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> บอกและเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศาได้ หาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมโดยใช้ตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ในการแก้ปัญหาได้ 	 <p>2) หาคความยาวของเส้นทแยงมุมโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งจะหาได้ว่าเส้นทแยงมุมนี้ยาวเท่ากับ $\sqrt{2}$ หน่วย ดังรูป</p>  <p>3) ครูให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เกิดขึ้น แล้วให้นักเรียนหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45 องศา จากนั้นครูเขียนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45 องศา ไว้บนกระดานอีกฝั่งหนึ่ง ดังนี้</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ และ } \tan 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$ </div>	<p>ชิ้นงาน/ภาระงาน</p> <ol style="list-style-type: none"> ใบกิจกรรม 3 : ตามหาความยาวด้าน แบบฝึกหัด 2 : กางตารางวางตำแหน่งอัตราส่วนตรีโกณมิติ <p>การวัดและประเมินผล</p> <ol style="list-style-type: none"> ตรวจใบกิจกรรม 3 <ul style="list-style-type: none"> ตอนที่ 1 โดยตอบได้ ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ ตอนที่ 2 โดยตอบได้ ถูกต้อง ตรวจแบบฝึกหัด 2 <ul style="list-style-type: none"> ตอนที่ 1 โดยตอบได้ ถูกต้อง 12 ข้อ จาก 16 ข้อ ตอนที่ 2 โดยตอบได้ ถูกต้อง

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้านผ่านอัตราส่วน</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>ด้านทักษะและกระบวนการ</p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> นำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา 60 องศา และมุมแหลมขนาดต่าง ๆ ไปใช้ในการสื่อสารและสื่อความหมาย โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 30 องศา 45 องศา 60 องศา และมุมแหลมขนาดต่าง ๆ ไปใช้ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก <p>ด้านคุณลักษณะ</p> <ol style="list-style-type: none"> นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</p> <p>เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เมื่อได้คำตอบจนครบแล้ว ครูให้นักเรียนสังเกตว่า $\sin 45^\circ$ จะเท่ากับ $\cos 45^\circ$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ และเป็นจำนวนอตรรกยะ ส่วน $\tan 45^\circ$ จะมีค่าเท่ากับ 1</p> <p>3. ครุมนำนักเรียนหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา และ 60 องศา โดยมีขั้นตอน ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ครูวาดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ที่มีความยาวด้านละ 2 หน่วย ดังรูป  <ol style="list-style-type: none"> 2) จากนั้นสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุม A มาแบ่งครึ่งและตั้งฉาก CB ที่จุด D เส้นแบ่งครึ่งมุม A นี้ จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการสองรูป แต่ละรูปจะมีมุมภายในเป็น 30°, 60° และ 90° ซึ่งจะมีความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก 2 หน่วย และความยาวด้านที่สั้นที่สุด 1 หน่วย ซึ่งเราสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความยาวของด้านที่เหลือได้ เป็น $\sqrt{3}$ หน่วย ดังรูป 	<p>เวลา 4 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
--	---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้านผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือก ความรู้และเครื่องมือทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่าง เหมาะสม</p> <p>สมรรถนะที่คาดหวังกับผู้เรียน</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. การสื่อสาร โดยบอกและเขียน อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มี ขนาด 30 องศา 45 องศา 60 องศา และมุมแหลมขนาดต่าง 2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดย วางแผนและนำความรู้หรือข้อมูล ที่ได้จากการสำรวจมาคิด วิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา รวมถึง ร่วมกันหาค่าของอัตราส่วน ตรีโกณมิติและความยาวของด้าน ของรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมขนาด 30 องศา 45 องศา 60 องศา และมุมแหลมขนาดต่าง ๆ กับ 	 <p>3) ครูให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADB แล้วสุ่มเลือกนักเรียน เพื่อหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° และ 60° จากนั้นครูเขียน ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° และ 60° ไว้ที่ฝั่งหนึ่งของกระดาน ดังนี้</p> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px; margin: 10px 0;"> $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ และ } \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ และ } \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ </div> <p>เมื่อได้คำตอบจนครบแล้ว ครูให้นักเรียนสังเกตว่า $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ และ $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$</p> <p>4. ครูและนักเรียนช่วยกันนำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ที่จดไว้บนกระดานมาเติมลงในตาราง ดังนี้</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้านผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>เพื่อนในกลุ่มตามเงื่อนไขที่กำหนด</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <table border="1" data-bbox="293 797 695 1245"> <thead> <tr> <th>มุม A</th> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	มุม A	30°	45°	60°	sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
มุม A	30°	45°	60°															
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$															
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$															
tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$															
	<p>5. ครูให้นักเรียนพิจารณา ค่า sin 45° และ cos 45° ซึ่งเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ จากนั้นใช้คำถามกับนักเรียน และเขียนคำตอบบนกระดาน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • ถ้าต้องการทำให้ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ มีส่วนเป็น 2 จะต้องนำจำนวนใดมาคูณทั้งเศษและส่วน [$\sqrt{2}$] • เมื่อนำ $\sqrt{2}$ มาคูณทั้งเศษและส่วนของ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ แล้ว จะได้เท่าใด [$\frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$] <p>จากนั้นครูให้นักเรียนสรุปว่า sin 45° และ cos 45° สามารถเขียนได้อีกรูปแบบหนึ่ง เป็น $\frac{\sqrt{2}}{2}$ และเขียนลงในตารางดังนี้</p>																	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3																
	<table border="1" data-bbox="448 808 871 1301"> <thead> <tr> <th>มุม A</th> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="922 517 1150 1518">6. จากนั้นครูให้เวลานักเรียนในการจำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ทั้งตาราง 1 นาที เมื่อครบครูสุ่มถามค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่าง ๆ กับนักเรียน โดยครูเสนอเทคนิคในการจำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติตามตารางข้างต้น โดยที่ $\sin 45^\circ$ และ $\cos 45^\circ$ จะจำในรูปของ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ มีขั้นตอนและรายละเอียด ดังนี้</p>	มุม A	30°	45°	60°	sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	
มุม A	30°	45°	60°															
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$															
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$															
tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$															

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>1) ให้นักเรียนยกมือซ้ายขึ้นมา จากนั้นกำหนดให้นิ้วชี้ นิ้วกลาง และนิ้วนาง แขนงมุม 30 องศา 45 องศาและ 60 องศา ตามลำดับ</p> <p>2) เมื่อต้องการหาค่าตรีโกณมิติของมุมใดใต้วงนั้น เช่น มุม 30° ให้นักเรียนงอนิ้วชี้ มุม 45° ให้นักเรียนงอนิ้วกลาง และมุม 60° ให้นักเรียนงอนิ้วนาง ดังภาพ</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>30°</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>45°</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>60°</p> </div> </div>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
--	--	---

หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มอญมุสลิมและด้านผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
	<p>3) <u>สิ่งที่ต้อง</u>ขอตกลงว่า <u>ดังนี้</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • หากต้องการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ \sin ให้นำจำนวนนิ้วมือที่อยู่ฝั่งซ้ายของนิ้วที่งอ • หากต้องการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ \cos ให้นำจำนวนนิ้วมือที่อยู่ฝั่งขวาของนิ้วที่งอ • หากต้องการทราบค่า นำจำนวนนิ้วมือที่นับได้ติดกรณที่ส่องแล้วหารด้วยสอง หรืออาจจำว่ามีเลขสองอยู่บนฝ่ามือ เมื่ออ่านก็จะเป็นกรณที่ส่องของจำนวนนิ้วมือนั่นเองที่สนใจหารด้วยฝ่ามือ <p>4) ครูยกตัวอย่างการหาค่า $\sin 60^\circ$ โดยมีวิธีการคิด ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • เริ่มจากการยกมือซ้ายขึ้นมา แล้วพิจารณามุม 60° นั่นคือ ให้นักเรียนองนิ้วนาง • เมื่อต้องการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ \sin ให้นำจำนวนนิ้วมือฝั่งซ้ายของนิ้วนาง ซึ่งนับได้ 3 นิ้ว • เมื่อต้องการทราบค่า $\sin 60^\circ$ ให้ใส่กรณที่ส่องของ 3 แล้วหารด้วย 2 ซึ่งจะได้ว่า $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 	

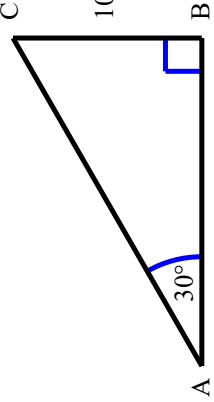
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมูและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>5) ทหานักเรียนต้องการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ \tan หลังจากทีงอนัวให้นักเรียนนับจำนวนนิ้วมีมือข้างซ้ายของนิ้วทีงอใส่กรณทีที่สอง แล้วหารด้วยจำนวนนิ้วมีมือข้างขวาของนิ้วทีงอใส่กรณทีที่สอง เช่นเดียวกัน</p> <p>6) ครูยกตัวอย่างการหาค่า $\tan 30^\circ$ โดยมีวิธีการคิด ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • เริ่มจากการยกมือซ้ายขึ้นมา แล้วพิจารณามุม 60° นั่นคือให้นักเรียนงอนิ้วชี้ • เมื่อต้องการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ \tan ให้นำจำนวนนิ้วมีมือข้างซ้ายของนิ้วชี้ซึ่งนับได้ 1 นิ้ว แล้วใส่กรณทีที่สอง ซึ่งจะได้ $\sqrt{1} = 1$ • จากนั้นให้นำจำนวนนิ้วมีมือข้างขวาของนิ้วชี้ ซึ่งนับได้ 3 นิ้ว แล้วใส่กรณทีที่สอง ซึ่งจะได้ $\sqrt{3}$ • เมื่อต้องการหาค่า $\tan 30^\circ$ ให้นำ 1 หารด้วย $\sqrt{3}$ ซึ่งจะได้ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ <p>7) จากนั้นครูให้นักเรียนจับคู่ โดยครูให้นักเรียนแต่ละคู่ช่วยกันหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา และ 60 องศา ตามทีครูบอก แล้วลัดกันตรวจสอบว่าอีกฝ่ายสามารถจำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติในตารางได้หรือไม่</p>	

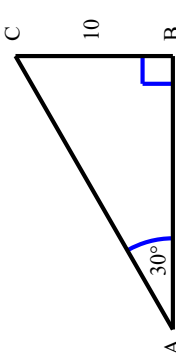
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมและด้านผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;">แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</p> <p style="text-align: center;">เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา</p> <p style="text-align: center;">รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p style="text-align: right;">เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>																
<p>ขั้นสรุป</p>	<p>7. ครูทบทวนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา และ 60 องศา โดยสลับค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่าง ๆ ออกก่อน แล้วจึงสลับถามนักเรียน จากนั้นมอบหมายให้นักเรียนทบทวนตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศาที่มาเป็นกรบ้าน</p>																
<p>ชั่วโมงที่ 4 ขั้นนำ</p>	<p>1. ครูนำนักเรียนทบทวนค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา โดยเขียนตารางบนกระดาน แล้วสุ่มเลือกนักเรียนมาเติมค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมดังกล่าวให้ถูกต้องและครบถ้วน</p> <table border="1" data-bbox="1018 750 1437 1294"> <thead> <tr> <th>มุม A</th> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	มุม A	30°	45°	60°	sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
มุม A	30°	45°	60°														
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$														
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$														
tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$														

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;">แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>ชั้นสอน</p> <p>2. จากตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา บนกระดาน ครูใช้การถามตอบประกอบคำอธิบายกับนักเรียน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา บนกระดาน ครูได้บ้างที่เท่ากัน [sin 45° เท่ากับ cos 45° sin 30° เท่ากับ cos 60° และ sin 30° เท่ากับ cos 60°] <p>โดยครูให้นักเรียนสังเกตเพิ่มเติมว่า ถ้า $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ แล้ว $\sin \hat{A} = \cos \hat{B}$</p> <p>3. ครูนำนักเรียนทำกิจกรรม Bingo ตรีโกณมิติ เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว โดยมีรายละเอียดกิจกรรม ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ครูแจกแผ่นกระดาน Bingo ให้นักเรียนคนละ 1 แผ่น จากนั้นครูแสดงสลากที่เตรียมไว้ให้นักเรียนดู และแจ้งให้นักเรียนว่ามีสลากทั้งหมด 17 ใบ ซึ่งสิ่งใบที่เขียนชื่ออัตราส่วนตรีโกณมิติ sin, cos และ tan ของมุมต่าง ๆ และค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ 2) ครูให้นักเรียนสุ่มเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin, cos และ tan ของมุมต่าง ๆ และค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติให้ครบทั้ง 9 ช่อง โดยห้ามซ้ำกันในแต่ละช่อง 3) ในแต่ละรอบของการสุ่มหยิบสลาก หากหยิบได้เป็นชื่ออัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ ให้นักเรียนหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ตรงกับชื่ออัตราส่วนนั้น แล้วกากบาทที่ช่องนั้น แต่ถ้าสุ่มหยิบสลากแล้วได้เป็นค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้นักเรียนหาชื่ออัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีค่าตรงกับค่าของ
---	--

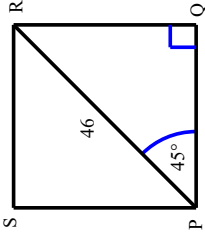
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มอญและด้านผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>อัตราส่วนตรีโกณมิติบนสلاك แล้วกาภาทที่ข้อนั้น โดยหากมีข้ออัตราส่วนตรีโกณมิติที่สอดคล้องกับค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติบนสلاكมากกว่าหนึ่งข้ออัตราส่วน ให้นักเรียนเลือกวางเบี้ยได้เพียง 1 ตำแหน่งเท่านั้น</p> <p>4) นักเรียนคนใดสามารถวางเบี้ยได้ในแนวเส้นตรงเดียวกันไม่ว่าจะเป็นแนวนอนแนวตั้ง หรือแนวทแยงมุมครบสามอันเป็นคนแรก จะเป็นผู้ชนะ โดยให้นักเรียนชานคำว่า Bingo! และยกมือเพื่อแสดงตน</p> <p>5) เมื่อนักเรียนเข้าใจกติกาแล้ว ครูลบบัตรางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติบนกระดาน แล้วให้นักเรียนสุ่มหยิบสلاكทีละคนโดยไม่ต้องใส่สلاكคืน แล้วชานชื่ออัตราส่วนตรีโกณมิติ หรืออัตราส่วนตรีโกณมิติที่จับได้ จนกว่าจะได้ผู้ชนะ โดยครูเขียนชื่อความบนสلاكไว้บนกระดานตามลำดับด้วย</p> <p>6) เมื่อได้ผู้ชนะแล้วครูน่านักเรียนทั้งชั้นร่วมกันตรวจสอบการวางเบี้ยบนกระดาน Bingo ของผู้ชนะว่าถูกต้องตรงตามสلاكที่จับได้หรือไม่ เพื่อเป็นการทบทวนการจำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว</p>	
	<p>ขั้นสรุป</p> <p>4. ครูทบทวนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา รวมทั้งเน้นย้ำประเด็นอื่น ๆ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin 45^\circ$ และ $\cos 45^\circ$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ สามารถเขียนได้อีกรูปหนึ่งเป็น $\frac{\sqrt{2}}{2}$ • ถ้า $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ แล้ว $\sin \hat{A} = \cos \hat{B}$ เช่น $\sin 45^\circ$ เท่ากับ $\cos 45^\circ$ $\sin 30^\circ$ เท่ากับ $\cos 60^\circ$ และ $\sin 30^\circ$ เท่ากับ $\cos 60^\circ$ 	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มาจาก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>ชั่วโมงที่ 5 ชั้นนำ</p> <p>1. ครูทบทวนค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ให้กับนักเรียน โดยเขียนตารางบนกระดาน แล้วสุ่มให้นักเรียนมาเติมค่าของ อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมดังกล่าวให้ถูกต้องและครบถ้วน</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>																
<table border="1"> <thead> <tr> <th>มุม A</th> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table>				มุม A	30°	45°	60°	sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
มุม A	30°	45°	60°																
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$																
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$																
tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$																

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ขั้นสอน</p> <p>2. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC บนกระดาน ดังนี้</p>  <p>จากนั้นครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • เราทราบข้อมูลได้บ้างจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้ [ทราบขนาดของมุม A เท่ากับ 30 องศา ความยาวด้าน BC ซึ่งเท่ากับ 10 หน่วย และมีมุม B เป็นมุมฉาก ทำให้ทราบว่ามุม C มีขนาด $180 - 90 - 30 = 60$ องศา] • นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสในการหาความยาวของด้าน AB และ AC ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด [ไม่ได้ เพราะข้อมูลความยาวของด้านไม่เพียงพอ เนื่องจากทราบความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเพียงหนึ่งด้านเท่านั้น] • นักเรียนรู้จักค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา ค่าใดบ้าง [$\sin 30^\circ$ เท่ากับ $\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ$ เท่ากับ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ และ $\tan 30^\circ$ เท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ หรือ $\frac{\sqrt{3}}{3}$] 		

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;">แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>• นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศาเหล่านี้ มาช่วยในการหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้ได้หรือไม่ [ได้]</p> <p>จากนั้นครูแนะนำให้เรียนว่า ในชั่วโมงนี้จะได้เรียนเกี่ยวกับการนำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการหาความยาวของด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>3. ครูแสดงการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้ด้วยอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p> <p>ตัวอย่างที่ 1 ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม $A = 30^\circ$ และด้าน BC ยาว 10 หน่วย ดังรูป จงหาความยาวของด้าน AC และ AB</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>วิธีทำ เนื่องจาก $\sin 30^\circ = \frac{BC}{AC}$ และ มุม $A = 30$ องศา และ $BC = 10$ หน่วย จะได้ $\sin 30^\circ = \frac{10}{AC}$ $\frac{1}{2} = \frac{10}{AC}$</p>	<p style="text-align: right;">เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
--	--	--

หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มอุงมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
	<p>AC = 10 × 2</p> <p>AC = 20</p> <p>ดังนั้น ด้าน AC ยาว 20 หน่วย</p> <p>เนื่องจาก $\tan 30^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{10}{AB}$</p> <p>จะได้ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AB}$</p> <p>AB = 10 × √3</p> <p>AB = 10√3</p> <p>ดังนั้น ด้าน AB ยาว 10√3 หน่วย</p> <p>ระหว่างที่ครูแสดงตัวอย่าง ครูอาจใช้คำถามกับนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • ค่า sin A คืออัตราส่วนของความยาวของด้านใดกับด้านใด [BC และ AC] • ค่า sin A ซึ่งเท่ากับ sin 30° มีค่าเท่าใด [$\frac{1}{2}$] • ด้าน AC มีความยาวเท่าใด [20 หน่วย] • ค่า tan A คืออัตราส่วนของความยาวของด้านใดกับด้านใด [BC และ AB] • ค่า tan A ซึ่งเท่ากับ tan 30° มีค่าเท่าใด [$\frac{1}{\sqrt{3}}$] • ด้าน AB ยาวเท่าใด [10√3 หน่วย] 	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมูและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 คอ้อตราส่วนตรีโกณมิตินี้ที่มีมา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลานี้ 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูถามนักเรียนเพิ่มเติมว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> เพราะเหตุใดนักเรียนจึงไม่ใช้ $\cos A$ [เพราะไม่ทราบความยาวด้านประชิดมุม A หรือความยาวด้าน AB] <p>ครูเสนอแนวความคิดเพิ่มเติมว่า เมื่อนักเรียนทราบความยาวด้าน 2 ด้านแล้ว สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาช่วยในการคำนวณได้</p> <p>4. ครูยกตัวอย่างการนำความรู้เกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45 องศา ไปใช้ในการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ดังนี้</p> <p>ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นแวงมุมยาว 46 หน่วย รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้มีความยาวรอบรูปกี่หน่วย</p> <p>วิธีทำ วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ดังนี้</p>	 <p>เนื่องจาก $PQ = QR$ จะได้ $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว นั่นคือ $\angle RPQ = 45^\circ$</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>จะได้</p> $\sin 45^\circ = \frac{RQ}{PR}$ $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{RQ}{46}$ $\frac{46\sqrt{2}}{2} = RQ$ $RQ = 23\sqrt{2}$ <p>ดังนั้น $\square PQRS$ มีความยาวรอบรูป = $4 \times 23\sqrt{2} = 92\sqrt{2}$ หน่วย</p> <p>ในระหว่างที่ครูแสดงตัวอย่าง ครูอาจใช้คำถามกับนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> เมื่อลากเส้นทแยงมุม PR แล้ว จะได้ เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด [รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว] $R\hat{P}Q$ มีขนาดกี่องศา [45 องศา] นักเรียนคิดว่าควรวัดอัตราส่วน sin, cos หรือ tan และเพราะเหตุใด [sin เพราะเป็นอัตราส่วนของความยาวด้าน RQ ต่อ PR ซึ่งด้าน RQ เป็นด้านที่ไม่ทราบความยาว และด้าน PR เป็นด้านที่ทราบความยาวด้าน] ค่า sin ของ $R\hat{P}Q$ ซึ่งเท่ากับ $\sin 45^\circ$ มีค่าเท่าใด [$\frac{\sqrt{2}}{2}$] ด้าน RQ ยาวเท่าใด [$23\sqrt{2}$ หน่วย] ความยาวรอบรูปของ $\square PQRS$ เป็นเท่าใด [$92\sqrt{2}$ หน่วย] <p>5. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำใบกิจกรรม 3 : ตามหาความยาวของด้าน โดยอธิบายคำสั่งให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และระหว่าง</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
--	--	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มอุงมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิตินี้ที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>ที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูคอยให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่มีคำถามหรือข้อสงสัยและ เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบกับนักเรียนในห้องเรียน</p> <p>ขั้นสรุป</p> <p>6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • ขั้นที่ 1 พิจารณาลักษณะที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ • ขั้นที่ 2 วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดและระบุรายละเอียด โดยจะต้องมี รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นส่วนประกอบ • ขั้นที่ 3 เลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่ทราบ แล้วสร้างสมการแสดง อัตราส่วนตรีโกณมิติที่เท่ากัน • ขั้นที่ 4 คิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ • ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและสรุปตอบสิ่งที่โจทย์ถาม 	<p>ชั่วโมงที่ 6 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูกล่าวนำ ที่ผ่านมานักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมที่มี ขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา จากนั้นครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> • เราสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมที่มีขนาดอื่น ๆ ได้หรือไม่ และมีแนวทางในการหาอย่างไร
---	---	--

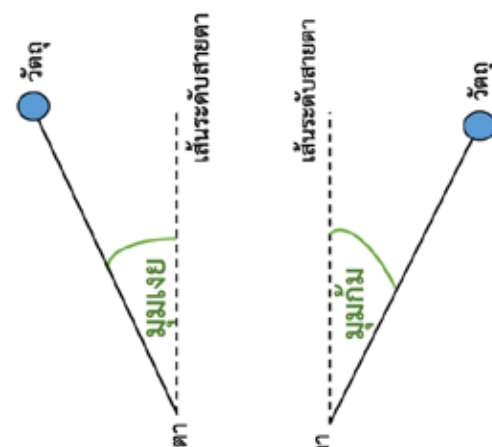
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>[หาได้ โดยสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมหนึ่งมุมขนาดเท่าที่ต้องการ จากนั้นวัดความยาวของด้านแต่ละด้าน แล้วใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม มาหาอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับมุมนั้น ตามอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องการ]</p> <p>ครูอธิบายว่า จากวิธีการต่าง ๆ ที่นักเรียนตอบมา เป็นวิธีการที่สามารถทำได้ แต่อาจจะไม่แม่นยำ หรืออาจจะมีความคลาดเคลื่อนได้ จากนั้นครูแนะนำนักเรียนว่า ในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะได้เรียนเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมที่มีขนาดอื่น ๆ</p>	<p>ชั่วโมง</p> <p>2. ครูกริรณานำนักเรียนมาในการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมที่มีขนาดต่าง ๆ สามารถทำได้โดยใช้วิธีการวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ตั้งได้ออกไปข้างต้น แต่ถ้าหากต้องการทราบค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมหลาย ๆ ขนาด การวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากก็อาจยุ่งยาก หรือคลาดเคลื่อนได้ นักคณิตศาสตร์จึงได้สรุปค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมขนาดต่าง ๆ ที่มีขนาดเป็นจำนวนเต็มในหน่วยองศา ระหว่าง 0° และ 90° ดังตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติในเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียน และให้นักเรียนเปิดเอกสารประกอบการอธิบายไปพร้อมกัน</p>
		<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>

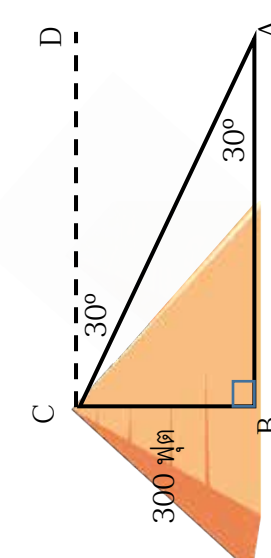
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>3. ครูแนะนำวิธีการอ่านตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยมีรายละเอียดดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ให้นักเรียนกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ตนเองสนใจ ไม่ว่าจะเป็น sin, cos หรือ tan รวมทั้งเลือกมุมที่เป็นจำนวนเต็มในหน่วยองศา ระหว่าง 0° และ 90° 2) เมื่อนักเรียนเลือกค่าที่ต้องการได้แล้ว ให้นักเรียนพิจารณาหามุมที่ต้องการ จากนั้นมองไล่ไปทางขวามือของตนเองตามอัตราส่วนตรีโกณมิติที่สนใจ ว่ามีค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติเป็นเท่าไร 3) ครูให้นักเรียนสังเกตแถวที่แสดงค่าของคานัน ๆ ซึ่งแต่ละแถวจะแสดงค่า sin, cos และ tan ของมุมเหล่านั้นเป็นค่าประมาณถึงทศนิยมตำแหน่งที่สาม <p>4. ครูแสดงตัวอย่างที่ 1 ในการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตาราง ดังนี้</p> <p>ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าประมาณของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้ โดยใช้ตาราง</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\sin 10^\circ$ 2) $\cos 63^\circ$ 3) $\tan 37^\circ$ 4) $\cos 18^\circ + \sin 81^\circ$ <p>วิธีทำ จากตาราง จะได้ว่า</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\sin 10^\circ$ ประมาณ 0.174 2) $\cos 63^\circ$ ประมาณ 0.454 3) $\tan 37^\circ$ ประมาณ 0.754 4) $\cos 18^\circ + \tan 55^\circ$ ประมาณ $0.951 + 1.428 = 2.379$ 	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มอญมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
<p>5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 : กางตารางวางตำแหน่งอัตราส่วนตรีโกณมิติ ตอนที่ 1 โดยในระหว่างที่นักเรียนทำ ครูคอยเดินสำรวจและให้คำแนะนำหากนักเรียนมีข้อสงสัย และเมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูสุ่มนักเรียนขึ้นมาเฉลยคำตอบ</p> <p>6. ครูแสดงตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นกรนำค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตารางไปใช้ในการหาค่าของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้</p> <p>ตัวอย่างที่ 2 จากรูป จงหาความยาวของด้าน MO</p>	<div data-bbox="718 716 973 1232" data-label="Diagram"> </div> <p>วิธีทำ จากรูป จะได้ว่า $\cos 27^\circ = \frac{MO}{30}$</p> <p>จาก ตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ จะได้ $\cos 27^\circ \approx 0.891$</p> <p>จะได้ว่า $0.891 \approx \frac{MO}{30}$</p> <p>นั่นคือ $0.891 \times 30 \approx MO$</p> <p>นั่นคือ $MO \approx 26.73$ หน่วย</p> <p>ดังนั้น ด้าน MO ยาวประมาณ 26.73 หน่วย</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 มองมุมและด้าน ผ่านอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 12.2 ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีที่มา รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ในระหว่างการศึกษาแสดงตัวอย่าง ครูอาจใช้คำถามกับนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • ค่า \cos ของมุม OMN คืออัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านใดกับด้านใด [MO และ MN] • จากตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ จะได้ค่าประมาณของ $\cos 27^\circ$ เป็นเท่าใด [0.891] • ด้าน MO ยาวประมาณเท่าใด [26.73 หน่วย] <p>7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 ตอนที่ 2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตารางและการนำไปใช้ โดยอธิบายคำสั่งให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และระหว่างที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูคอยให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่มีคำถามหรือข้อสงสัยและเมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบกับนักเรียนในห้องเรียน</p> <p>ขั้นสรุป</p> <p>8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า การหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมที่มีขนาดอื่น ๆ สามารถหาได้โดยใช้ตาราง โดยเลือกค่ามุมที่ต้องการทางด้านซ้ายมือของตาราง แล้วหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมนั้น ซึ่งจะได้เป็นค่าประมาณถึงทศนิยมตำแหน่งที่สาม</p>		

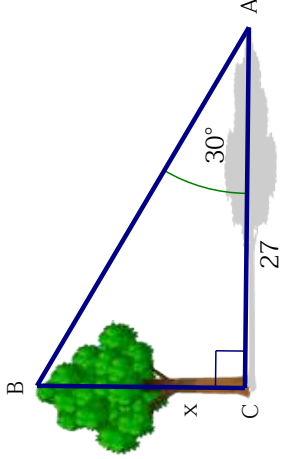
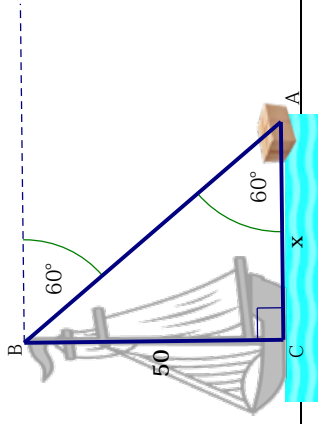
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		เวลา 4 ชั่วโมง																
หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงเท่าค่านอนค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3																
สาระการเรียนรู้ 1. การนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทางและความสูงของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เรื่องเส้นระดับ สายตา มุมก้ม และมุมเงย ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> • เส้นระดับสายตา คือ แนวเส้นตรงที่ลากจากดวงตาของผู้สังเกตเห็นไปในแนวนอนกับพื้นราบ • มุมเงย มุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา • มุมก้ม คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา 	ชั่วโมงที่ 7 ขั้นนำ 1. ครูทบทวนค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา และ 60 องศาให้กับนักเรียน โดยเขียนตารางบนกระดาน แล้วสุ่มเลือกนักเรียนมาเติมค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมดังกล่าวให้ถูกต้องและครบถ้วน	สื่อและแหล่งเรียนรู้ ชั่วโมงที่ 7 1. บัตรภาพมุมเงย 2. บัตรภาพมุมก้ม 3. ใบกิจกรรม 4 : ภาพจำลองของสถานการณ์																
<ul style="list-style-type: none"> • มุมเงย มุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา • มุมก้ม คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา 	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>มุม A</th> <th>30 °</th> <th>45 °</th> <th>60 °</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	มุม A	30 °	45 °	60 °	sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ชั่วโมงที่ 8 1. อุปกรณ์กิจกรรมปัญหาแก้ได้โดยใช้ตรีโกณมิติ <ul style="list-style-type: none"> • ใบกิจกรรม 5 : ปัญหาแก้ได้โดยใช้ตรีโกณมิติ • คำใบ้ • กระดิ่ง
มุม A	30 °	45 °	60 °															
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$															
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$															
tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$															
	จากนั้นครูแนะนำนักเรียนว่า ในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะได้นำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้หาระยะต่าง ๆ ในชีวิตจริง	ชั่วโมงที่ 9 1. ใบกิจกรรม 6 : มาหาความสูงของเสาธงกันเถอะ																

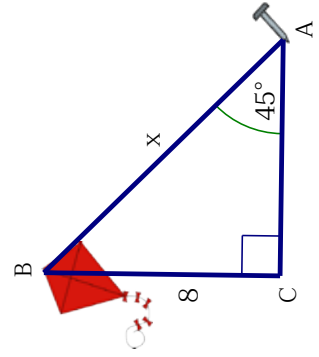
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงตัดคำนวณค่าได้</p> <p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>	<p>หน่วยการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>  <p>ขั้นตอน</p> <ol style="list-style-type: none"> ครูแสดงบัตรภาพมุมเงย และบัตรภาพมุมก้ม ให้นักเรียนดูหน้าชั้น จากนั้นแนะนำให้นักเรียนสังเกตส่วนประกอบต่าง ๆ จากภาพ โดยใช้คำถามดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> แนวเส้นที่ลากจากดวงตาของผู้สังเกตขนานไปกับพื้นราบ เรียกว่าอะไร [แนวเส้นระดับสายตา] ถ้าวัตถุอยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตาและผู้สังเกตต้องยกดูวัตถุ จะเกิดมุมที่ชื่อว่าอะไร [มุมเงย] ถ้าวัตถุอยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตาและผู้สังเกตต้องก้มดูวัตถุ จะเกิดมุมที่ชื่อว่าอะไร [มุมก้ม] <p>จากนั้นครูเขียนสรุปความหมายของมุมเงยและมุมก้มบนกระดาน ดังนี้</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>มุมเงย คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา</p> <p>มุมก้ม คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา</p> </div> <ol style="list-style-type: none"> ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้กับนักเรียน เป็นตัวอย่างการนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริง 	<p>ชั่วโมงที่ 10</p> <ol style="list-style-type: none"> อุปกรณ์กิจกรรมมาหาความสูงของเสาธงกันเถอะ <ul style="list-style-type: none"> รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมขนาด 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ตลับเมตร ใบกิจกรรม 6 : มาหาความสูงของเสาธงกันเถอะ เฉลยความสูงเสาธง <p>ชิ้นงาน/ภาระงาน</p> <ol style="list-style-type: none"> ใบกิจกรรม 4 : ภาพจำลองของสถานการณ์ ใบกิจกรรม 5 : ปัญหาแก้ได้โดยใช้ตรีโกณมิติ
---	---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ส่วนประกอบ แล้วระบุขนาดของมุมและความยาวหรือระยะทางที่ทราบให้ชัดเจน</p> <p>2) พิจารณาระยะทางที่ต้องการทราบโดยแทนค่าเป็นตัวแปรที่สมมติขึ้นมาและระบุลงไป</p> <p>ภาพจำลองสถานการณ์</p> <p>3) เลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหา โดยใช้อัตราส่วนที่เกี่ยวข้องกับมุมที่กำหนดให้ และเกี่ยวข้องกับความยาวของด้านที่กำหนดกับความยาวของด้านที่ต้องการทราบ</p> <p>4) คำนวณหาคำตอบและสรุปคำตอบ</p>	<p>ตัวอย่างที่ 1 จากยอดผาซึ่งสูง 300 ฟุต จากระดับน้ำทะเล สังเกตเห็นเรือใบลำหนึ่ง อยู่ในระนาบเดียวกับเชิงผามันมีมุมก้ม 30 องศา จงหาระยะห่างจากเชิงผาถึงเรือ</p> <p>วิธีทำ</p>  <p>ให้ x แทน ระยะห่างจากเชิงผาถึงเรือ</p> <p>เนื่องจาก $\tan 30^\circ = \frac{BC}{x}$</p> <p>และ มุม A = 30 องศา และ BC = 300 ฟุต</p> <p>จะได้ $\tan 30^\circ = \frac{300}{x}$</p> $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{300}{x}$ $x = 300\sqrt{3}$ <p>ดังนั้น ระยะห่างจากเชิงผาถึงเรือยาว 300√3 ฟุต</p>	<p>3. ใบกิจกรรม 6 : มาหา ความสูงของเสาธงกันเถอะ</p> <p>การวัดและประเมินผล</p> <p>1. ตรวจใบกิจกรรม 4 โดย ตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</p> <p>2. ตรวจใบกิจกรรม 5 โดย ตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</p> <p>3. ตรวจใบกิจกรรม 6 โดย ตอบได้ถูกต้อง</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เวลา 4 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>ด้านความรู้</p> <p>1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา</p> <p>ด้านทักษะและกระบวนการ</p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <p>1. นำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการสื่อสารและสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>2. นำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริงได้</p>	<p>ระหว่างที่ครูแสดงตัวอย่าง ครูใช้การถามตอบประกอบคำอธิบายให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ ดังนี้</p> <p>ครูอธิบายประโยค เรือใบลำหนึ่ง อยู่ในระนาบเดียวกับเชิงผานันมีมุมก้ม 30 องศา ให้นักเรียนฟังว่า หากวัดมุมจากแนวส่วนของเส้นตรง CD (แนวเส้นระดับสายตา) ลงมาเห็นวัตถุเป็นมุม 30 องศา แล้วจากความรู้อะไร เรื่อง เส้นขนาน จะทำให้ได้ว่า มุม CAB มีขนาด 30 องศาเช่นเดียวกัน เพราะเป็นมุมแย้งที่เกิดจากส่วนของเส้นตรง CD ขนานกับส่วนของเส้นตรง AB</p> <ul style="list-style-type: none"> • โจทย์ต้องการทราบอะไร [ระยะห่างจากเชิงผาถึงเรือ หรือ ความยาวด้าน AB] • โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง [ความสูงของหน้าผา 300 ฟุต และ มุม CAB มีขนาด 30 องศา] • นักเรียนคิดว่าควรใช้อัตราส่วน sin A, cos A หรือ tan A และเพราะเหตุใด [tan A เพราะเป็นอัตราส่วนของความยาวด้าน BC ต่อ BA ซึ่งด้าน BA เป็นด้านที่ไม่ทราบความยาว และด้าน BC เป็นด้านที่ทราบความยาวแล้ว] <p>จากนั้นครูให้นักเรียนคำนวณหาระยะห่างจากเชิงผาถึงเรือด้วยตนเอง โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ</p> <p>4. ครูให้นักเรียนศึกษาใบกิจกรรม 4 : ภาพจำลองของสถานการณ์ โดยมีรายละเอียดกิจกรรม ดังนี้</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		เวลา 4 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
<p>ด้านคุณลักษณะ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ 3. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม <p>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. การสื่อสาร โดยวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมระบุรายละเอียดที่เกี่ยวข้อง และนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา 	<p style="text-align: center;">รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) แบ่งนักเรียนทั้งชั้นเรียนออกเป็น 6 กลุ่ม ให้กลุ่มที่ 1 และ 2 ศึกษาสถานการณ์ที่ 1 กลุ่มที่ 3 และ 4 ศึกษาสถานการณ์ที่ 2 และกลุ่มที่ 5 และ 6 ศึกษาสถานการณ์ที่ 3 ตามลำดับ 2) ให้นักเรียนวาดภาพประกอบสถานการณ์ที่มีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นส่วนประกอบจากสถานการณ์ที่กำหนด พร้อมระบุรายละเอียดชื่อมุม ความยาวของด้าน และกำหนดตัวแปร x แทนความยาวของด้านหรือระยะที่ต้องการทราบ โดยยังไม่ต้องหาคำตอบ 3) ครูเขียนสถานการณ์ทั้ง 3 ไว้บนกระดาน เพื่อเตรียมให้ตัวแทนนักเรียนวาดรูปประกอบ 4) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนกันนำเสนอภาพจำลองของตนเอง และสภาพของเพื่อน จากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอและวาดภาพภาพจำลองหน้าบนกระดาน โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความเป็นไปได้และความถูกต้อง ดังนี้ 	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยวางแผนและนำความรู้หรือข้อมูลที่ที่ได้จากการสำรวจมาแก้ปัญหา รวมถึงร่วมกันแสดงขั้นตอนการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงตามเงื่อนไขที่กำหนด</p> <p>3. การคิดขั้นสูง โดยวิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติผ่านการตอบคำถามในชั้นเรียน และการทำกิจกรรมหาความสัมพันธ์สูงเสาะกัน</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>สถานการณ์ที่ 1 : ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาวบนพื้นราบเป็นระยะ 27 เมตร แนวของเส้นตรงที่ลากจากจุดปลายของเงาต้นไม้ไปยังยอดของต้นไม้ทำมุมเงย 30 องศากับเงาของต้นไม้ ต้นไม้ต้นนี้สูงกี่เมตร</p> <p>แนวคิดการวาดภาพจำลอง</p>  <p>สถานการณ์ที่ 2 : จากยอดเสากระโดงเรือซึ่งสูงจากผิวน้ำ 50 เมตร มองเห็นวัตถุซึ่งลอยน้ำเป็นมุมก้ม 60 องศา อยากทราบว่าระยะตามแนวอนอนจากวัตถุถึงเสากระโดงเรือยาวกี่เมตร</p> <p>แนวคิดการวาดภาพจำลอง</p> 
---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;">แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>สถานการณ์ที่ 3 : ว่าตัวหนึ่งลอยอยู่บนท้องฟ้าสูงจากพื้นดิน 8 เมตร ซึ่งปลายเชือกของว่าตัวนั้นผูกตรึงอยู่บนพื้น และพบว่ามุมเงยระหว่างเส้นเชือกกับพื้นราบมีขนาด 45 องศา จงหาความยาวของเชือกเส้นนั้น</p> <p style="text-align: center;">แนวคิดการวาดภาพจำลอง</p>  <p>5) จากนั้นครูให้นักเรียนอภิปรายภาพจำลองในแต่ละข้อว่าตรงตามสถานการณ์ที่โจทย์กำหนดหรือไม่ เมื่อได้ภาพจำลองสถานการณ์จนครบแล้ว ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่าส่วนประกอบของภาพจำลองที่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีองค์ประกอบต่าง ๆ คล้ายกับโจทย์การหาคความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว และให้นักเรียนหาค่าตอบของแต่ละสถานการณ์</p> <p>6) จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีหาค่าตอบสถานการณ์ของตนเองในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จแล้วให้ตรวจสอบคำตอบกับเพื่อน ๆ ในกลุ่มเดียวกัน แล้วสุ่มตัวแทนนักเรียนจากแต่ละกลุ่มให้ออกมาเขียนแสดงวิธีทำหน้ากระดาน โดยมีครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง</p>
---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>7) ให้นักเรียนทุกคนบันทึกวิธีการหาค่าตอบของทุก ๆ สถานการณ์ลงในใบกิจกรรม</p> <p>ขั้นสรุป</p> <p>5. ครูนำนักเรียนสรุปความรู้ที่ได้เรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • มุมเงย คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา • มุมก้ม คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา • หลักการในการวาดรูป ให้นักเรียนวาดภาพประกอบสถานการณ์โดยมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นส่วนประกอบ พร้อมระบุรายละเอียดชื่อมุม ความยาวของด้าน และกำหนดตัวแปร x แทนความยาวของด้านหรือระยะที่ต้องการทราบ 	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ชั่วโมงที่ 8 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยใช้การถามตอบ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • จากกิจกรรมที่นักเรียนได้ทำในชั่วโมงที่ผ่านมา นักเรียนได้เห็นการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ 	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</p> <p>เวลา 4 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>	<p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เกี่ยวกับเรื่องใดบ้าง [สถานการณ์เกี่ยวกับการหาระยะห่างระหว่างวัตถุ หรือจุดต่าง ๆ การหาระยะห่าง หรือความยาวระหว่างวัตถุ เช่น การหา ความสูงของต้นไม้จากเงา การหาระยะห่างระหว่างวัตถุถึงเรือในทะเล การหาความยาวของเส้นเชือก]</p> <ul style="list-style-type: none"> ในการวาดภาพร่างแสดงสถานการณ์เพื่อใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติมาช่วยในการหาค่าตอบ ภาพร่างนั้นจะต้องมีรูปเรขาคณิตสอง มิติชนิดใดเป็นส่วนประกอบ [รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก] <p>ขั้นสอน</p> <p>2. ครูนำเสนอกิจกรรม “ตรีโกณกริ่ง” ให้กับนักเรียน เป็นการฝึกการนำความรู้เกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ โดยมีรายละเอียดกิจกรรม ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มออกเป็น 6 กลุ่มเท่า ๆ กัน โดยให้เขียนเลขที่กลุ่มลงในใบกิจกรรม 5 : ปัญหาแก้ไขโดยใช้ตรีโกณมิติ ครูมีสถานการณ์ทั้งหมด 3 สถานการณ์ ซึ่งสามารถดูได้จากเอกสารประกอบการเรียน (เล่มนักเรียน) แต่ครูไม่ได้ให้นักเรียนนั่งทำตามปกติ โดยจะตัดคำใบ้ไว้บริเวณโต๊ะนักเรียนซึ่งเรียงเลขชื่อจาก 1 ถึง 3 และ 4 ถึง 6 ในทิศทางตามภาพ โดยที่โต๊ะหมายเลข 1 และ 4 จะติดคำใบ้ของ
---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สอดคล้องสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>สถานการณ์ที่ 1 โต้ะหมายเลข 2 และ 5 จะติดเข้าไปของสถานการณ์ที่ 2 และโต้ะหมายเลข 3 และ 6 จะติดเข้าไปของสถานการณ์ที่ 3</p> <div data-bbox="395 712 783 1261" data-label="Diagram"> </div> <p>3) กลุ่มที่ 1-3 จะได้ค่าไปจากโต้ะที่ 1-3 เท่านั้น และกลุ่มที่ 4-6 จะได้ค่าไปจากโต้ะที่ 4-6 เท่านั้น โดยในแต่ละสถานการณ์มีเวลาเท่ากัน คือ 6 นาที เมื่อครบ 6 นาที นักเรียนจะต้องเปลี่ยนไปทำในข้อถัดไป โดยมีตัวอย่างการเปลี่ยนข้อตามลูกศรสีแดงในภาพ และเมื่อทำข้อ 3 เสร็จแล้วให้วนกลับมาทำข้อ 1 หรือ เมื่อทำข้อ 6 เสร็จแล้วให้วนกลับมาทำข้อ 4 เมื่อครูอธิบายกติกาเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มไปประจำในโต้ะที่ตรงกับหมายเลขกลุ่มของตนเอง นักเรียนทุกกลุ่มจะได้ทำครบทั้ง 3</p>
--	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>สถานการณ์ เมื่อนักเรียนมาอยู่ที่โต๊ะที่มีแบบทดสอบแล้ว ครูอธิบายว่าให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวงกลมที่เลขข้อที่ตนเองเริ่มต้น</p> <p>4) จากนั้นครูนำกระดาษที่ขึงขึ้นมา พร้อมทั้งบอกกล่าว เมื่อจบแต่ละข้อ ครูจะสั่งกระดาษตั้งเป็นสัญญาณหมดเวลา ให้นักเรียนเปลี่ยนไปทำแบบทดสอบในข้อถัดไป ในที่นี้อาจมีการขอมการเปลี่ยนข้อ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจตรงกันก่อน</p> <p>5) นักเรียนจะทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 3 สถานการณ์</p> <p>6) เมื่อหมดเวลาครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่า ครูมอบหมายการเฉลยคำตอบในแต่ละสถานการณ์ให้กับกลุ่มที่เริ่มต้นทำกิจกรรมในข้อนั้น ๆ เช่น กลุ่มที่จะมาเฉลยคำตอบในสถานการณ์ที่ 2 คือ กลุ่ม 2 และกลุ่ม 5 แต่ก่อนจะมาเฉลยคำตอบสามารถที่จะปรึกษากัน และช่วยกันหาคำตอบเพิ่มเติมได้ โดยที่พูดคุยได้เฉพาะข้อที่ตัวเองจะเฉลยเท่านั้น ภายในเวลา 5 นาที</p> <p>3. เมื่อหมดเวลา ครูสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มให้ขึ้นมาเฉลยคำตอบ เพื่อทบทวนและชี้ให้เห็นข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการหาคำตอบของเพื่อนร่วมชั้นเรียน เพื่อที่จะได้ปรับปรุงและฝึกฝนให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งเน้นย้ำเรื่องการวาดภาพประกอบให้กับนักเรียน</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงตัดคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ขั้นสรุป</p> <p>4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • ชั้นที่ 1 พิจารณาลักษณะที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ • ชั้นที่ 2 วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดและระบุรายละเอียด โดยจะต้องมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นส่วนประกอบ โดยจะต้องทราบขนาดของมุมที่ไม่ใช่มุมฉากหนึ่งมุม และระยะทางที่เกี่ยวข้องซึ่งเป็นความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จึงจะสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือ • ชั้นที่ 3 เลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่ทราบ แล้วสร้างสมการแสดงอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เท่ากัน • ชั้นที่ 4 คำนวณเพื่อหาคำตอบ • ชั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและสรุปตอบสิ่งที่โจทย์ถาม 	<p>ชั่วโมงที่ 9 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูนำนักเรียนสนทนาเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในชีวิตจริง โดยใช้คำถามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • จากสถานการณ์ต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปจากกิจกรรม หากเราต้องการประมาณความสูงของวัตถุในชีวิตจริง เช่น เสาธง เราจะนำ 	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาช่วยในการประมาณค่าสูงได้ อย่างไร [วาดภาพร่างของสถานการณ์ โดยตำแหน่งของดวงตา ตำแหน่ง ของเสาธงที่ตรงกับระดับสายตา และตำแหน่งของยอดเสาธงจะเป็นจุด ยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพอดี จากนั้นให้ผู้สังเกตมองไปยังยอดเสา ธง แล้วหามุมเงยที่เกิดขึ้น วัตรระยะต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ก็จะสามารณนำ ข้อมูลมาใช้ร่วมกับอัตราส่วนตรีโกณมิติเพื่อประมาณค่าสูงของเสาธง ได้]</p> <p>จากนั้นครูแนะนำนักเรียนว่า ในสองชั่วโมงสุดท้ายนี้ นักเรียนจะได้ทำ กิจกรรมนอกห้องเรียนด้วยประมาณค่าสูงของเสาธงโรงเรียนโดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>2. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อร่วมกันทำกิจกรรมหาความสูงของ เสาธงกันเถอะ โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้รับตลับเมตรและรูปสามเหลี่ยม มุมฉากที่มีมุมขนาด 30 องศา หรือ 45 องศา หรือ 60 องศา โดยแต่ละกลุ่มจะ ได้รับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเพียงแบบเดียว เพื่อใช้เป็นอุปกรณ์ในการประมาณ ความสูงของเสาธง</p> <p>3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนร่วมกันในชั้นเรียนว่า จากอุปกรณ์ที่ได้รับ ได้แก่ ตลับเมตร และรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามขนาดที่ได้ นักเรียนจะนำมาใช้ในการ ประมาณค่าสูงของเสาธงโรงเรียนได้อย่างไร</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สอดคล้องสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>4. เมื่อนักเรียนวางแผนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนเขียนขั้นตอนในการหาความสูงของเสาธงพร้อมวาดภาพประกอบลงในใบกิจกรรม 6 : มาหาความสูงของเสาธงกันเถอะ ตอนที่ 1 พร้อมทั้งวาดภาพแบบจำลองประกอบไปด้วย</p> <p>5. จากหนังสือเรียนนำเสนอแผนที่ได้วางไว้ให้ครูฟังโดยครูคอยคำแนะนำในประเด็นต่าง ๆ เพิ่มเติม</p> <p>ขั้นสรุป</p> <p>6. ครูและนักเรียนร่วมบอกของการนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น การวัดตำแหน่งของวัตถุ การวัดระยะทางของวัตถุ เป็นต้น</p> <p>ชั่วโมงที่ 10 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มเพื่อเตรียมอุปกรณ์ และทบทวนขั้นตอนในการหาความสูงของเสาธง โดยมีเงื่อนไขว่า ครูทราบความสูงของเสาธงมาแล้วซึ่งหากกลุ่มใดสามารถทำได้ใกล้เคียงกับคำตอบมากที่สุดจะเป็นกลุ่มที่ชนะ ในขั้นนี้ครูอาจสอบถามฝ่ายอาคาร สถานที่ของโรงเรียน หรือใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการหาความสูงมาก่อนแล้ว โดยอาจเป็นค่าที่ใกล้เคียงได้</p>
--	--	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</p> <p>เวลา 4 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>ขั้นสอน</p> <ol style="list-style-type: none"> ครูให้นักเรียนลงมือวัดและหาความสูงของเสาธง พร้อมทั้งบันทึกความสูง ลงในใบกิจกรรม 6 : มาหาความสูงของเสาธงกันเถอะ ตอนที่ 2 เมื่อนักเรียนหาค่าประมาณของความสูงของเสาธงได้จนครบทุกกลุ่มแล้ว ครูให้นักเรียนกลับไปเข้าชั้นเรียน จากนั้นสุ่มให้นักเรียนแต่ละกลุ่มที่รู้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดแตกต่างกัน มานำเสนอวิธีการหาค่าประมาณของความสูงของเสาธงหน้าชั้นเรียนจนครบทุกกลุ่ม ครูเฉลยความสูงของเสาธงให้นักเรียนทุกคน เพื่อนำมาสู่การอภิปรายกับนักเรียน ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> ถึงแม้แต่ละกลุ่มจะได้รับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดแตกต่างกัน แต่สามารถหาค่าประมาณของความสูงของเสาธงได้ใกล้เคียงกัน ในการคำนวณจะต้องพิจารณาความสูงของระดับสายตาของผู้สังเกตวัดจากพื้นราบด้วย เป็นไปได้ว่าบางกลุ่มอาจจะลืมนำม่านาคำนวณ ครูควรชี้แจงเรื่องนี้เพิ่มเติมว่าในการคำนวณ ไม่ได้นำความสูงของผู้วัดมาบวกด้วย แต่มองว่าเรามองจุด ๆ หนึ่งบนพื้น ซึ่งในทางปฏิบัติจริงทำได้ยาก อาจมีความคลาดเคลื่อนเพราะความสูงของเสาธง เช่น บางแห่งมีฐาน ทำให้โคนเสาธงไม่ได้แตะที่พื้นดินพอดี หรืออาจจะปักอยู่ในดินลึกกว่าปกติ
---	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>																
<p>ขั้นสรุป</p> <p>5. ครูให้นักเรียนสรุปความรู้ของบทเรียน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก อัตราส่วนของความยาวด้านสองด้านที่เกี่ยวข้องกับมุมหนึ่งในที่ไม่ใช่มุมฉาก เช่น มุม A จะเรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้แก่ $\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$ <ul style="list-style-type: none"> • ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้ 	<table border="1" data-bbox="901 772 1321 1265"> <thead> <tr> <th>มุม A</th> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin A</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> </tr> <tr> <td>cos A</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$1 \frac{1}{2}$</td> </tr> <tr> <td>tan A</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	มุม A	30°	45°	60°	sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$1 \frac{1}{2}$	tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	
มุม A	30°	45°	60°															
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$															
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$1 \frac{1}{2}$															
tan A	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$															

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 12 สามด้านสัมพันธ์ กันด้วยอัตราส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 12.3 กว้างแคบสูงต่ำคำนวณค่าได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> • ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมขนาดอื่น ๆ สามารถดูได้จากตารางแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ • นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทาง ความยาว หรือความสูงของวัตถุต่าง ๆ ได้ โดยการวาดภาพจำลองซึ่งมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นส่วนประกอบ จากนั้นเขียนแสดงข้อมูลต่าง ๆ ที่ทราบว่า แล้วนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมาช่วยในการหาค่าที่ต้องการ 	

แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้
หน่วยที่ 12 : สามด้านสัมพันธ์กันด้วยอัตราส่วน

เวลาสอบ 40 นาที

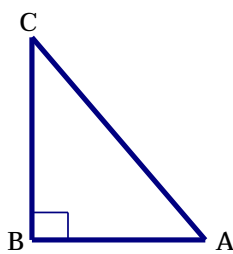
คะแนนเต็ม 10 คะแนน

ชื่อ - สกุล ชั้น ม. ห้อง เลขที่

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้ มีทั้งหมด 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

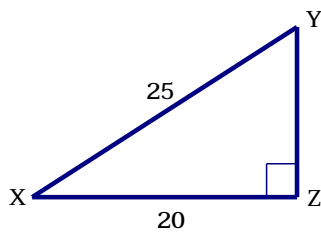
ให้นักเรียนเขียน **O** ล้อมรอบตัวเลือกที่ถูกต้อง

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้ ข้อใดกล่าวถูกต้อง



- ก. $\cos A = \frac{AB}{BC}$
ข. $\sin A = \frac{BC}{AB}$
ค. $\tan C = \frac{AB}{BC}$
ง. $\cos C = \frac{AB}{AC}$

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ $\cos Y$ เท่ากับเท่าใด



- ก. $\frac{3}{4}$
ข. $\frac{3}{5}$
ค. $\frac{4}{3}$
ง. $\frac{4}{5}$

3. กำหนดให้ $\tan A = \frac{12}{5}$ แล้ว $\sin A$ เท่ากับเท่าใด

- ก. $\frac{5}{13}$
ข. $\frac{13}{12}$
ค. $\frac{5}{12}$
ง. $\frac{12}{13}$

4. กำหนดให้ A เป็นมุมแหลม ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง และ $\sin A = 0.5$ แล้วมุม A มีขนาดเท่าใด

- ก. 30°
ข. 45°
ค. 60°
ง. 90°

5. ค่าของ $8(\cos 30^\circ)^2[(\tan 60^\circ)^2 - (\sin 45^\circ)^2]$ เท่ากับเท่าใด

ก. 10

ข. 15

ค. 20

ง. 25

6. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

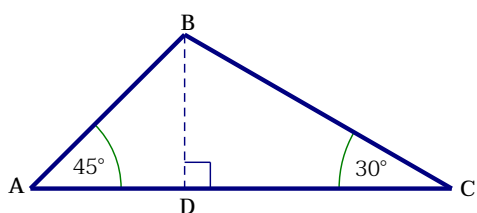
ก. $\sin 35^\circ > \sin 37^\circ$

ข. $\cos 42^\circ < \cos 48^\circ$

ค. $\sin 27^\circ = \cos 63^\circ$

ง. $\cos 66^\circ = \sin 66^\circ$

7. จากรูป กำหนดให้ \overline{AD} ยาว 8 หน่วย พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับเท่าใด



ก. $8(1 - \sqrt{3})$ ตารางหน่วย

ข. $16(1 + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย

ค. $24(1 - \sqrt{3})$ ตารางหน่วย

ง. $32(1 + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย

8. ต้นไม้สูง 6 เมตร มีเงาทอดยาวบนพื้นดิน $2\sqrt{3}$ เมตร มุมเงยจากปลายเงาของยอดไม้กับดวงอาทิตย์ มีขนาดกี่องศา

ก. 30°

ข. 45°

ค. 60°

ง. 90°

9. จากจุดบนยอดหน้าผาสูง 100 ฟุต ซึ่งหน้าผานี้อยู่ริมทะเล มองเห็นเรือลำหนึ่งเป็นมุมก้ม 30° องศา เรือลำนั้นอยู่ห่างจากหน้าผาเป็นระยะเท่าใด

ก. $100\sqrt{3}$ ฟุต

ข. $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ ฟุต

ค. $200\sqrt{3}$ ฟุต

ง. $\frac{200\sqrt{3}}{3}$ ฟุต

10. ปั้งกรยืนอยู่ห่างจากตึกหลังหนึ่งเป็นระยะ 40 เมตร ในแนวราบ ถ้าเขามองขึ้นไปเป็นมุมเงย 60 องศา จะมองเห็นยอดตึกพอดี ความสูงจากพื้นดินถึงระดับสายตาของปั้งกรเป็นระยะ 1.50 เมตร อยากทราบว่าตึกนั้นสูงประมาณกี่เมตร (กำหนดให้ $\sqrt{2} \approx 1.414$ และ $\sqrt{3} \approx 1.732$)
- ก. 56.56 เมตร
 - ข. 58.06 เมตร
 - ค. 69.28 เมตร
 - ง. 70.78 เมตร

เฉลยแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้
หน่วยที่ 12 : สามด้านสัมพันธ์กันด้วยอัตราส่วน

ตอนที่ 1

1. ข้อ ค

แนวคิด จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้

$$\text{จะได้ว่า } \sin A = \frac{BC}{AC}, \quad \cos A = \frac{AB}{AC}, \quad \tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{และ } \sin C = \frac{AB}{AC}, \quad \cos C = \frac{BC}{AC}, \quad \tan C = \frac{AB}{BC}$$

2. ข้อ ข

แนวคิด จากรูป หาความยาวด้าน YZ ได้ดังนี้

$$25^2 = YZ^2 + 20^2$$

$$625 = YZ^2 + 400$$

$$625 - 400 = YZ^2$$

$$YZ^2 = 225$$

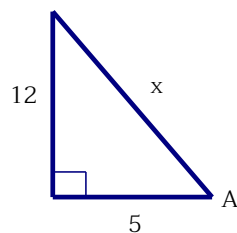
$$YZ = 15$$

$$\text{ดังนั้น } \cos Y = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

3. ข้อ ง

แนวคิด จาก $\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{12}{5}$

วาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้ดังนี้



ให้ x แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$

$$x^2 = 25 + 144$$

$$x^2 = 169$$

$$x = 13$$

$$\text{ดังนั้น } \sin A = \frac{12}{13}$$

4. ข้อ ก

แนวคิด จาก $\sin A = 0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$

$$\text{ดังนั้น } A = 30^\circ$$

5. ข้อ ข

$$\begin{aligned}\text{แนวคิด} \quad 8(\cos 30^\circ)^2[(\tan 60^\circ)^2 - (\sin 45^\circ)^2] &= 8\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \left[(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \right] \\ &= 8\left(\frac{3}{4}\right) \left[3 - \frac{1}{2} \right] \\ &= 8\left(\frac{3}{4}\right) \left[\frac{6}{2} - \frac{1}{2} \right] \\ &= 8\left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{5}{2}\right) \\ &= 15\end{aligned}$$

ดังนั้น $8(\cos 30^\circ)^2[(\tan 60^\circ)^2 - (\sin 45^\circ)^2]$ มีค่าเท่ากับ 15

6. ข้อ ค

แนวคิด จากตารางแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดเป็นจำนวนเต็ม (หน่วยเป็นองศา) กำหนดให้ $0^\circ < A < B < 90^\circ$

จะได้ว่า 1. $\sin A < \sin B$

2. $\cos A > \cos B$

และ เมื่อ $A + B = 90^\circ$ จะได้ว่า $\sin A = \cos B$

ดังนั้น $\sin 27^\circ = \cos 63^\circ$ เป็นจริง เนื่องจาก $27^\circ + 63^\circ = 90^\circ$

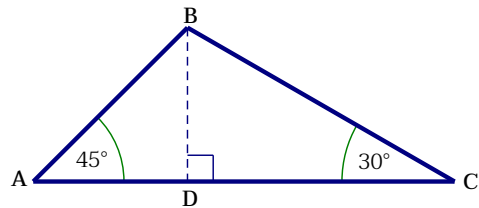
7. ข้อ ง

แนวคิด จากรูปสามเหลี่ยม ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว

จะได้ว่า $AD = BD = 8$ หน่วย

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BCD

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า} \quad \tan 30^\circ &= \frac{BD}{CD} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{8}{CD} \\ CD &= 8\sqrt{3}\end{aligned}$$

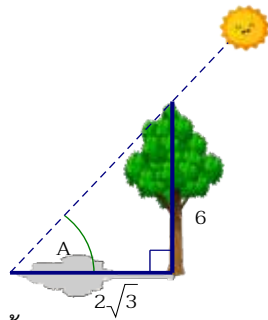


$$\begin{aligned}\text{จาก พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC} &= \frac{1}{2} \times BD \times AC \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times (8 + 8\sqrt{3}) \\ &= 4(8)(1 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่ากับ $32(1 + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย

8. ข้อ ค

แนวคิด จากสถานการณ์ที่กำหนด สามารถวาดรูปได้ ดังนี้

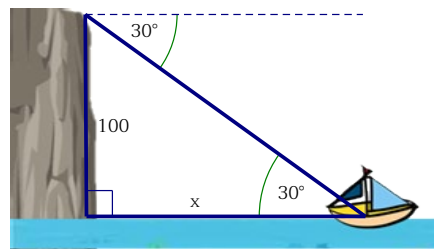


$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \tan A &= \frac{6}{2\sqrt{3}} \\ \tan A &= \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ \tan A &= \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \\ \tan A &= \tan 60^\circ \\ A &= 60^\circ \end{aligned}$$

ดังนั้น มุมเงยจากปลายเงาของยอดไม้กับดวงอาทิตย์ มีขนาด 60° องศา

9. ข้อ ก

แนวคิด จากสถานการณ์ที่กำหนด สามารถวาดรูปได้ ดังนี้



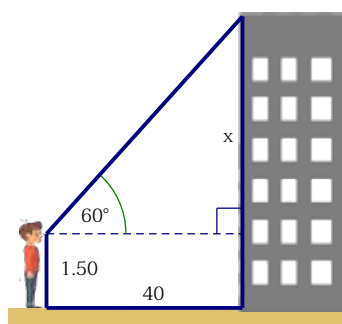
ให้ x แทน ระยะห่างระหว่างเรือกับหน้าผา

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \tan 30^\circ &= \frac{100}{x} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{100}{x} \\ x &= 100\sqrt{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น เรือลำนั้นอยู่ห่างจากหน้าผาเป็นระยะ $100\sqrt{3}$ ฟุต

10. ข้อ ง

แนวคิด จากสถานการณ์ที่กำหนด สามารถวาดรูปได้ ดังนี้



ให้ x แทน ความสูงของตึกตั้งแต่ระดับสายตาขึ้นไป

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \tan 60^\circ &= \frac{x}{40} \\ \sqrt{3} &= \frac{x}{40} \\ x &= 40\sqrt{3} \\ x &\approx 40 \times 1.732 \\ x &\approx 69.28 \end{aligned}$$

ดังนั้น ตึกสูง $69.28 + 1.50 = 70.78$ เมตร

เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม

เฉลยใบกิจกรรม 1 : สืบเสาะอัตราส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

คำชี้แจง ให้นักเรียนสำรวจความยาวของด้านและอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบันทึกค่าที่ได้และหาข้อความคาดการณ์

ตารางบันทึกความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 ขนาด ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมขนาดเท่ากัน

ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม	รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3
ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A	6	9	15
ความยาวของด้านประชิดมุม A	8	12	20
ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก	10	15	25

ตารางบันทึกค่าของอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านแต่ละคู่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 ขนาด ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมขนาดเท่ากัน (พร้อมแสดงอัตราส่วนเศษส่วนอย่างต่ำ)

อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม	ค่าของอัตราส่วนที่ได้จาก รูปที่ 1	ค่าของอัตราส่วนที่ได้จาก รูปที่ 2	ค่าของอัตราส่วนที่ได้จาก รูปที่ 3
$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$	$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	$\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$	$\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$
$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$	$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$	$\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$
$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$	$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

ข้อความคาดการณ์

เมื่อขนาดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเปลี่ยนไป แต่มีมุม A เป็นมุมแหลมขนาดเท่ากัน แล้วค่าของอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านแต่ละคู่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นอย่างไร

..... สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านแต่ละคู่ของมุมที่มีขนาดเท่ากัน จะมีค่าเท่ากัน



เคล็ดลับฝึกหัด 1 : อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก เมื่อพิจารณามุม A

\overline{BC} เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A

\overline{AC} เรียกว่า ด้านประชิดมุม A

และ \overline{AB} เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

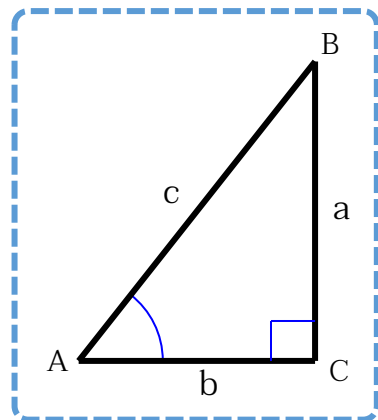


อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีดังนี้

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{b}{c}$$

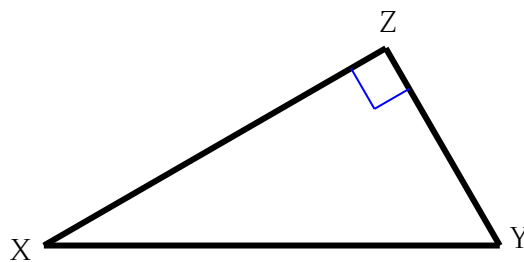
$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} = \frac{a}{b}$$



ตอนที่ 1



กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก XYZ ซึ่งมี $\angle Z$ เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาค่าต่อไปนี้



$$1. \sin X = \frac{YZ}{XY}$$

$$2. \cos X = \frac{XZ}{XY}$$

$$3. \tan X = \frac{YZ}{XZ}$$

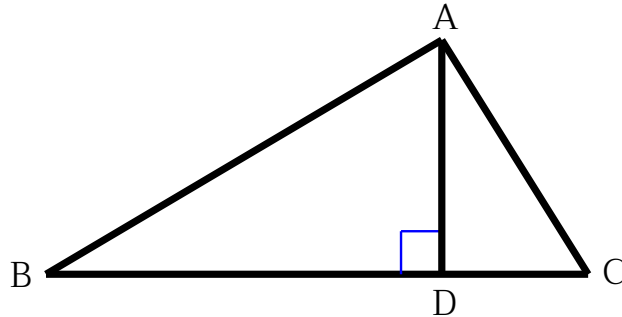
$$4. \sin Y = \frac{XZ}{XY}$$

$$5. \cos Y = \frac{YZ}{XY}$$

$$6. \tan Y = \frac{XZ}{YZ}$$

ตอนที่ 2

จากรูปและค่าของอัตราส่วนตรีโกณของมุมที่กำหนดให้ จงหาว่า X ในแต่ละข้อ คือมุมใด



1. $\sin X = \frac{AD}{AC}$ ดังนั้น X คือ \hat{ACD}

2. $\cos X = \frac{BD}{AB}$ ดังนั้น X คือ \hat{ABD}

3. $\tan X = \frac{CD}{AD}$ ดังนั้น X คือ \hat{CAD}

4. $\sin X = \frac{BD}{AB}$ ดังนั้น X คือ \hat{BAD}

5. $\cos X = \frac{CD}{AC}$ ดังนั้น X คือ \hat{ACD}

6. $\tan X = \frac{AD}{BD}$ ดังนั้น X คือ \hat{ABD}

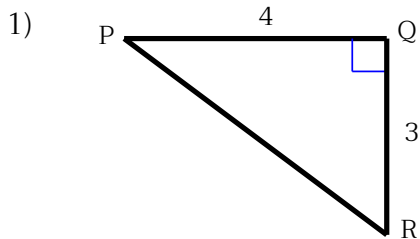


เฉลยใบกิจกรรม 2 : อัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมหรือข้อความที่กำหนดให้ แล้วแสดงการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องการต่อไปนี้



กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม ดังรูป จงหาค่าต่อไปนี้



หาความยาวของด้าน PR

จาก $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$PR^2 = 4^2 + 3^2$

$PR^2 = 16 + 9$

$PR^2 = 25$

$PR = 5$ หน่วย

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป

$\sin P = \frac{3}{5}$

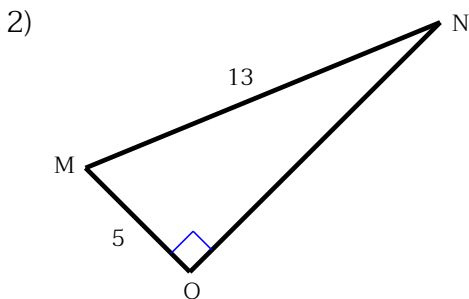
$\cos P = \frac{4}{5}$

$\tan P = \frac{3}{4}$

$\sin R = \frac{4}{5}$

$\cos R = \frac{3}{5}$

$\tan R = \frac{4}{3}$



หาความยาวของด้าน NO

จาก $MN^2 = MO^2 + NO^2$

$13^2 = 5^2 + NO^2$

$169 = 25 + NO^2$

$169 - 25 = NO^2$

$NO^2 = 144$

$NO = 12$ หน่วย

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก MNO จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่หายไป

$\sin M = \frac{12}{13}$

$\cos M = \frac{5}{13}$

$\tan M = \frac{12}{5}$

$\sin N = \frac{5}{13}$

$\cos N = \frac{12}{13}$

$\tan N = \frac{5}{12}$



เฉลยใบกิจกรรม 3 : ตามหาความยาวของด้าน

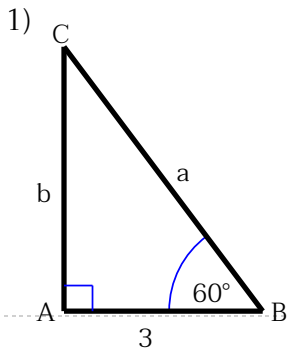


ตอนที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในการหาคำตอบ



1. จงหาค่า a และ b จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ต่อไปนี้



หาค่า a

$$\cos 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{a}$$

$$a = 3 \times 2$$

$$a = 6$$

หาค่า b

$$\tan 60^\circ = \frac{AC}{AB}$$

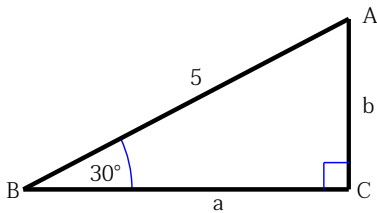
$$\sqrt{3} = \frac{b}{3}$$

$$3\sqrt{3} = b$$

$$b = 3\sqrt{3}$$



2)



หาค่า a

$$\cos 30^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{a}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 5 = a$$

$$a = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

หาค่า b

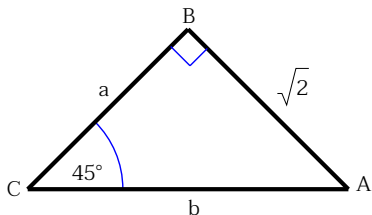
$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{b}{5}$$

$$\frac{5}{2} = b$$

$$b = \frac{5}{2}$$

3)



หาค่า a

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$1 = \frac{\sqrt{2}}{a}$$

$$a = \sqrt{2}$$

หาค่า b

$$\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC}$$

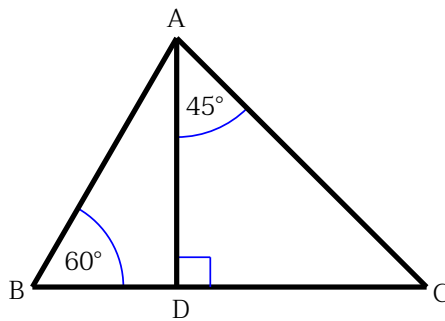
$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{b}$$

$$b = 2$$

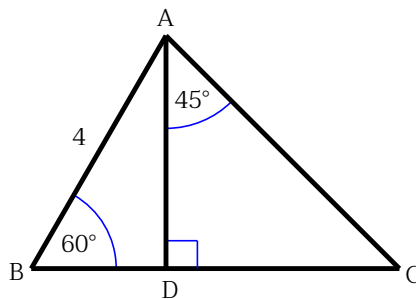
ตอนที่ 2



2. ให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้าน AB ยาว 4 หน่วย จงหาความยาวของด้าน AC



แนวคิด กำหนดให้ด้าน AB ยาว 4 หน่วย



หาความยาวของด้าน AD จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABD

จาก $\sin 60^\circ = \frac{AD}{AB}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{4}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = AD$
 $2\sqrt{3} = AD$

หาความยาวของด้าน AC จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACD

จาก $\cos 45^\circ = \frac{AD}{AC}$
 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{AC}$
 $AC = 2\sqrt{3} \times \sqrt{2}$
 $AC = 2\sqrt{6}$



ดังนั้น

ความยาวของด้าน AC เท่ากับ $2\sqrt{6}$ หน่วย



ตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ
ของมุมที่มีขนาดเป็นจำนวนเต็ม ระหว่าง 0 ถึง 90 องศา

A	sin A	cos A	tan A
1°	.017	.999	.017
2°	.035	.999	.035
3°	.052	.999	.052
4°	.070	.998	.070
5°	.087	.996	.087
6°	.105	.995	.105
7°	.122	.993	.123
8°	.139	.990	.141
9°	.156	.988	.158
10°	.174	.985	.176
11°	.191	.982	.194
12°	.208	.978	.213
13°	.225	.974	.231
14°	.242	.970	.249
15°	.259	.966	.268
16°	.276	.961	.287
17°	.292	.956	.306
18°	.309	.951	.325
19°	.326	.946	.344
20°	.342	.940	.364
21°	.358	.934	.384
22°	.375	.927	.404
23°	.391	.921	.424
24°	.407	.914	.445
25°	.423	.906	.466
26°	.438	.899	.488
27°	.454	.891	.510
28°	.469	.883	.532
29°	.485	.875	.554
30°	.500	.866	.577



**ตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ
ของมุมที่มีขนาดเป็นจำนวนเต็ม ระหว่าง 0 ถึง 90 องศา (ต่อ)**

A	sin A	cos A	tan A
31°	.515	.857	.601
32°	.530	.848	.625
33°	.545	.839	.649
34°	.559	.829	.675
35°	.574	.819	.700
36°	.588	.809	.727
37°	.602	.799	.754
38°	.616	.788	.781
39°	.629	.777	.810
40°	.643	.766	.839
41°	.656	.755	.869
42°	.669	.743	.900
43°	.682	.731	.933
44°	.695	.719	.966
45°	.707	.707	1.000
46°	.719	.695	1.036
47°	.731	.682	1.072
48°	.743	.669	1.111
49°	.755	.656	1.150
50°	.766	.643	1.192
51°	.777	.629	1.235
52°	.788	.616	1.280
53°	.799	.602	1.327
54°	.809	.588	1.376
55°	.819	.574	1.428
56°	.829	.559	1.483
57°	.839	.545	1.540
58°	.848	.530	1.600
59°	.857	.515	1.664
60°	.866	.500	1.732



**ตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ
ของมุมที่มีขนาดเป็นจำนวนเต็ม ระหว่าง 0 ถึง 90 องศา (ต่อ)**

A	sin A	cos A	tan A
61°	.875	.485	1.804
62°	.883	.469	1.881
63°	.891	.454	1.963
64°	.899	.438	2.050
65°	.906	.423	2.145
66°	.914	.407	2.246
67°	.921	.391	2.356
68°	.927	.375	2.475
69°	.934	.358	2.605
70°	.940	.342	2.748
71°	.946	.326	2.904
72°	.951	.309	3.078
73°	.956	.292	3.271
74°	.961	.276	3.487
75°	.966	.259	3.732
76°	.970	.242	4.011
77°	.974	.225	4.331
78°	.978	.208	4.705
79°	.982	.191	5.145
80°	.985	.174	5.671
81°	.988	.156	6.314
82°	.990	.139	7.115
83°	.993	.122	8.144
84°	.995	.105	9.514
85°	.996	.087	11.430
86°	.998	.070	14.301
87°	.999	.052	19.081
88°	.999	.035	28.636
89°	.999	.017	57.290



เฉลยแบบฝึกหัด 2 : กางตารางวางตำแหน่งอัตราส่วนตรีโกณมิติ



ตอนที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้



1. จงใช้ตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่อไปนี้

1) $\sin 11^\circ \approx \underline{0.191}$

2) $\cos 83^\circ \approx \underline{0.122}$

3) $\tan 72^\circ \approx \underline{3.078}$

4) $\sin 69^\circ \approx \underline{0.934}$

5) $\cos 24^\circ \approx \underline{0.914}$

6) $\tan 50^\circ \approx \underline{1.192}$

7) $\sin 36^\circ \approx \underline{0.588}$

8) $\cos 54^\circ \approx \underline{0.588}$

2. จงเติมเครื่องหมาย $>$, $<$ หรือ $=$ ลงในช่องว่าง เพื่อให้ประโยคเป็นจริง

1) $\sin 15^\circ \underline{<} \cos 15^\circ$

2) $\sin 80^\circ \underline{>} \sin 70^\circ$

3) $\tan 25^\circ \underline{>} \tan 18^\circ$

4) $\cos 75^\circ \underline{=} \sin 15^\circ$

5) $\sin 44^\circ \underline{<} \sin 46^\circ$

6) $\cos 49^\circ \underline{>} \cos 59^\circ$

7) $\sin 53^\circ \underline{=} \cos 37^\circ$

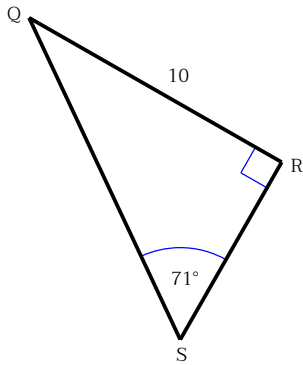
8) $\sin 1^\circ \underline{<} \cos 1^\circ$



ตอนที่ 2

3. จากรูป จงหาความยาวของด้าน QS (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

แนวคิด



หาความยาวด้าน QS

$$\text{จาก } \sin 71^\circ = \frac{QR}{QS}$$

$$0.946 \approx \frac{10}{QS}$$

$$QS \approx \frac{10}{0.946}$$

$$QS \approx 10.57$$

ดังนั้น

ความยาวของด้าน QS ประมาณ 10.57 หน่วย

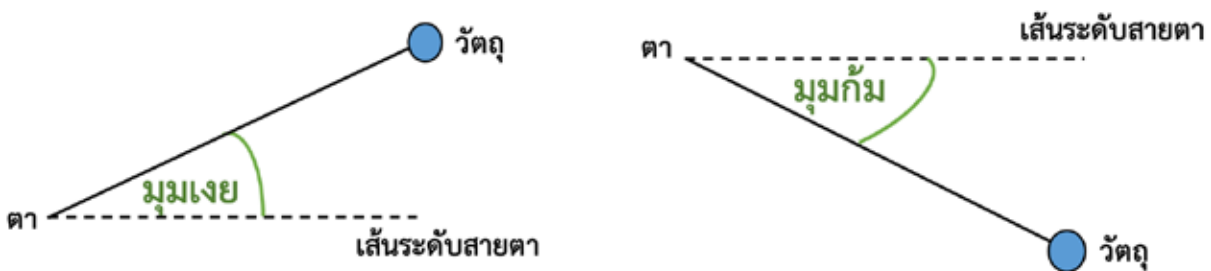




เฉลยใบกิจกรรม 4 : ภาพจำลองของสถานการณ์

การนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ
ควรมีความรู้เรื่องเส้นระดับสายตา มุมก้ม และมุมเงย ดังนี้

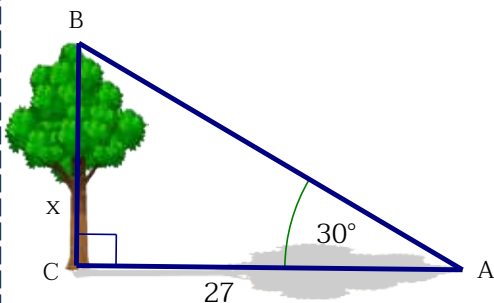
- **เส้นระดับสายตา** คือ แนวเส้นตรงที่ลากจากดวงตาของผู้สังเกตในแนวขนานกับพื้นราบ
- **มุมเงย** คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา
- **มุมก้ม** คือมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุอยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา



คำชี้แจง ให้นักเรียนวาดภาพร่างสถานการณ์ที่กำหนดโดยมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นส่วนประกอบ กำหนดชื่อและขนาดของมุมและความยาวต่าง ๆ ที่ทราบ (ให้ตัวแปร x แทนความยาวของด้านที่ต้องการ) แล้วแสดงการหาความยาวของด้านที่ต้องการต่อไปนี้

1. **สถานการณ์ที่ 1 :** ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาวบนพื้นราบเป็นระยะ 27 เมตร แนวของเส้นตรงที่ลากจากจุดปลายของเงาต้นไม้ไปยังยอดของต้นไม้ทำมุมเงย 30° องศา กับเงาของต้นไม้ ต้นไม้ต้นนี้สูงกี่เมตร

แนวความคิดวาดภาพจำลอง



แนวความคิดหาคำตอบ

วิธีทำ จากรูป ให้ x แทนความสูงของต้นไม้

จะได้ว่า $\tan 30^\circ = \frac{BC}{AC}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{27}$$

$$x = \frac{27}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{27}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

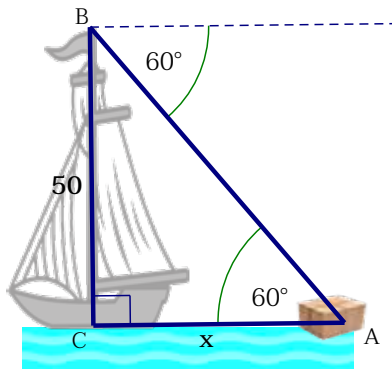
$$x = \frac{27\sqrt{3}}{3} = 9\sqrt{3}$$

นั่นคือ ต้นไม้สูง $9\sqrt{3}$ เมตร



2. สถานการณ์ที่ 2 : จากยอดเสากระโดงเรือซึ่งสูงจากผิวน้ำ 50 เมตร มองเห็นวัตถุซึ่งลอยน้ำเป็นมุมก้ม 60 องศา อยากทราบว่าระยะตามแนวนอนจากวัตถุถึงเสากระโดงเรือยาวกี่เมตร

แนวความคิดการวาดภาพจำลอง



แนวความคิดหาคำตอบ

วิธีทำ ให้ x แทนระยะตามแนวนอนที่ต้องการ

จะได้ว่า $\tan 60^\circ = \frac{BC}{AC}$

$$\sqrt{3} = \frac{50}{x}$$

$$x = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

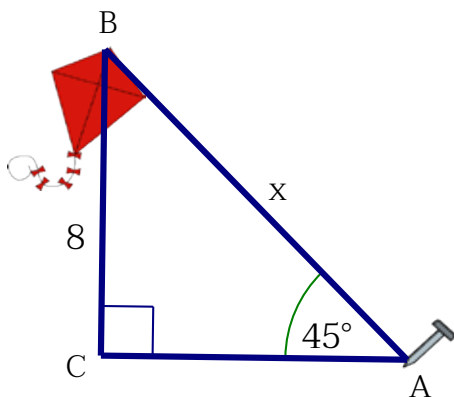
$$x = \frac{50}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{50\sqrt{3}}{3}$$

นั่นคือ วัตถุอยู่ห่างจากเสากระโดงเรือ $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ เมตร

3. สถานการณ์ที่ 3 : ว่าวตัวหนึ่งลอยอยู่บนท้องฟ้าสูงจากพื้นดิน 8 เมตร ซึ่งปลายเชือกของว่าวตัวนั้นถูกตรึงอยู่บนพื้น และพบว่ามุมเงยระหว่างเส้นเชือกกับพื้นราบมีขนาด 45 องศา จงหาความยาวของเชือกเส้นนั้น

แนวความคิดการวาดภาพจำลอง



แนวความคิดหาคำตอบ

วิธีทำ จากรูป ให้ x แทนความยาวของเชือก

จะได้ว่า $\sin 45^\circ = \frac{BC}{AB}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8}{x}$$

$$x = 8\sqrt{2}$$

นั่นคือ เชือกที่ผูกว่าวยาว $8\sqrt{2}$ เมตร



เฉลยใบกิจกรรม 5 : ปัญหาแก้ได้โดยใช้ตรีโกณมิติ

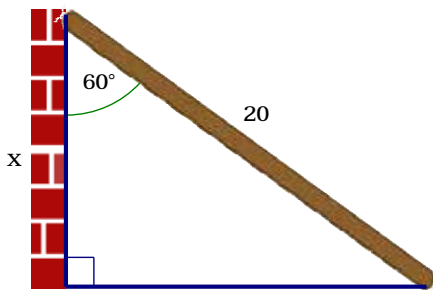
คำชี้แจง ให้นักเรียนวาดภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และแสดงวิธีการหาคำตอบของสถานการณ์ต่อไปนี้



กลุ่มที่ เริ่มต้นที่สถานการณ์ที่

1. สถานการณ์ที่ 1 : บ้านไผ่ยาว 20 เมตร วางพาดอยู่บนกำแพง โดยปลายบ้านไผ่ถึงขอบกำแพงพอดี ถ้าปลายบ้านไผ่ทำมุม 60 องศา กับกำแพง จงหาความสูงของกำแพง

แนวความคิดการวาดภาพจำลอง



แนวความคิดการหาคำตอบ

วิธีทำ จากรูป ให้ x แทนความสูงของกำแพง

จะได้ว่า $\cos 60^\circ = \frac{x}{20}$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{20}$$

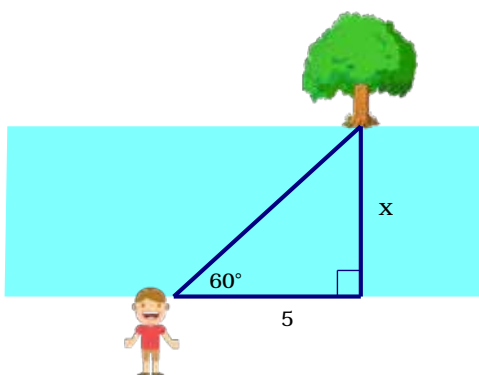
$$x = \frac{20}{2}$$

$$x = 10$$

นั่นคือ กำแพงสูง 10 เมตร

2. สถานการณ์ที่ 2 : บอลยีนอยู่บนฝั่งแม่น้ำแห่งหนึ่ง เขาอยากทราบความกว้างของแม่น้ำช่วงนั้น จึงใช้ต้นไม้ที่อยู่ฝั่งตรงข้ามเป็นจุดสังเกต แล้วเดินต่อไปในแนวเส้นตรงตามแนวฝั่งแม่น้ำไประยะทาง 5 เมตร แล้วหันกลับไปมองต้นไม้ที่ฝั่งตรงข้าม ถ้ามุมมองต้นไม้ที่ทำกับแนวฝั่งแม่น้ำเท่ากับ 60 องศา จงหาความกว้างของแม่น้ำช่วงนั้น

แนวความคิดการวาดภาพจำลอง



แนวความคิดการหาคำตอบ

วิธีทำ ให้ x แทน ความกว้างของแม่น้ำช่วงนั้น

จะได้ว่า $\tan 60^\circ = \frac{x}{5}$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{5}$$

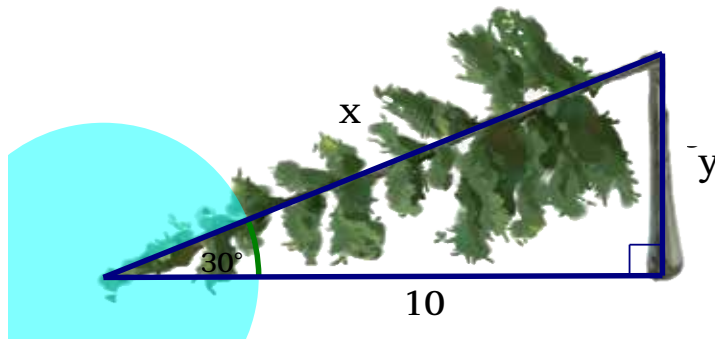
$$x = 5\sqrt{3}$$

นั่นคือ ความกว้างของแม่น้ำช่วงนั้น คือ $5\sqrt{3}$ เมตร



3. สถานการณ์ที่ 3 : ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกพายุพัดหักพับลงมาจากยอดจนยอดต้นไม้จรดพื้นดินทำมุมกับพื้นดิน 30 องศาพอดี ถ้ายอดต้นไม้อยู่ห่างจากโคนต้น 10 เมตร จงหาความสูงของต้นไม้ต้นนี้

แนวความคิดการวาดภาพจำลอง



แนวความคิดการหาคำตอบ

วิธีทำ จากรูป ให้ x แทน ความยาวของต้นไม้ส่วนที่หักจากยอดถึงจุดที่หัก

ให้ y แทน ความสูงของต้นไม้จากพื้นดินถึงจุดที่หัก

จะได้ว่า $\cos 30^\circ = \frac{10}{x}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{x}$$

$$\sqrt{3}x = 20$$

$$x = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

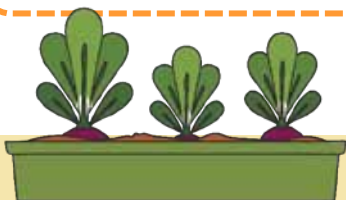
จากรูป จะได้ว่า $\tan 30^\circ = \frac{y}{10}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{10}$$

$$y = \frac{10}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

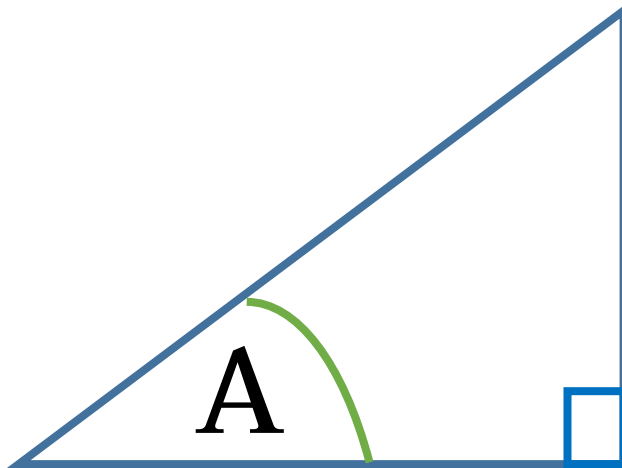
ดังนั้น ความสูงของต้นไม้เท่ากับ $x + y = \frac{20\sqrt{3}}{3} + \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$ เมตร



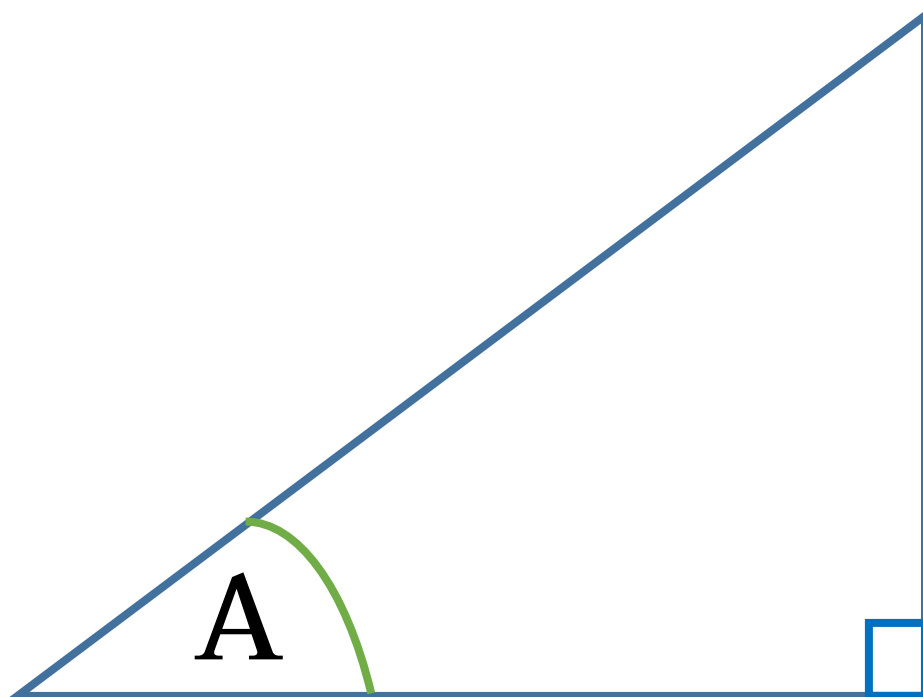
บัตรภาพ บัตรคำ และสื่อต่าง ๆ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม A เป็นมุมแหลม 3 ขนาด
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

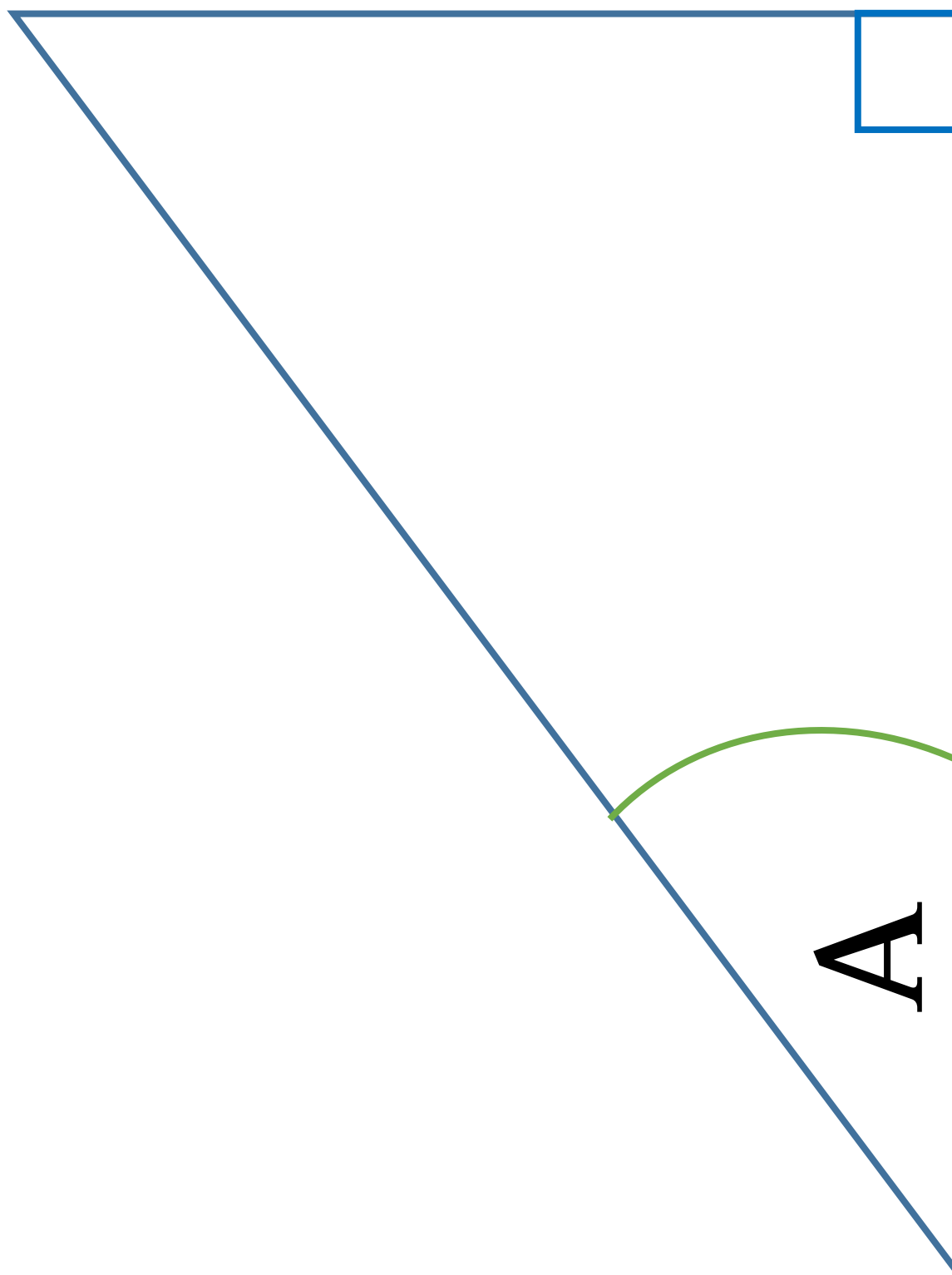
ขั้นที่ 1



ขั้นที่ 2



ชั้นที่ 3



แผ่นกระดาน bingo

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 4

ตาราง Bingo



ตาราง Bingo



ตาราง Bingo



ตาราง Bingo



สลากรตรีโกณ

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 4

$\sin 30^\circ$



$\cos 30^\circ$



$\tan 30^\circ$



$\sin 45^\circ$



$\cos 45^\circ$



$\tan 45^\circ$



$\sin 60^\circ$



$\cos 60^\circ$



$\tan 60^\circ$



$\frac{1}{2}$



$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$



1

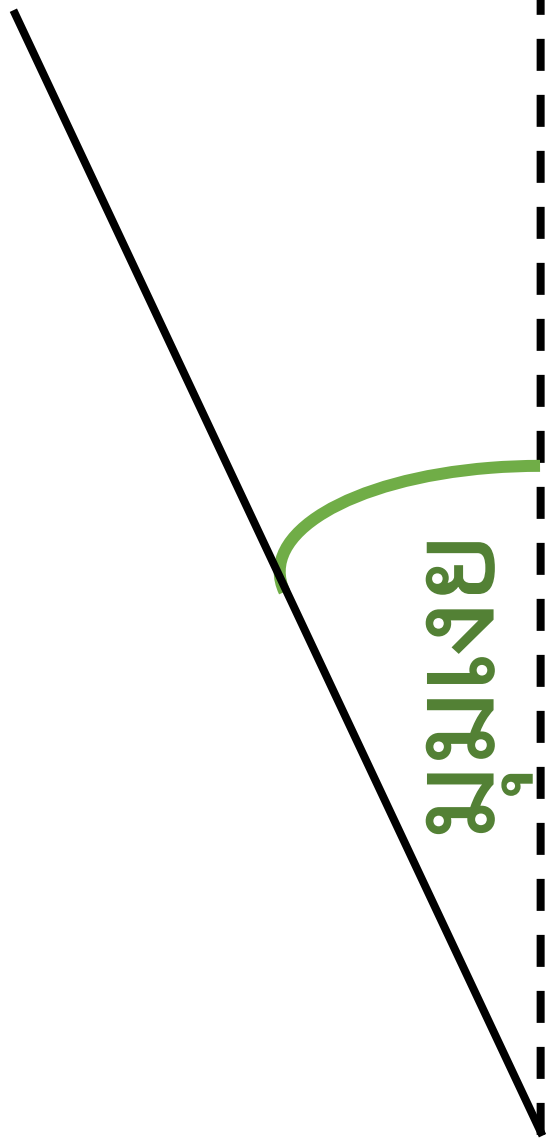
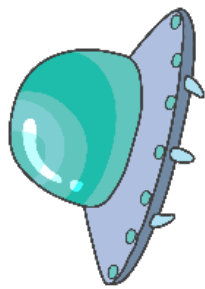


$\sqrt{3}$



บัตรภาพมัมเมย

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 7

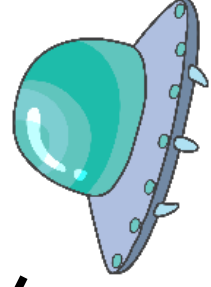


เส้นระดับสายตา

บัตรภาพมุมมอง

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 7

เส้นระดับสายตา



คำใบ้

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 8

สถานการณ์ที่ 1

ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ 20 เมตร

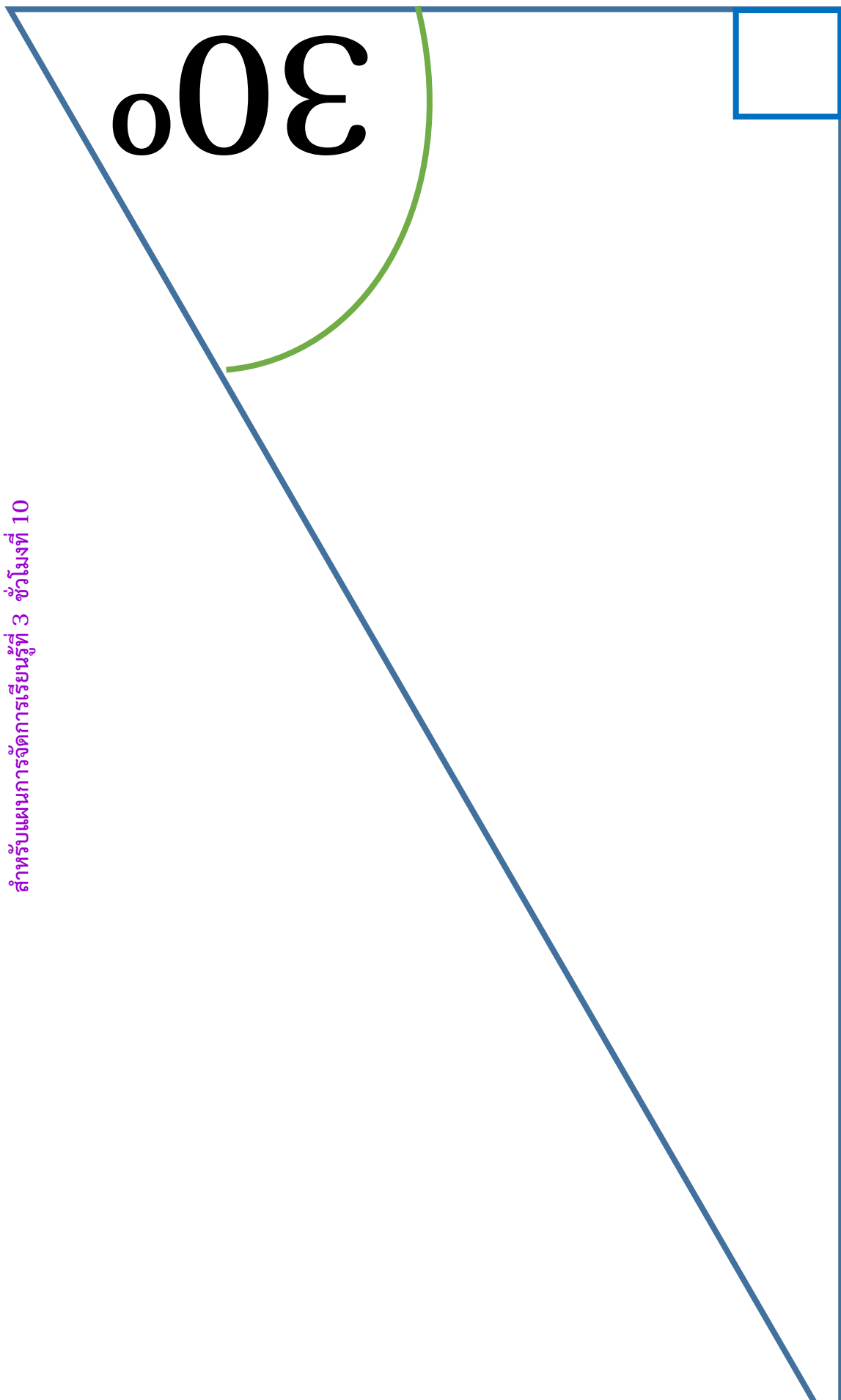
สถานการณ์ที่ 2

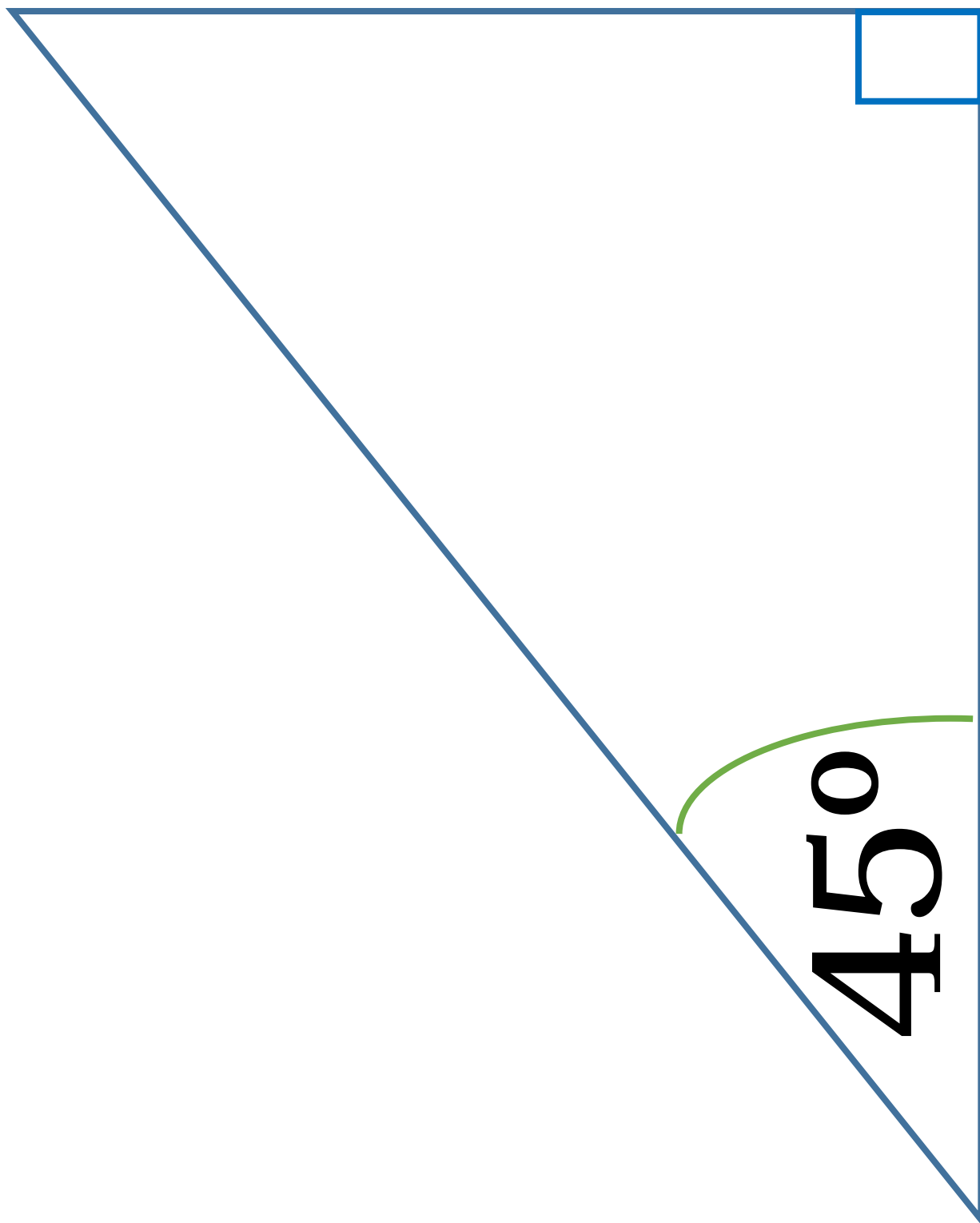
สิ่งที่โจทย์ถาม ให้เป็นตัวแปร x

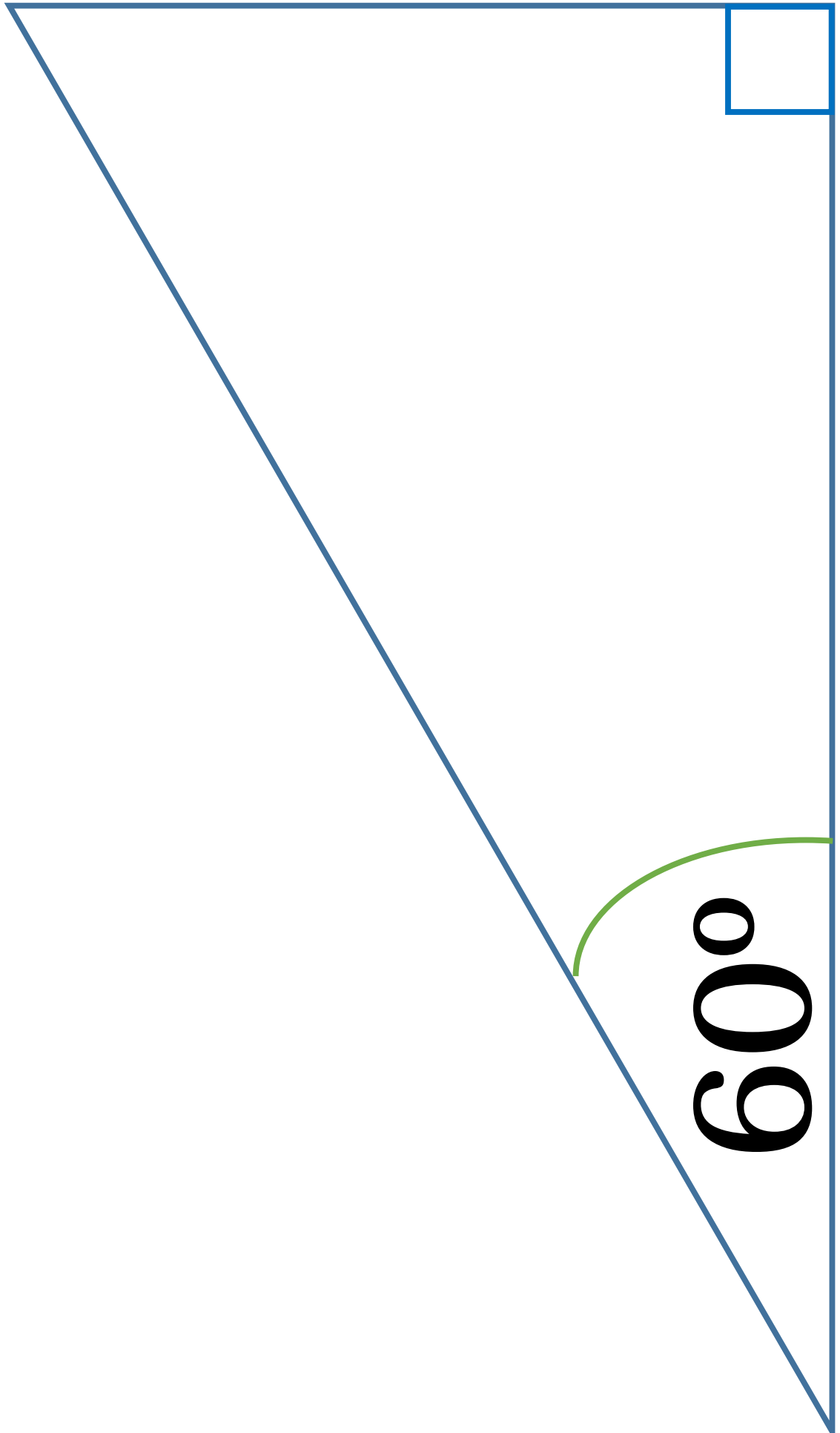
สถานการณ์ที่ 3

ความสูงของต้นไม้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมขนาด 30 องศา หรือ 45 องศา หรือ 60 องศา
สำหรับการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 10







บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2543). *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (พิมพ์ครั้งที่ 10)*. กรุงเทพฯ: นามมีบุ๊กส์พับลิเคชั่นส์.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2556). *พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (พิมพ์ครั้งที่ 10)*. กรุงเทพฯ: นามมีบุ๊กส์พับลิเคชั่นส์.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2558). *พจนานุกรมคำใหม่ เล่ม 1-2 ฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. กรุงเทพฯ: นามมีบุ๊กส์พับลิเคชั่นส์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. สืบค้นจาก www.scimath.org
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. สืบค้นจาก www.scimath.org
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2563). *สมรรถนะหลัก 5 ประการ*. เอกสารการประชุมปฏิบัติการพิจารณาและจัดทำตัวอย่างหน่วยการเรียนรู้ ภาคเรียนที่ 1 สัปดาห์ที่ 65 พรรษา ในวโรกาสที่สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี มีพระชนมายุ 65 พรรษา ณ โรงแรมแกรนด์ ทาวเวอร์ อินน์ กรุงเทพมหานคร 20 กรกฎาคม 2563. (เอกสารไม่ตีพิมพ์เผยแพร่)
- สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (2559). *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา (พิมพ์ครั้งที่ 11)*. กรุงเทพฯ: สหมิตรพรินติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง.

คณะผู้จัดทำ

ที่ปรึกษาสำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

คุณหญิงเกษมา วรวรรณ ณ อยุธยา	ที่ปรึกษาโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี
นายสมเกียรติ ชอบผล	ประจำสำนักพระราชวังพิเศษ ระดับ ๑๐
นางมณฑนา ศังฆะกฤษณ์	ข้าราชการบำนาญ

ที่ปรึกษา

นายอัมพร พิณะสา	เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายกวิทร์เกียรติ นนธ์พล	รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายสุชาติ วงศ์สุวรรณ	ข้าราชการบำนาญ
นายชัยพฤกษ์ เสรีรักษ์	ผู้ทรงคุณวุฒิ สำนักนโยบายและแผนการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
รองศาสตราจารย์ทศนา เขมมณี	ราชบัณฑิต
นางเบญจลักษณ์ น้ำฟ้า	ที่ปรึกษาพิเศษ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นางวัฒนาพร ระงับทุกข์	ที่ปรึกษาพิเศษ ศูนย์บริหารงานการพัฒนาศักยภาพบุคคลเพื่อความเป็นเลิศ
ศาสตราจารย์ชูกิจ ลิ้มปิฉ่างค์	ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางศรีนทร วิริยะสิรินันท์	ผู้อำนวยการโรงเรียนนานาชาติ เซนต์ แอนดรูวส์ กรุงเทพฯ
นางสาวรัตนา แสงบัวเผื่อน	ผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

ที่ปรึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวสุพรรณิชา ชาญประเสริฐ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายศรเทพ วรรณรัตน์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะผู้จัดทำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

- | | | |
|-----|------------------------------|---|
| ๑. | นายถนอมเกียรติ งานสกุล | ข้าราชการบำนาญ |
| ๒. | นางชนิสรา เมธภัทรศิริ | อาจารย์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต |
| ๓. | นางสาววัฒนา น้าแสงวานิช | อาจารย์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม |
| ๔. | นายรัฐพล กัลพล | อาจารย์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”
มหาวิทยาลัยบูรพา |
| ๕. | นายจักรพงษ์ ผิวนวล | อาจารย์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา |
| ๖. | นางสาวนิตา ชื่นอารมณ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| ๗. | นางสาววรรณารถ อยู่สุข | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| ๘. | นางสาวจันทร์นภา อุตตะมะ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| ๙. | นางสาวศศิวรรณ เมลืองนนท์ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| ๑๐. | นางสาวสิริวรรณ จันทร์กุล | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| ๑๑. | นายจิระเมศร์ รุจิกริธีร์ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| ๑๒. | นางสาวเสาวลักษณ์ สุวรรณชัยรบ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| ๑๓. | นางสาวใบอ้อ สามะกิจ | ครู โรงเรียนดาราสมุทร ศรีราชา
สำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน |
| ๑๔. | นางสาวสุวรรรัตน์ ทองพันชั่ง | ครู โรงเรียนปัญญาารคุณ
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต ๑ |
| ๑๕. | นางสาวอภิตา พันเส้ง | ครู โรงเรียนวิสุทธิรังษี
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาญจนบุรี |
| ๑๖. | นางอรทัย ย่อมสรระน้อย | ครู โรงเรียนร่องคำ
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์ |
| ๑๗. | นางสาวแพรวไหม สามารถ | ครู โรงเรียนอนุกุลนารี
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์ |
| ๑๘. | นายนาคิน สัจจะเขตต์ | ครู โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาขอนแก่น |
| ๑๙. | นายพจนวัฒน์ จารย์พรมมา | ครู โรงเรียนชลบุรี “สุขบท”
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาชลบุรี ระยอง |

๒๐. นางปาจิริย์ ชัยเพชร ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย ตรัง
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาตรัง กระบี่
๒๑. นางสาวรัตน์ รามแก้ว ครู โรงเรียนทุ่งสง
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครศรีธรรมราช
๒๒. นางสาวมิตา จันพูน ครู โรงเรียนทุ่งช้าง
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัศึกษาน่าน
๒๓. นางจริยา จันทร์เรือง ครู โรงเรียนประจวบวิทยาลัย
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาประจวบคีรีขันธ์
๒๔. นางสาวเกศินี เพ็ชรรุ่ง ครู โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร”
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาปราจีนบุรี นครนายก
๒๕. นายภาณุวัฒน์ เกียรติินฤมล ครู โรงเรียนบรบือ
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามหาสารคาม
๒๖. นางสาวอัจฉรา วันฤกษ์ ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย มุกดาหาร
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามุกดาหาร
๒๗. นายศราวุฒิ คล่องดี ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย มุกดาหาร
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามุกดาหาร
๒๘. นางสาวพรปวีณ์ ตาลจรุง ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย มุกดาหาร
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามุกดาหาร
๒๙. นายวีรยุทธ สร้อยเพชร ครู โรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ ในพระบรมราชานุเคราะห์
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๐. นายสุทธิรักษ์ สุขศิริสวัสดิกุล ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๑. นางสาวศศิกา อ่อนจร ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๒. นางมานิตา เจริญองอาจ ครู โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๓. นางสาวธิดารัตน์ นิมนุช ครู โรงเรียนศรีประจันต์ “เมธีประมุข”
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี
๓๔. นางสาวขวัญหทัย พิกุลทอง ครู โรงเรียนสวนแตงวิทยา
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี

๓๕. นายภานุพงษ์ วยะบุญ

ครู โรงเรียนกุมภวาปี

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี

๓๖. นายธนกร ชันตรีสกุล

ครู โรงเรียนอุดรพิทยานุกูล

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี

คณะกรรมการ

๑. รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง

ข้าราชการบำนาญ

๒. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ลัดดาวัลย์ เพ็ญสุภา

ข้าราชการบำนาญ

๓. ผู้ช่วยศาสตราจารย์มาลินท์ อธิธิรส

ข้าราชการบำนาญ

๔. นางสุวรรณา คล้ายกระแสด

ข้าราชการบำนาญ

๕. นายถนอมเกียรติ งานสกุล

ข้าราชการบำนาญ

๖. นางสาวจำเริญ เจียวหวาน

ข้าราชการบำนาญ

๗. นายคณัย ยังกง

นักวิชาการอิสระ

๘. นายสมนึก บุญพาไสว

นักวิชาการอิสระ

๙. ผู้ช่วยศาสตราจารย์จินดิษฐ์ ละออปักษิณ

อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

๑๐. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรจน์ น่วมน่วม

อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

๑๑. ศาสตราจารย์วิเชียร เลหาโกศล

อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

๑๒. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์

อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

๑๓. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วันดี เกษมสุขพิพัฒน์

อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

๑๔. รองศาสตราจารย์เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

อาจารย์ มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๕. นางนงนุช ผลทวี

ครู โรงเรียนทับปุดวิทยา

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพังงา ภูเก็ต ระนอง

๑๖. นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

๑๗. นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

๑๘. ว่าที่ร้อยเอกภณัฐ ก้วยเจริญพานิชก์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

๑๙. นางสาววรรณารถ อยู่สุข

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ผู้รับผิดชอบโครงการ

นางผาณิต ทวีศักดิ์	รองผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวพรทิพย์ ดินดี	ข้าราชการบำนาญ
นางสาวภัทรา ต่านวิวัฒน์	นักวิชาการศึกษา
	สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวอริฐาน คงช่วยสถิตย์	นักวิชาการศึกษา
	สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นายอภิศักดิ์ สิทธิเวช	นักวิชาการศึกษา
	สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวอัจฉราพร เทียงภักดิ์	นักวิชาการศึกษา
	สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวปรมาพร เรืองเจริญ	พนักงานธุรการ
	สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาววสินี เขียวเขิน	นักวิชาการศึกษา
	สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา



โครงการจัดทำสื่อ ๒๕ พรรษา
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

