





โครงการจัดทำสื่อ ๖๕ พรรษา  
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับนักเรียน)  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อ - ชื่อสกุล..... เลขที่.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... โรงเรียน.....

สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



# สารบัญ

## เนื้อหา

## หน้า

<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลองแปลงร่าง</b> .....	1
แบบฝึกหัด 1 : ใช่หรือไม่ใช่ .....	2
ใบกิจกรรม 1 : พาช้าวกลิ้งไปสวน .....	3
แบบฝึกหัด 2 : สมการนี้มีคำตอบ (1) .....	4
แบบฝึกหัด 3 : สมการนี้มีคำตอบ (2) .....	6
แบบฝึกหัด 4 : สมการนี้มีคำตอบ (3) .....	7
ใบกิจกรรม 2 : ช้าวกลิ้งชวนคิด .....	8
แบบฝึกหัด 5 : มีหรือไม่มีคำตอบ .....	9
แบบฝึกหัด 6 : โจทย์นี้มีคำตอบ (1) .....	11
ใบกิจกรรม 3 : ขนาดสวนของช้าวกลิ้ง .....	14
แบบฝึกหัด 7 : โจทย์นี้มีคำตอบ (2) .....	15
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 โค้งคว่ำ โค้งหงาย อธิบายปรากฏการณ์</b> .....	17
ใบกิจกรรม 1 : ตู๋เกมปริศนา .....	18
แบบฝึกหัด 1 : มีค่าเท่าไร .....	20
แบบฝึกหัด 2 : พาราโบลาหรือไม่ .....	21
ใบกิจกรรม 2 : ฉันทคือผู้โดดเดี่ยว .....	25
ใบกิจกรรม 3 : พยากรณ์ตัวฉัน (1) .....	26
ใบกิจกรรม 4 : เปลี่ยนไปอย่างไร .....	28
ใบกิจกรรม 5 : ตามหาตัวตน (1) .....	30
ใบกิจกรรม 6 : พยากรณ์ตัวฉัน (2) .....	32
ใบกิจกรรม 7 : ตามหาตัวตน (2) .....	36
ใบกิจกรรม 8 : พาช้าวปั้นเที่ยวสวนสนุก .....	37
ใบกิจกรรม 9 : โกลแคไหน .....	39
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 คล้ายนี้มีประโยชน์</b> .....	41
แบบฝึกหัด 1 : จับคู่ที่สมนัย หาได้ทั้งด้านและมุม .....	42
แบบฝึกหัด 2 : หามุม ถอดรหัส .....	43
แบบฝึกหัด 3 : หาด้าน ถอดรหัส .....	44
แบบฝึกหัด 4 : รู้อัตราส่วนของด้าน...ก็รู้ว่าคล้ายกัน .....	45
แบบฝึกหัด 5 : สูงและกว้างหาได้ ด้วยความคล้ายที่เรียน .....	47
ใบกิจกรรม 1 : เล็ง เล็ง เล็ง .....	49

## สารบัญ (ต่อ)

เนื้อหา	หน้า
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</b> .....	52
แบบฝึกหัด 1 : ส่วนไหน ชื่ออะไร .....	53
ใบกิจกรรม 1 : สำรวจมุมในวงกลม .....	54
แบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบถอตรงหัส (1) .....	55
แบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบถอตรงหัส (2) .....	56
แบบฝึกหัด 4 : จับคู่คำตอบถอตรงหัส (3) .....	57
ใบกิจกรรม 2 : วงล้อสัญลักษณ์ .....	59
แบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบถอตรงหัส (4) .....	64
แบบฝึกหัด 6 : จับคู่คำตอบถอตรงหัส (5) .....	65
ใบกิจกรรม 3 : จานกระเบื้องโบราณ .....	67
ใบกิจกรรม 4 : หาตำแหน่งปลูกต้นไม้ .....	68
แบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับรัศมี .....	70
แบบฝึกหัด 8 : เส้นสัมผัส ไม่ต้องวัดก็รู้ .....	71
ใบกิจกรรม 5 : วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม .....	73
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 อสมการกับพ่อค้ามือใหม่</b> .....	82
ใบกิจกรรม 1 : ความสัมพันธ์จากภาพ .....	83
แบบฝึกหัด 1 : ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ .....	85
แบบฝึกหัด 2 : กราฟแสดงคำตอบของอสมการ .....	86
ใบกิจกรรม 2 : จับคู่และจับคู่ .....	87
ใบกิจกรรม 3 : ตามหาตัวช่วยทีมบวก .....	88
ใบกิจกรรม 4 : ตามหาตัวช่วยทีมคูณ .....	89
ใบกิจกรรม 5 : จำนวนอะไรเอ่ย .....	90
แบบฝึกหัด 3 : โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว .....	91

## สารบัญ (ต่อ)

เนื้อหา	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 กล้องส่องการกระจาย .....	93
ใบกิจกรรม 1 : ทานอะไรดี ที่ไม่ใช่อะไรก็ได้ .....	94
แบบฝึกหัด 1 : หาควอร์ไทล์ .....	97
ใบกิจกรรม 2 : สมมุติว่าฉันเป็นครู .....	98
แบบฝึกหัด 2 : สร้างแผนภาพกล่อง .....	99
ใบกิจกรรม 3 : ถ้ามมาสร้างกล่อง .....	100
แบบฝึกหัด 3 : การอ่านและแปลความหมายจากแผนภาพกล่อง .....	103
ใบกิจกรรม 4 : ไม่ประมาท การ์ดอย่าตก .....	105



# หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

## กำลังสองลองแปลงร่าง



## แบบฝึกหัด 1 : ใช่หรือไม่ใช่

### ตอนที่ 1

**คำชี้แจง** จงพิจารณาสมการต่อไปนี้ ว่าเป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ โดยเขียน ✓ ลงในช่องที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

#### สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คือสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2 ซึ่งมีรูปทั่วไป คือ  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$



ข้อ	สมการ	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	
		เป็น	ไม่เป็น
1	$x^2 + 9 = 0$		
2	$5 - 3x = 2$		
3	$x^2 - 10x = 13$		
4	$0 = 6y^2 - 5$		
5	$m^2 + 2n + 1 = 0$		
6	$y(y - 2) = 0$		
7	$9x^2 = 0$		
8	$m^2 + 5m - 2 - m^2 = 0$		
9	$(x - 3)(x + 2) = 0$		
10	$3z^2 + z + 12 = 3z^2$		

### ตอนที่ 2

**คำชี้แจง** จงเขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทั่วไป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  พร้อมทั้งเติมค่า  $a, b$  และ  $c$  ลงในตารางให้สมบูรณ์

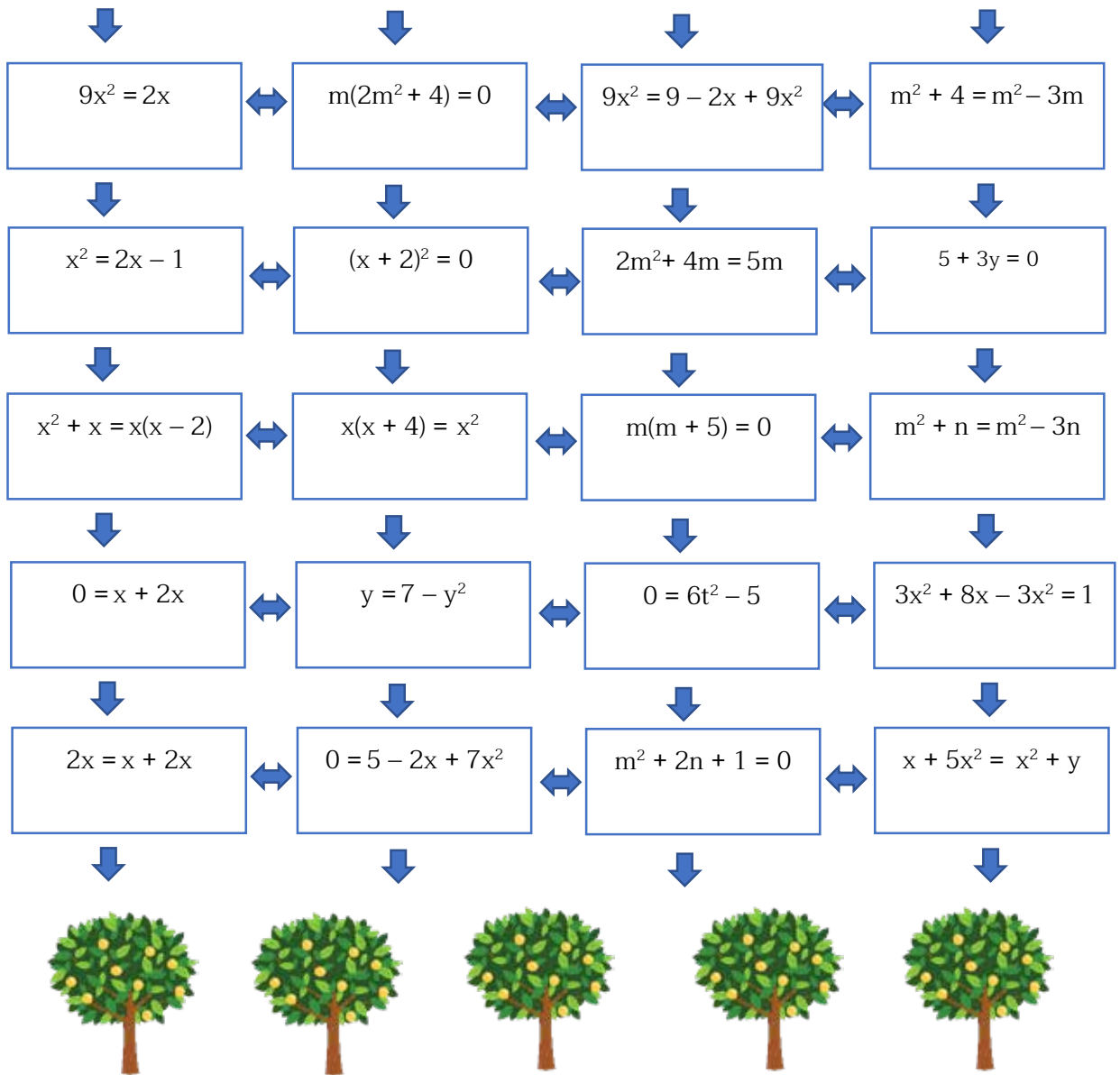
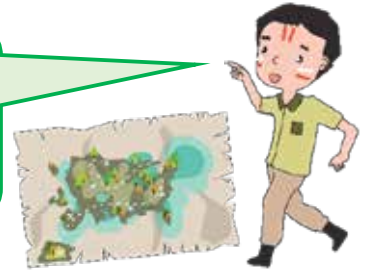
ข้อ	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	รูปทั่วไป	a	b	c
1	$m^2 - 2m = 6$				
2	$2x^2 + 4 = x$				



# ใบกิจกรรม 1 : พาข้าวกล้องไปสวน

คำชี้แจง ให้นักเรียนลากเส้นหรือระบายสีไปตามเส้นทางที่จะไปสวนผลไม้ของข้าวกล้อง ซึ่งต้องเป็นเส้นทางสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเท่านั้น

ข้าวกล้องต้องการไปเก็บผลไม้ที่สวน แต่เส้นทางที่ข้าวกล้องจะไปสวนผลไม้ นั้น ต้องเป็นเส้นทางสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเท่านั้น เพื่อน ๆ ช่วยข้าวกล้องหาเส้นทางไปสวนผลไม้หน่อยครับ



## แบบฝึกหัด 2 : สมการนี้มีคำตอบ (1)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ โดยใช้การแยกตัวประกอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบที่ได้

คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง ซึ่งคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวอาจมีคำตอบได้ 2 คำตอบหรือ 1 คำตอบ หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

การหาคำตอบของสมการ ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม และสมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า “ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$  หรือ  $b = 0$ ”

0. จงแก้สมการ  $x^2 - x = 6$

วิธีทำ  $x^2 - x = 6$   
 $x^2 - x - 6 = 0$   
 $(x - 3)(x + 2) = 0$   
จะได้ว่า  $(x - 3) = 0$  หรือ  $(x + 2) = 0$   
 $x = 3$  หรือ  $x = -2$

ตรวจสอบ

แทนค่า  $x$  ด้วย 3

จะได้ว่า  $(3)^2 - (3) = 6$   
 $9 - 3 = 6$   
 $6 = 6$

แทนค่า  $x$  ด้วย -2

$(-2)^2 - (-2) = 6$   
 $4 + 2 = 6$   
 $6 = 6$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 3 และ -2

1. จงแก้สมการ  $x^2 - 12x + 20 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงแก้สมการ  $m^2 - 8m = 9$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงแก้สมการ  $3w^2 = 8 - 2w$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## แบบฝึกหัด 3 : สมการนี้มีคำตอบ (2)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยใช้การแยกตัวประกอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบที่ได้

1.  $x^2 + 9x = 0$

วิธีทำ



ดังนั้น คำตอบของสมการคือ



2.  $y^2 = 10y - 25$

วิธีทำ



ดังนั้น คำตอบของสมการคือ



3.  $3z^2 = -10z - 3$

วิธีทำ

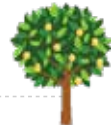


ดังนั้น คำตอบของสมการคือ



4.  $x(x + 13) = -30$

วิธีทำ



ดังนั้น คำตอบของสมการคือ



## แบบฝึกหัด 4 : สมการนี้มีคำตอบ (3)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์หรือสูตรผลต่างของกำลังสองในการแยกตัวประกอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบที่ได้

สูตรกำลังสองสมบูรณ์

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

สูตรผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



1. จงแก้สมการ  $x^2 - 16 = 0$

วิธีทำ

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ

2. จงแก้สมการ  $x^2 = 225$

วิธีทำ

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ

3. จงแก้สมการ  $x^2 - 10x + 25 = 0$

วิธีทำ

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ

## ใบกิจกรรม 2 : ข้าวกล้องชวนคิด

คำชี้แจง ให้นักเรียนช่วยข้าวกล้องหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$

❖ ถ้า  $b^2 - 4ac \geq 0$  แล้วจะมีจำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

❖ ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ



ข้อ 1

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

วิธีทำ

ข้อ 2

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

วิธีทำ

ข้อ 3

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

วิธีทำ

## แบบฝึกหัด 5 : มีหรือไม่มีคำตอบ

คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  เป็นดังนี้



- ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  และจะมีจำนวนจริง 2 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ คือ  $-\frac{b}{2a}$
- ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร

0. จงแก้สมการ  $x^2 - 12x + 11 = 0$

**วิธีทำ** จากสมการที่กำหนดให้ จะได้  $a = 1, b = -12$  และ  $c = 11$

ดังนั้น  $b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(1)(11) = 144 - 44 = 100$

จากสูตรจะได้  $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)}$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$x = \frac{12 \pm 10}{2}$$

ดังนั้น  $x = \frac{12+10}{2}$  หรือ  $x = \frac{12-10}{2}$

จะได้  $x = 11$  หรือ  $x = 1$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 11 และ 1

1. จงแก้สมการ  $x^2 - 3x - 10 = 0$



2. จงแก้สมการ  $x^2 - 2x + 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. จงแก้สมการ  $16x^2 - 8x + 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....

 **ทำให้ลอง** 4. จงแก้สมการ  $z^2 + 4z + 1 = 0$   
วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## แบบฝึกหัด 6 : โจทย์นี้มีคำตอบ (1)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์



1. จงหาจำนวนคี่บวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันและมีผลคูณเท่ากับ 99

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. จงหาจำนวนคู่ลบสองจำนวนที่อยู่ติดกันและมีผลคูณเท่ากับ 120

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. ผลคูณของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งกับจำนวนเต็มที่น้อยกว่าจำนวนนั้นอยู่ 13 เท่ากับ  $-40$  จงหาจำนวนเต็มสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





4. จงหาจำนวนคู่บวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันและมีผลคูณเท่ากับ 360

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

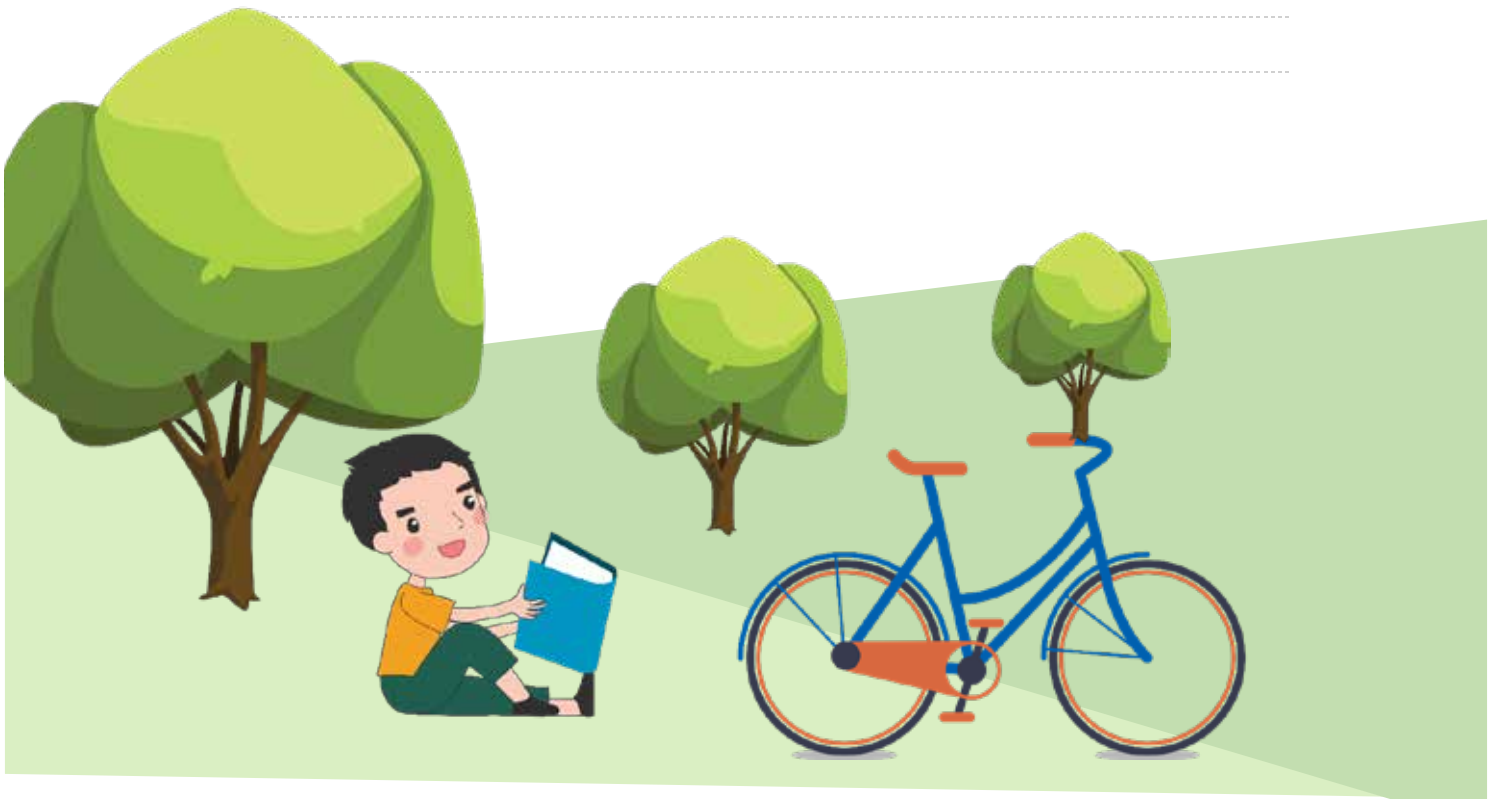
.....

.....

.....

.....

.....



### ใบกิจกรรม 3 : ขนาดสวนของข้าวกล้อง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนช่วยข้าวกล้องหาความยาวและความกว้างของสวนของข้าวกล้องจากโจทย์ที่กำหนด แล้วอภิปรายหาขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว



สวนผลไม้ของข้าวกล้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 10 เมตร ถ้าสวนผลไม้ของข้าวกล้องมีพื้นที่ 600 ตารางเมตร สวนผลไม้ของข้าวกล้องจะมีความกว้างและความยาวเท่าใด

จากการหาขนาดสวนของข้าวกล้อง นักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างไร  
ตอบ

## แบบฝึกหัด 7 : โจทย์นี้มีคำตอบ (2)



ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

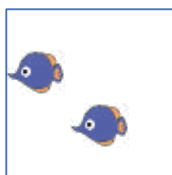
ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์



1. ชาวคลองต้องการสร้างบ่อปลาให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยที่บ่อนี้มีพื้นที่ 144 ตารางเมตร ชาวคลองจะต้องสร้างบ่อปลาที่มีความยาวแต่ละด้านเท่ากับเท่าใด



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

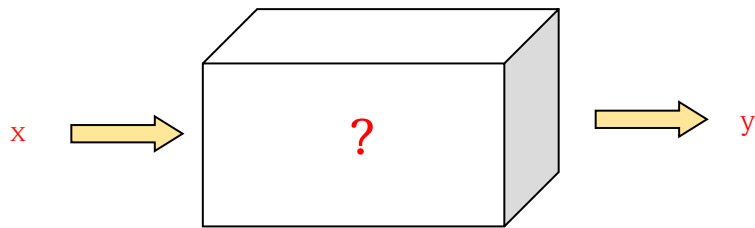
### โค้งคว่ำ โค้งหงาย อธิบายปรากฏการณ์



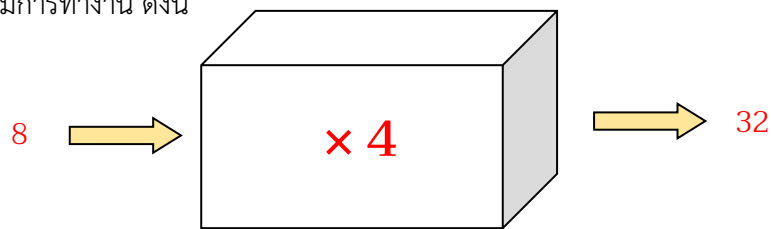
## ใบกิจกรรม 1 : ตุ้เกมปริศนา

ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสังเกตการทำงานของตุ้เกม โดยตุ้เกมนี้จะรับค่าหนึ่งค่า (x) เข้าไป ผ่านกระบวนการตามทีแต่ละตุ้ถูกกำหนดค่าสั่งไว้ แล้วให้ผลลัพธ์ (y) ออกมาหนึ่งค่า ดังตัวอย่าง

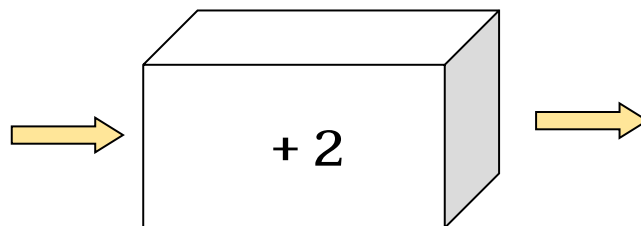


เมื่อรับค่า  $x = 8$  จะมีการทำงาน ดังนี้



จากตุ้เกมในแต่ละข้อต่อไปนี ให้นักเรียนใส่ค่า x ตามที่กำหนดให้จากตาราง แล้วเติมผลลัพธ์ y ให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่า x และ y ในรูปสมการ

1.



x	y
-4	
-2	
0	
2	
4	



ความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y สามารถเขียนในรูปสมการ คือ  $y = \dots\dots\dots$

2.



x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

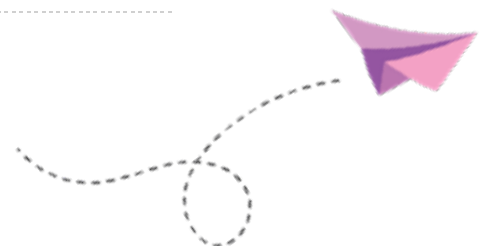
ความสัมพันธ์ระหว่าง  $x$  กับ  $y$  สามารถเขียนในรูปสมการ คือ  $y = \dots\dots\dots$

3.



x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

ความสัมพันธ์ระหว่าง  $x$  กับ  $y$   
สามารถเขียนในรูปสมการ คือ  $y = \dots\dots\dots$



## แบบฝึกหัด 1 : มีค่าเท่าไร

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบจากฟังก์ชันที่กำหนด

ตัวอย่าง  $f(x) = -2x^2 + 3$  จงหา  $f(-1)$

$$\begin{aligned} f(-1) &= -2(-1)^2 + 3 \\ &= -2(1) + 3 \\ &= -2 + 3 = 1 \end{aligned}$$



1.  $f(x) = 4x - 7$  จงหา  $f(-5)$

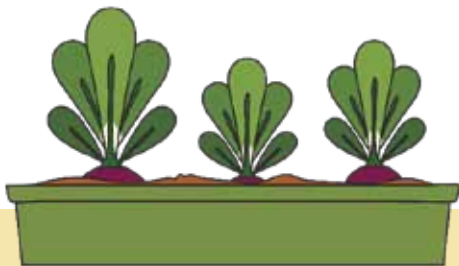
2.  $g(x) = (3 - 2x) + 10$  จงหา  $g(3)$



3.  $h(x) = 2(x - 5)^2$  จงหา  $h(-4)$

5.  $p(x) = (1 - 2x^2) - 5$  จงหา  $p(2)$

4.  $k(x) = \frac{3x^2 + 5}{4}$  จงหา  $k(-1)$



## แบบฝึกหัด 2 : พาราโบลาหรือไม่

### ตอนที่ 1

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนพิจารณาสมการที่กำหนด แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงใน  เพื่อระบุว่าสมการนั้นเป็นสมการพาราโบลาหรือไม่ พร้อมทั้งระบุเหตุผลประกอบ

สมการของพาราโบลา  
สามารถเขียนให้อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$   
เมื่อ  $x, y$  เป็นตัวแปร และ  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว  
โดยที่  $a \neq 0$



1.  $y = -3x + 4$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....

2.  $f(x) = -2x + x^2 - 8$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....

3.  $g(x) = 6x^3 - 4x^2$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....



4.  $h(x) = -11x^2$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....

5.  $k(x) = 4 - 5x^2$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

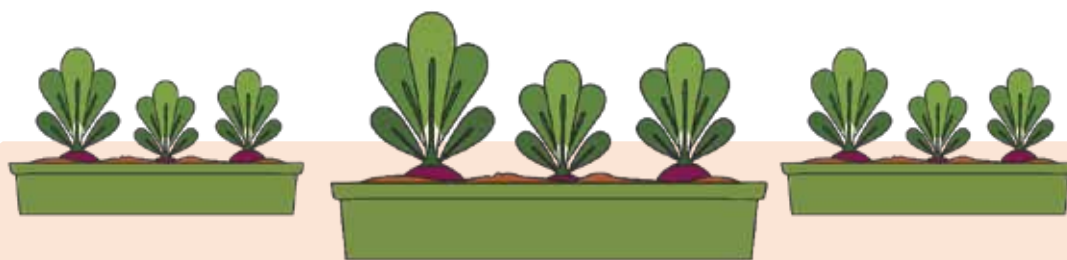
ไม่เป็น เพราะ .....

6.  $f(x) = 2x^2 - x^3$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....



## ตอนที่ 2

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนพิจารณาสมการที่กำหนด แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงใน  เพื่อระบุว่าสมการนั้นเป็นสมการพาราโบลาหรือไม่ พร้อมทั้งระบุเหตุผลประกอบ



จำได้หรือไม่

สมการของพาราโบลา  
สามารถเขียนให้อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$   
เมื่อ  $x, y$  เป็นตัวแปร และ  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว  
โดยที่  $a \neq 0$

1.  $y = -x(x + 6)$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....

$b =$  .....

และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....

2.  $g(x) = 3x(x^2 - 5) + 1$

เป็น เพราะ .....

โดยที่  $a =$  .....

$b =$  .....

และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....



3.  $h(x) = -2(x + 3)^2 - 4$

เป็น เพราะ .....

.....

.....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....

.....

4.  $k(x) = x^2(4 - x) + x^3$

เป็น เพราะ .....

.....

โดยที่  $a =$  .....  $b =$  ..... และ  $c =$  .....

ไม่เป็น เพราะ .....

.....

ถ้าสมการไม่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$   
โดยตรงจะทำอย่างไรนะ



## ใบกิจกรรม 2 : ฉันคือผู้โดดเดี่ยว



ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนหาสมการที่โดดเดี่ยว โดยอ่านข้อความที่กำหนด จากนั้นโยงเส้นจับคู่สมการที่สอดคล้องกับแต่ละข้อความ จะได้สมการที่โดดเดี่ยวคือสมการที่ไม่มีข้อความที่สอดคล้องกัน ให้เติมสมการนั้นในช่องว่างที่กำหนด

เป็นฟังก์ชันกำลังสอง โดยที่ a และ b เป็นจำนวนคี่ ส่วน c เป็นจำนวนคู่

ไม่เป็นฟังก์ชันกำลังสอง เนื่องจากไม่มีพจน์ของ  $ax^2$  ปรากฏในสมการ

เป็นฟังก์ชันกำลังสองที่ไม่มีพจน์ของ bx ปรากฏในสมการ

$$y = x^2 + 3x - 4$$

$$y = -2x^2 - 3x$$

$$y = x(x - 5)^2$$

$$y = 12x + 6$$

$$y = (x + 2)^2 - 1$$

$$y = 2(3x^2) - 6x^2$$

เป็นฟังก์ชันกำลังสอง โดยที่  $a = 1, b = 4$  และ  $c = 3$

ไม่เป็นฟังก์ชันกำลังสอง เนื่องจากมีพจน์ที่เป็นกำลังสามเกินมา และพจน์นั้นเป็นบวก

ไม่เป็นฟังก์ชันกำลังสอง เนื่องจากจัดรูปแล้วพบว่า  $a = 0, b = 0$  และ  $c = 0$



สมการที่โดดเดี่ยว คือ .....





## ใบกิจกรรม 3 : พยากรณ์ตัวฉัน (1)

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

### ตอนที่ 1

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนคาดเดาลักษณะของกราฟพาราโบลาจากสมการที่กำหนด โดยการเติมข้อมูลในตารางให้สมบูรณ์ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปเขียนกราฟอย่างง่าย

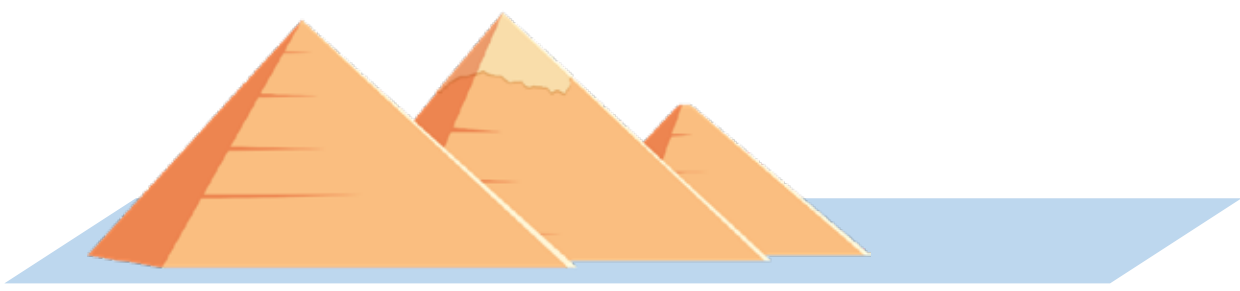
สมการ	ลักษณะของพาราโบลา	จุดวกกลับ		ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y	แกนสมมาตรของกราฟ
		จุดต่ำสุด	จุดสูงสุด		
1. $y = x^2$					
2. $y = \frac{1}{2}x^2$					
3. $y = \frac{1}{5}x^2$					
4. $y = 5x^2$					
5. $y = \frac{1}{10}x^2$					

ให้นักเรียนเขียนกราฟจากสมการที่กลุ่มของตนเองได้รับตามขั้นตอนต่อไปนี้ และตอบคำถาม

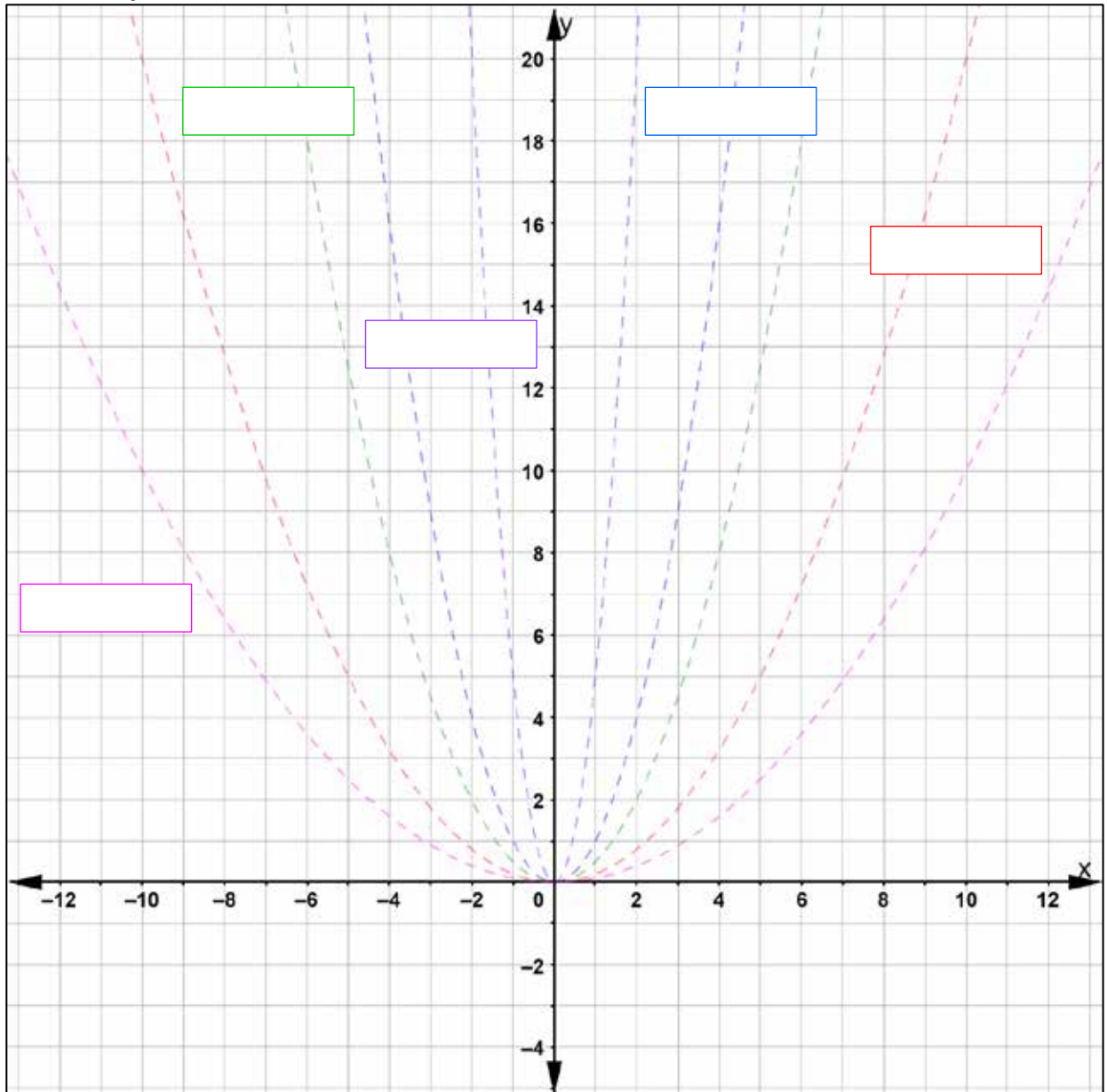
- ให้นักเรียนกำหนดค่าของ x และเติมค่าของ y ที่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ ลงในตาราง

สมการที่ได้รับ คือ .....

x					



2. นำคู่อันดับ  $(x, y)$  จากตารางในข้อที่ 1 มาเขียนกราฟของสมการ



**ตอนที่ 2**

3. ให้นักเรียนเขียนกราฟของเพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ลงในกราฟข้อ 2. โดยใช้แกนคู่เดียวกัน จากนั้นพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อที่ 2. แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

กราฟจากแต่ละสมการจะบานน้อยหรือบานมากขึ้นอยู่กับค่าใด อย่างไร

.....

.....

.....

## ใบกิจกรรม 4 : เปลี่ยนไปอย่างไร

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

### ตอนที่ 1

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนคาดเดาลักษณะของกราฟพาราโบลาจากสมการที่กำหนด โดยการเติมข้อมูลในตารางให้สมบูรณ์ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้อธิบายกราฟอย่างง่าย

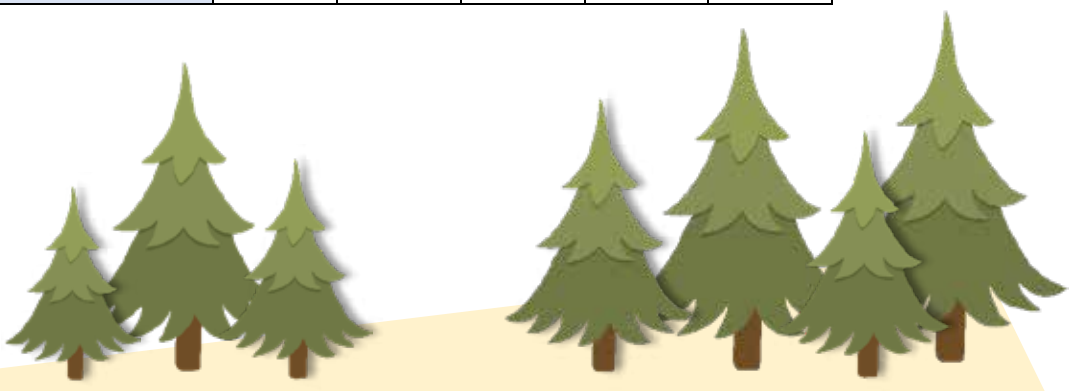
สมการ	ลักษณะของพาราโบลา	จุดวกกลับ		ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y	แกนสมมาตรของกราฟ
		จุดต่ำสุด	จุดสูงสุด		
1. $y = -x^2$					
2. $y = -\frac{1}{2}x^2$					
3. $y = -3x^2$					
4. $y = -\frac{1}{5}x^2$					
5. $y = -5x^2$					

ให้นักเรียนเขียนกราฟจากสมการที่กลุ่มของตนเองได้รับตามขั้นตอนต่อไปนี้ และตอบคำถาม

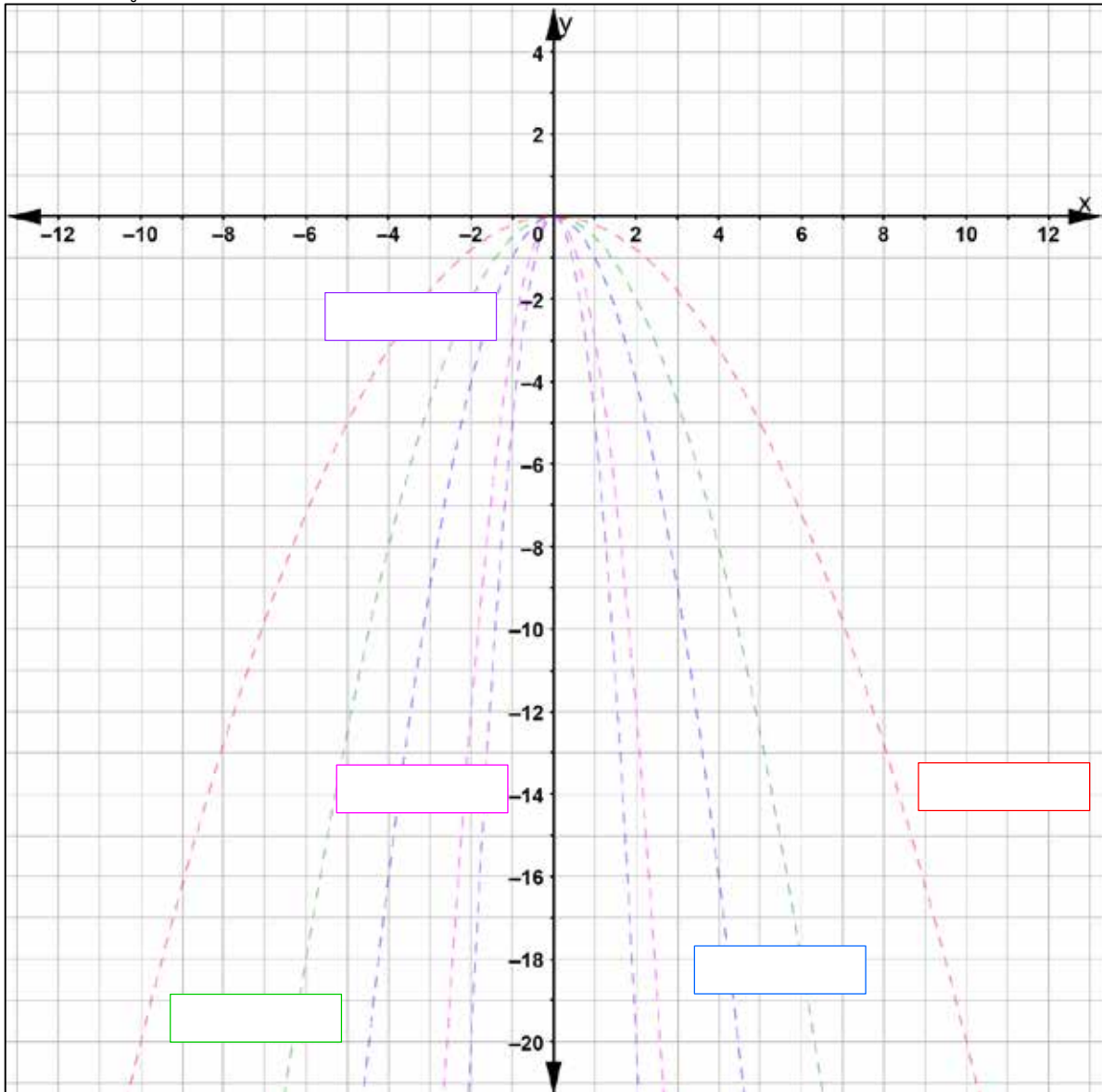
- ให้นักเรียนกำหนดค่าของ x และเติมค่าของ y ที่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ ลงในตาราง

สมการที่ได้รับ คือ .....

x					



2. นำคู่อันดับ  $(x, y)$  จากตารางในข้อที่ 1 มาเขียนกราฟของสมการ



**ตอนที่ 2**

3. ให้นักเรียนเขียนกราฟของเพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ลงในกราฟข้อ 2. โดยใช้แกนคู่เดียวกัน จากนั้นพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อที่ 2. แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

กราฟจากแต่ละสมการจะบานน้อยหรือบานมากขึ้นอยู่กับค่าใด อย่างไร

.....

.....

.....

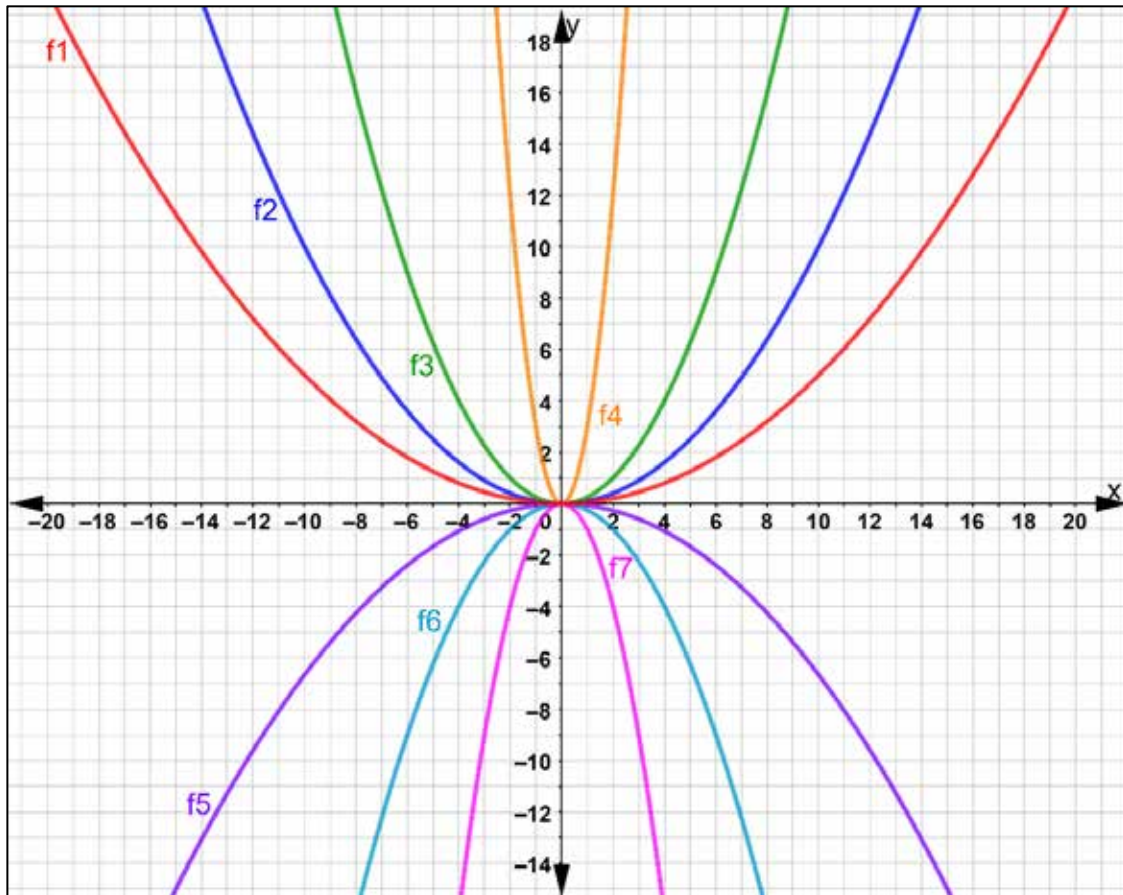


## ใบกิจกรรม 5 : ตามหาตัวตน (1)

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนจับคู่สมการที่กำหนดให้ในรูป  $y = ax^2$  โดยที่  $a \neq 0$  กับกราฟที่มีความสอดคล้องกัน

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| 1) $y = 3x^2$             | สอดคล้องกับกราฟ ..... |
| 2) $y = \frac{1}{10}x^2$  | สอดคล้องกับกราฟ ..... |
| 3) $y = -\frac{1}{15}x^2$ | สอดคล้องกับกราฟ ..... |
| 4) $y = -\frac{1}{4}x^2$  | สอดคล้องกับกราฟ ..... |
| 5) $y = \frac{1}{20}x^2$  | สอดคล้องกับกราฟ ..... |
| 6) $y = -x^2$             | สอดคล้องกับกราฟ ..... |
| 7) $y = \frac{1}{4}x^2$   | สอดคล้องกับกราฟ ..... |



คำตอบที่ได้เป็นไปตามลักษณะของกราฟของสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  ดังนี้

- กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y เป็นแกนสมมาตร
  - ถ้า  $a > 0$  กราฟเป็นพาราโบลาหงาย มีจุดต่ำสุดอยู่ที่  $(0, 0)$  และมีค่าต่ำสุดเป็น 0
  - ถ้า  $a < 0$  กราฟเป็นพาราโบลาคอว่ามีจุดสูงสุดอยู่ที่  $(0, 0)$  มีและค่าสูงสุดเป็น 0
- กราฟจะบานมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่า  $a$  กล่าวคือ ถ้า  $|a|$  มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ กราฟจะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ ในทางกลับกัน ถ้า  $|a|$  มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ กราฟจะบานน้อยลงเรื่อย ๆ



ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ม. .... ห้อง ..... เลขที่ .....

ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ม. .... ห้อง ..... เลขที่ .....

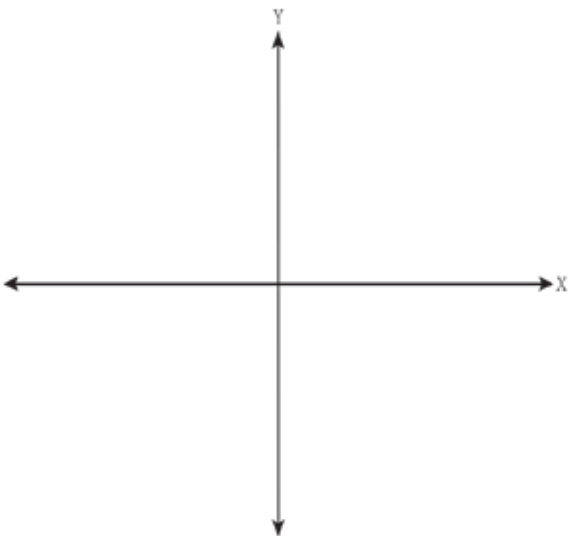


**ตอนที่ 1**

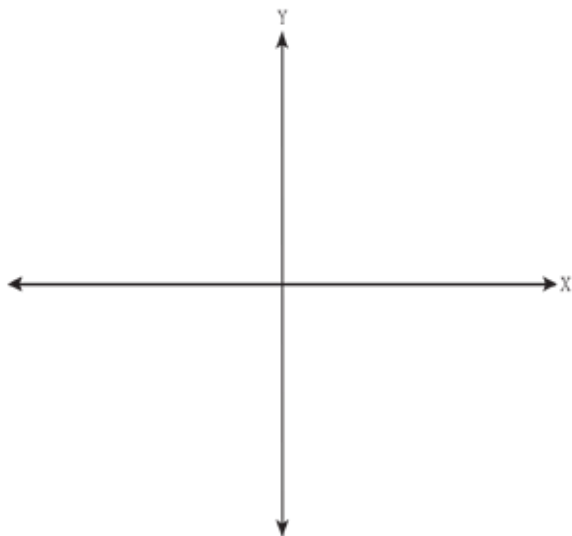
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนคาดเดาลักษณะกราฟของสมการของพาราโบลาจากสมการที่กำหนด โดยการเติมข้อมูลในตารางให้สมบูรณ์ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปเขียนกราฟอย่างง่าย

สมการ	ลักษณะของพาราโบลา	จุดวกกลับ		ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y	แกนสมมาตรของกราฟ
		จุดต่ำสุด	จุดสูงสุด		
1. $y = 3(x - 2)^2 + 1$					
2. $y = -2(x + 1)^2 - 3$					

ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากตารางมาเขียนแสดงกราฟอย่างง่าย



$y = 3(x - 2)^2 + 1$



$y = -2(x + 1)^2 - 3$



ตอนที่ 2



2. ให้นักเรียนเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้

1)  $y = 3(x - 2)^2 + 1$

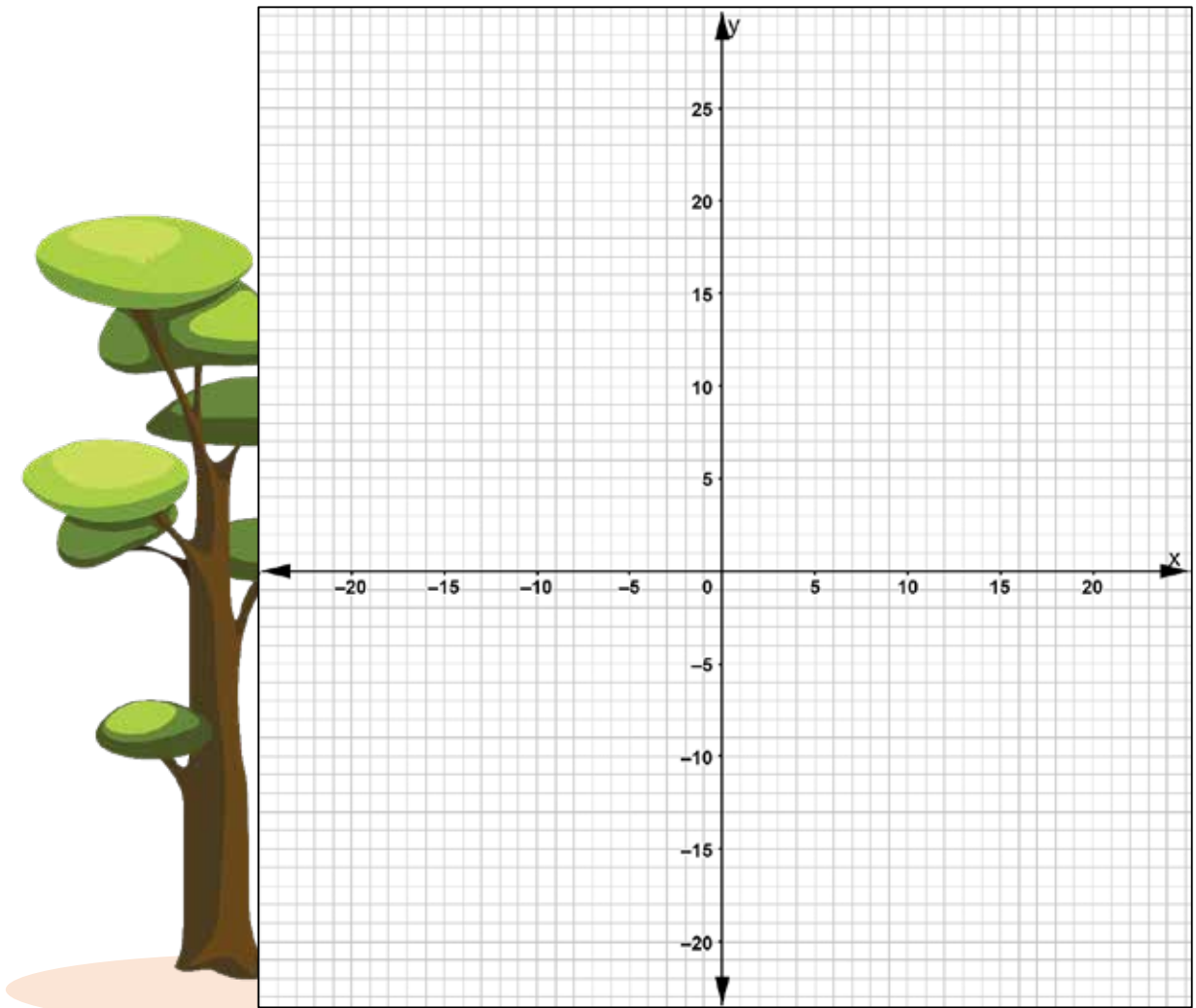
วิธีทำ .....

.....

.....

x	-1	0	1	2	3	4	5
$y = 3(x - 2)^2 + 1$							

นำคู่อันดับ (x, y) ในตารางมาเขียนกราฟ และจะได้กราฟของสมการ  $y = 3(x - 2)^2 + 1$  ดังนี้





2)  $y = -2(x + 1)^2 - 3$

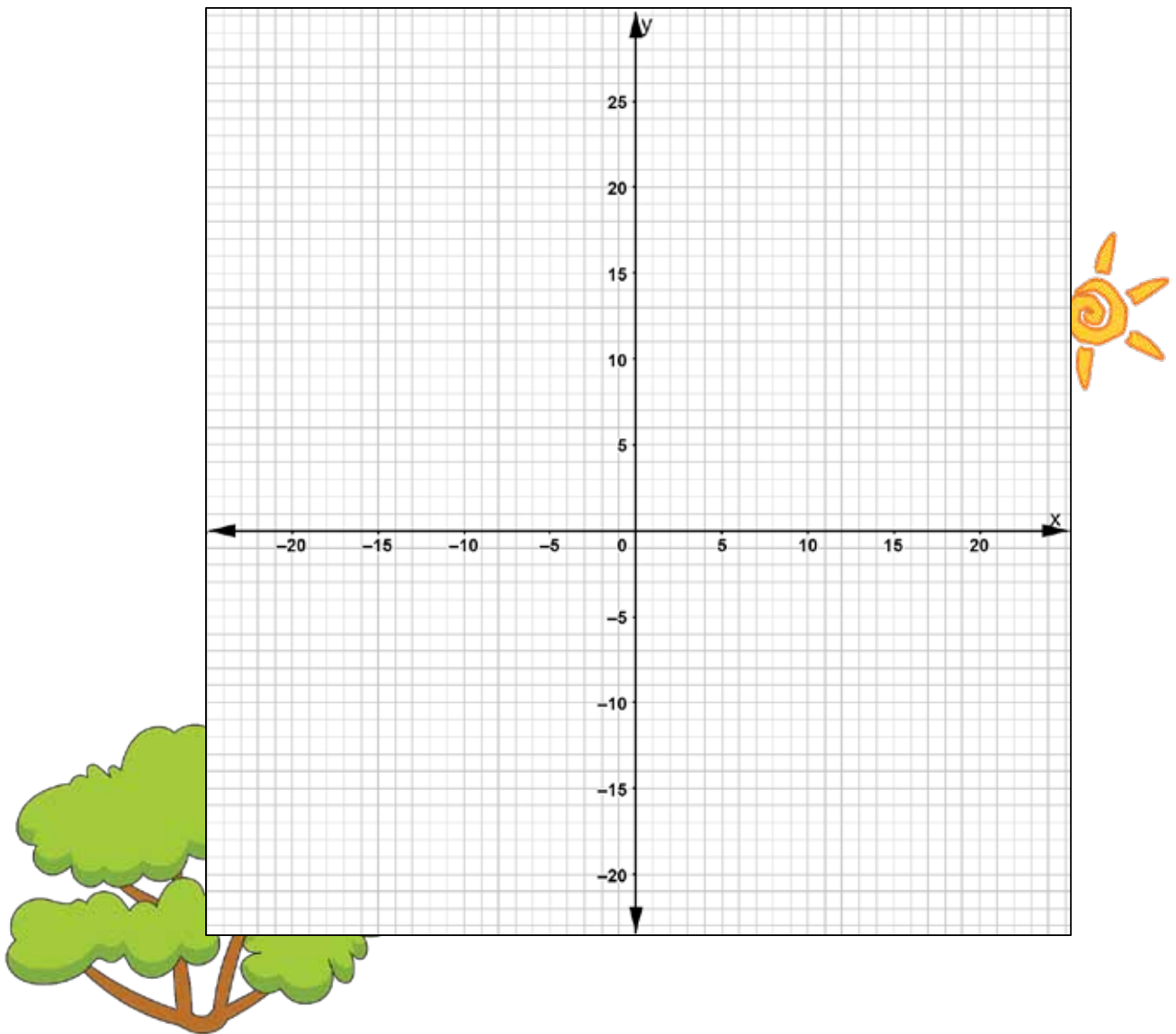
วิธีทำ .....

.....

.....

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y = -2(x + 1)^2 - 3$							

นำคู่อันดับ (x, y) ในตารางมาเขียนกราฟ และจะได้กราฟของ  $y = -2(x + 1)^2 - 3$  ดังนี้





ลักษณะทั่วไปของพาราโบลาที่อยู่ในรูป  $y = a(x - h)^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  จะได้กราฟของพาราโบลาเป็นรูปสมมาตร มีเส้นตรง  $x = h$  เป็นแกนสมมาตร

- ถ้า  $a > 0$  กราฟเป็นพาราโบลาหงาย มีจุดต่ำสุดที่จุด  $(h, k)$  และมีค่าต่ำสุด เท่ากับ  $k$
- ถ้า  $a < 0$  กราฟเป็นพาราโบลาคั่ว มีจุดสูงสุดที่จุด  $(h, k)$  และมีค่าสูงสุด เท่ากับ  $k$

ซึ่งกราฟจะบานมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่า  $a$  กล่าวคือ ถ้า  $|a|$  มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ กราฟจะมีลักษณะที่บานมากขึ้นเรื่อย ๆ ในทางกลับกัน ถ้า  $|a|$  มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ กราฟจะมีลักษณะที่บานน้อยลงเรื่อย ๆ

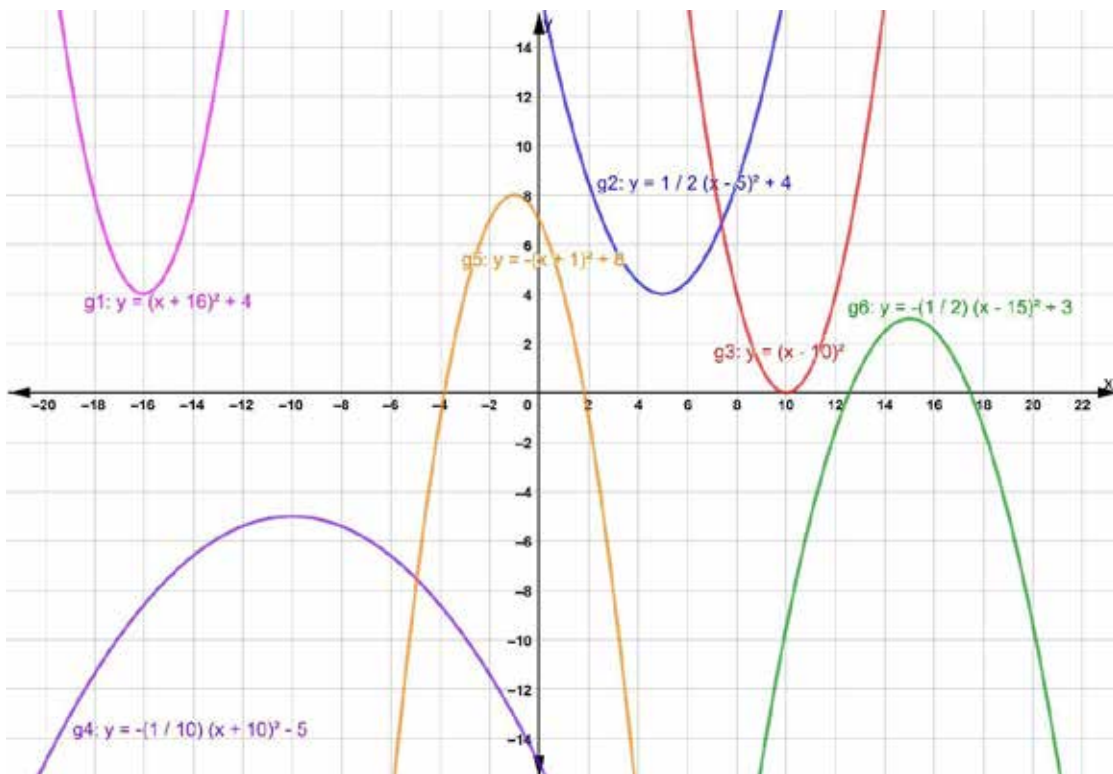


## ใบกิจกรรม 7 : ตามหาตัวตน (2)

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนจับคู่สมการที่กำหนดให้ในรูป  $y = ax^2$  โดยที่  $a \neq 0$  กับกราฟที่มีความสอดคล้องกัน

- 1)  $y = -(x + 1)^2 + 8$  สอดคล้องกับกราฟ .....
- 2)  $y = -\frac{1}{10}(x + 10)^2 - 5$  สอดคล้องกับกราฟ .....
- 3)  $y = -\frac{1}{2}(x - 15)^2 + 3$  สอดคล้องกับกราฟ .....
- 4)  $y = (x - 10)^2$  สอดคล้องกับกราฟ .....
- 5)  $y = \frac{1}{2}(x - 5)^2 + 4$  สอดคล้องกับกราฟ .....
- 6)  $y = (x + 16)^2 + 4$  สอดคล้องกับกราฟ .....





## ใบกิจกรรม 8 : พาช้าวปั้นเที่ยวสวนสนุก

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนช่วยพาช้าวปั้นเที่ยวสวนสนุกโดยจับคู่สมการของพาราโบลา กับกราฟที่กำหนดให้ จากนั้นให้นำตัวอักษรที่กำกับอยู่บนภาพที่แสดงกราฟมาเรียงต่อกันเป็นชื่อสถานที่ปริศนาในสวนสนุก

1)  $y = 4x^2$  .....

2)  $y = -2x^2$  .....

3)  $y = -(x - 2)^2 + 1$  .....

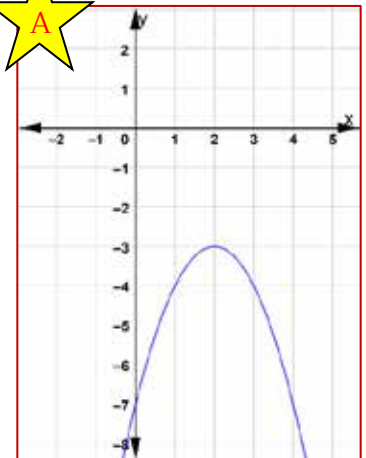
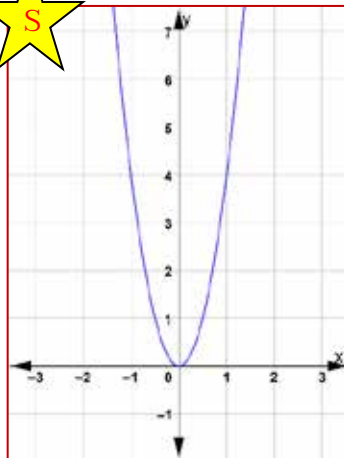
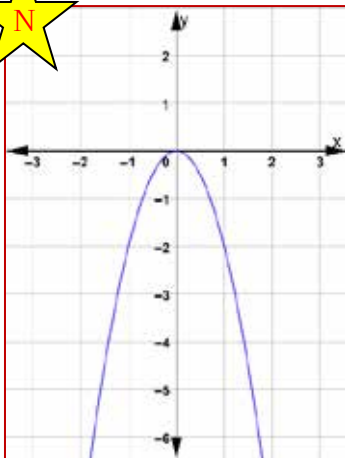
4)  $y = (x - 2)^2 + 1$  .....

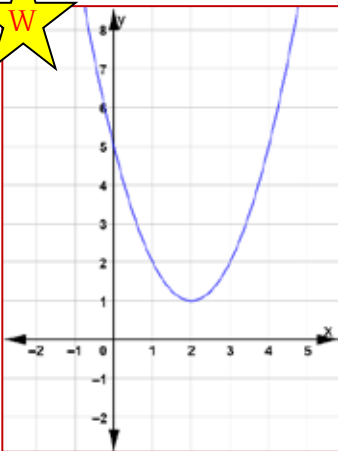
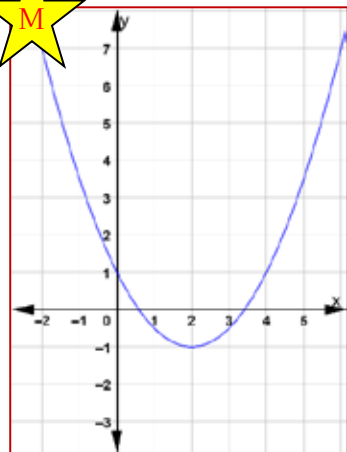
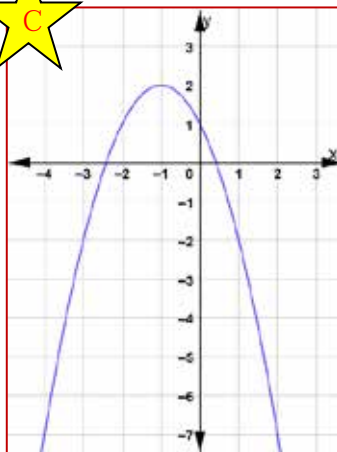
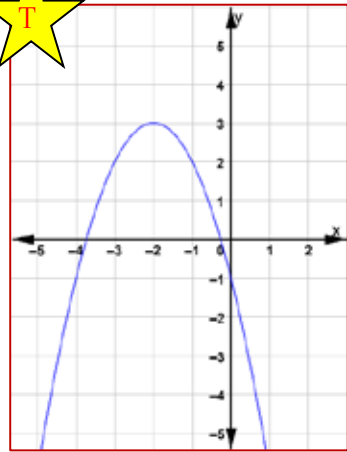
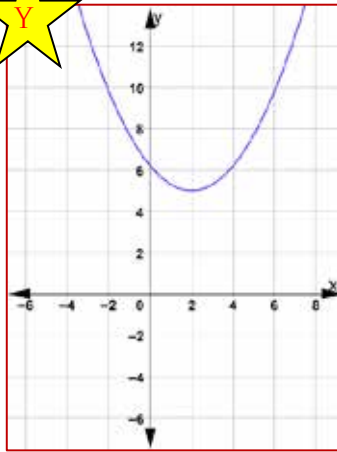
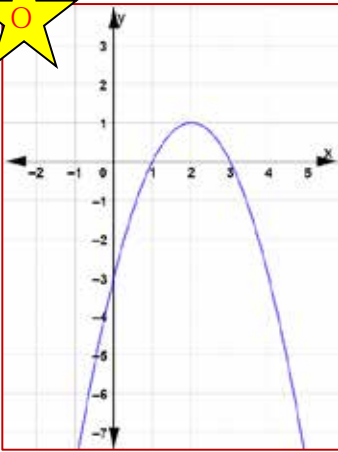
5)  $y = -(x + 1)^2 + 2$  .....

6)  $y = (x + 1)^2 + 2$  .....

7)  $y = -(x + 2)^2 + 3$  .....

8)  $y = (x - 2)^2 + 5$  .....





สมการที่	1	2	3	4	5	6	7	8
ตัวอักษรที่กำกับ อยู่บนภาพที่ แสดงในกราฟ								

สถานที่ที่ข่าวบินไป คือ .....



## ใบกิจกรรม 9 : โกลแค้ไหน

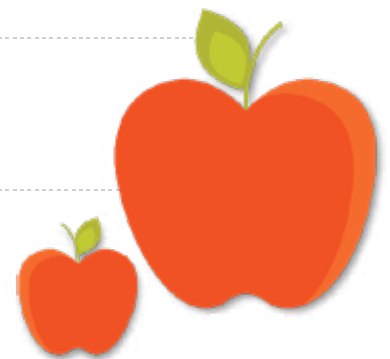
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนช่วยชาวบ้านตอบคำถามของสถานการณ์ต่อไปนี้

### สถานการณ์ของกิจกรรม โกลแค้ไหน

ชาวบ้านต้องการโยนแอปเปิลให้ชาวหอม โดยชาวหอม อยู่บนชั้นที่สองของอาคารซึ่งอยู่สูงขึ้นไปจากพื้นดินเป็นระยะ 4 เมตร ถ้าชาวบ้านต้องการให้ชาวหอม รับแอปเปิลได้ในขณะที่แอปเปิลขึ้นไปสูงสุดพอดี และการโยนแอปเปิลครั้งนี้มีความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของแอปเปิลจากพื้นดิน ( $h$ ) ในหน่วยเมตรและเวลาที่ผ่านไป ( $t$ ) ในหน่วยวินาที หลังจากการโยน ดังสมการ  $h = -(t - 2)^2 + 5.5$  อยากทราบว่าชาวหอม จะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใดและแอปเปิลอยู่สูงจากพื้นเป็นระยะทางเท่าใด และถ้าชาวหอม รับแอปเปิลไม่ได้แอปเปิลจะหล่นถึงพื้นของชั้นที่สองเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด กำหนดให้ความหนาของพื้นชั้นที่สองหนา 0.5 เมตร

1. สิ่ง สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง  
.....  
.....  
.....
2. สิ่ง สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ นักเรียนได้ข้อมูลอะไรบ้าง  
.....  
.....  
.....
3. เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที แอปเปิลอยู่สูงจากพื้นดินเท่าใด  
.....



4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

5. นักเรียนใช้กลยุทธ์อะไรบ้างในการแก้ปัญหานี้

.....

6. จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....



## หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 คล้ายนี้มีประโยชน์



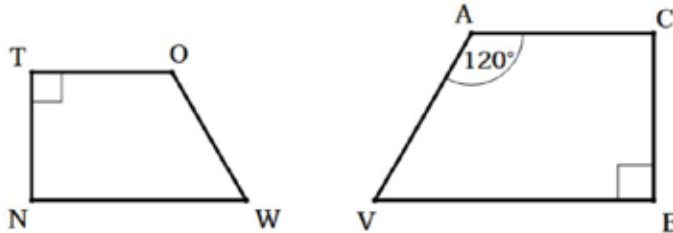
## แบบฝึกหัด 1 : จับคู่ที่สมนัย หาได้ทั้งด้านและมุม

รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

- ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ และ
- อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

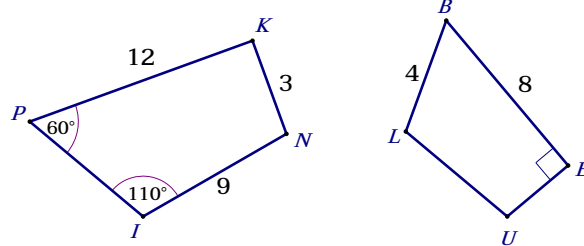
คำชี้แจง รูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นรูปที่คล้ายกัน จงเติมคำตอบให้ถูกต้อง

1.



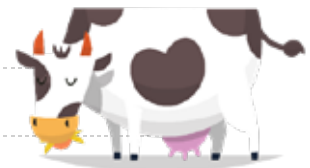
- 1) เขียนสัญลักษณ์แสดงรูปที่คล้ายกัน ได้ดังนี้ .....
- 2) หาขนาดของมุมที่เหลือ ได้ดังนี้ .....

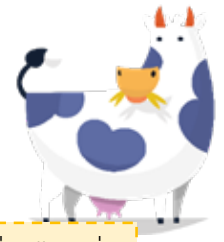
2.



- 1) เขียนสัญลักษณ์แสดงรูปที่คล้ายกัน ได้ดังนี้ .....
- 2) หาขนาดของมุมที่เหลือ ได้ดังนี้ .....

- 3) หาความยาวของด้านที่เหลือ ได้ดังนี้ .....





## แบบฝึกหัด 2 : หามุม ถอดรหัส

ในการพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันหรือไม่ เราอาจพิจารณาเพียงเงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่งจากสองเงื่อนไขต่อไปนี้ เพียงเงื่อนไขเดียวก็เป็นการเพียงพอ

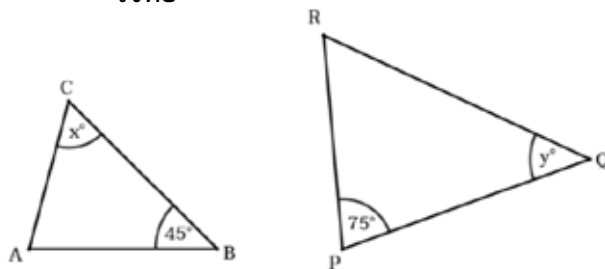
- รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ หรือ
- อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

**คำชี้แจง** รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นรูปที่คล้ายกัน จงหาค่าของ  $x$  และ  $y$  โดยเขียนแสดงแนวคิดมาพอเข้าใจ เมื่อได้คำตอบแล้วให้โยงเส้นจับคู่กับคำตอบด้านขวามือ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่กำหนดไว้ไปถอดรหัส

โจทย์

คำตอบ

1.

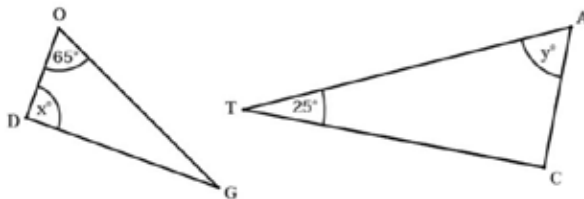


C. 45

B. 50

V. 55

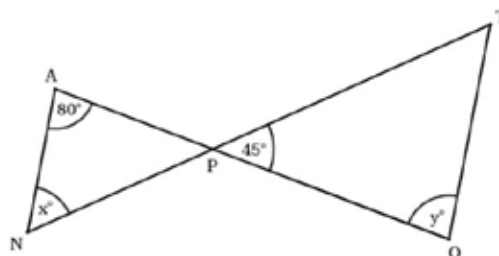
2.



A. 60

I. 65

3.



O. 70

E. 80

T. 90

N. 85

ข้อ 1	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 3
ค่า $x$	ค่า $y$	ค่า $x$	ค่า $y$	ค่า $x$	ค่า $y$
รหัสที่ได้คือ					
ความหมาย					

### แบบฝึกหัด 3 : หาด้าน ถอดรหัส

**คำชี้แจง** รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นรูปที่คล้ายกัน จงหาค่าของ x และ y โดยเขียนแสดงแนวคิดมาพอเข้าใจ เมื่อได้คำตอบแล้วให้โยงเส้นจับคู่กับคำตอบด้านขวามือ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่กำหนดไว้ไปถอดรหัส

1. โจทย์

คำตอบ

A. 3

D. 4.5

W. 8

$$\frac{x}{6} = \frac{5}{10}$$

$$10x = 30$$

$$x = 3$$

$$\frac{y}{6} = \frac{10}{5}$$

$$5y = 60$$

$$y = 12$$

2.

N. 12

S. 15

O. 20

3.

R. 24

E. 30

รหัสที่ได้คือ

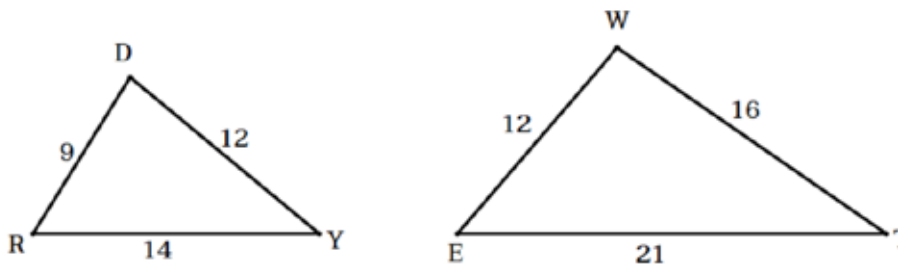
ข้อ 1	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 3
ค่า x	ค่า y	ค่า x	ค่า y	ค่า x	ค่า y
A	N				

ความหมาย

## แบบฝึกหัด 4 : รู้อัตราส่วนของด้าน...ก็รู้ว่าคล้ายกัน

**คำชี้แจง** รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ จงอธิบาย

1.



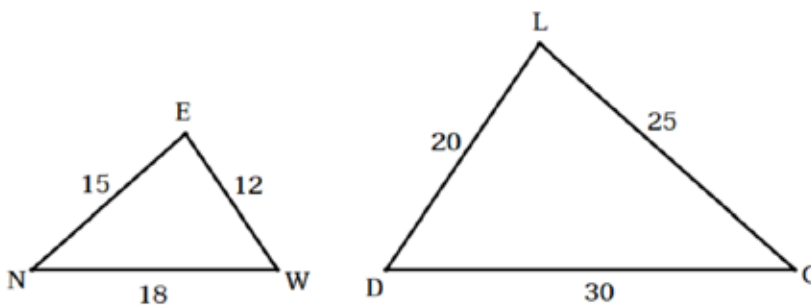
**วิธีทำ** เนื่องจาก  $\frac{DR}{WE} = \dots\dots\dots$   
 $\frac{RY}{ET} = \dots\dots\dots$   
 $\frac{DY}{TW} = \dots\dots\dots$

จะเห็นว่า อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่

เป็นอัตราส่วนที่  เท่ากัน  ไม่เท่ากัน

ดังนั้น  $\triangle DRY$  และ  $\triangle WET$   เป็น  ไม่เป็น รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2.



**วิธีทำ** .....

.....

.....

.....

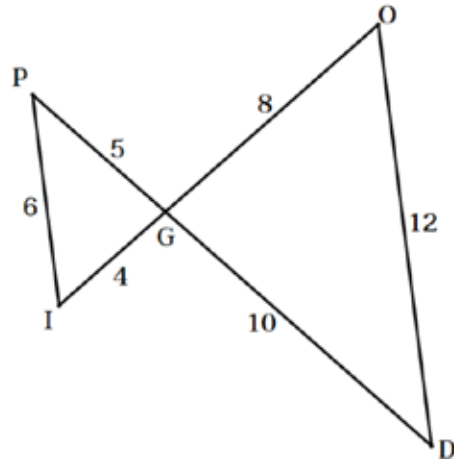
.....

.....

.....

.....

3.



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

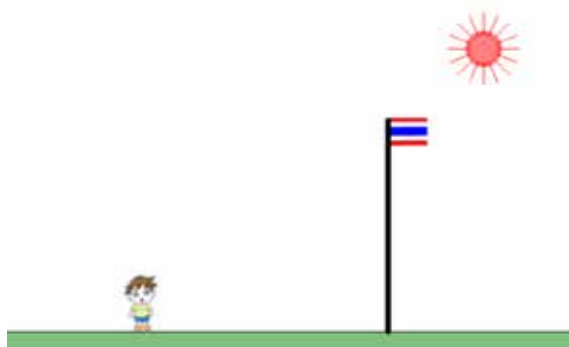


## แบบฝึกหัด 5 : สูงและกว้างหาได้ ด้วยความคล้ายที่เรียน

คำชี้แจง      จงแสดงแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

### สถานการณ์ปัญหาที่ 1

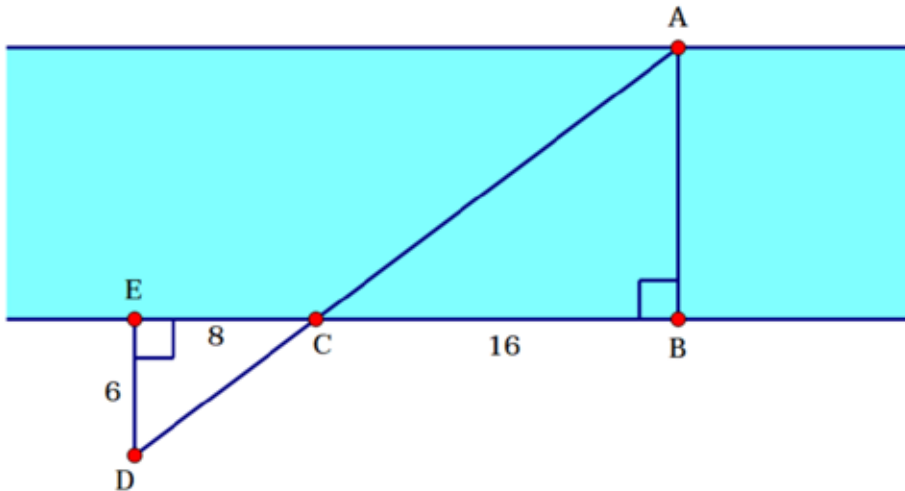
ณัฐธิดาต้องการประมาณความสูงของเสาธงโดยใช้เงาของเสาธงและเงาของเพื่อน เมื่อเวลา 08:46 น. เธอวัดเงาของเสาธงได้ 12 เมตร และวัดเงาของเพื่อนได้ 2 เมตร ถ้าเพื่อนของณัฐธิดาสูง 1.5 เมตร เสาธงจะสูงกี่เมตร



A series of horizontal dashed lines provided for writing the solution to the problem.

## สถานการณ์ปัญหาที่ 2

พรรณทิพาต้องการหาความกว้างของคลองเลียบบนระหว่างเสาไฟฟ้า A และเสาไฟฟ้า B ที่อยู่ริมสองฝั่งคลอง เธอยืนอยู่ที่ตำแหน่งจุด D แล้วสังเกตเห็นว่าตำแหน่งจุด D เสาไฟฟ้า C และเสาไฟฟ้า A อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน และพบว่าต้นไม้ E อยู่ห่างจากตำแหน่ง D ที่เธอยืนอยู่ 6 เมตร ต่อมาเธอใช้เทปวัดระยะจากต้นไม้ E ถึงเสาไฟฟ้า C คือ EC ได้เท่ากับ 8 เมตร และวัดระยะระหว่างเสาไฟฟ้า BC ได้เท่ากับ 16 เมตร ดังรูป จงหาว่าความกว้างของคลองเลียบบนระหว่างเสาไฟฟ้า A และเสาไฟฟ้า B เท่ากับกี่เมตร



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ใบกิจกรรม 1 : เล็ง เล็ง เล็ง

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

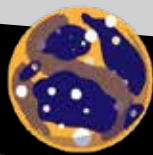
### ตอนที่ 1

### วางแผนก่อนลงมือ

คำชี้แจง

ให้นักเรียนวางแผนขั้นตอนการทำกิจกรรม

1. ....  
.....
2. ....  
.....
3. ....  
.....
4. ....  
.....
5. ....  
.....
6. ....  
.....
7. ....  
.....
8. ....  
.....



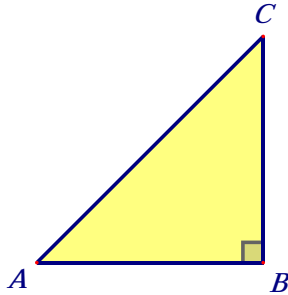


## ตอนที่ 2

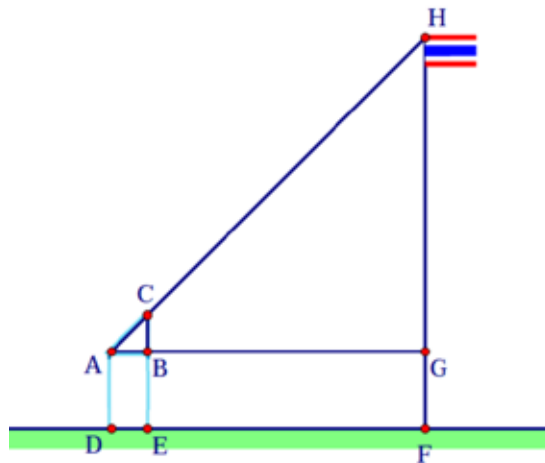
### การสำรวจและการคำนวณหาความสูง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำอุปกรณ์กระดาษรูปสามเหลี่ยมไปหาความสูง ดังนี้

- กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC แทนกระดาษที่จะนำมาใช้เล็งในการหาความสูงของเสาธง และด้าน AC จะเป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมที่นำหลอดมาติดไว้ เพื่อใช้สำหรับเล็งหาความสูง



- ให้สมาชิกอีก 1 คน (สวม Face Shield ให้เรียบร้อย) จากนั้นให้เล็งผ่านหลอดจากจุด A ไปทางจุด C ให้มองเห็นยอดของวัตถุที่ต้องการหาความสูงตรงกึ่งกลางของวงกลม
- กรณีที่ไม่เห็นยอดของวัตถุที่ต้องการหาความสูง ให้สมาชิกในกลุ่มปรึกษารื้อและพิจารณาเลื่อนตำแหน่งของกระดาษรูปสามเหลี่ยม
- เมื่อได้ตำแหน่งที่สามารถเล็งเห็นยอดของวัตถุที่ต้องการหาความสูงพอดีแล้ว สมมติเป็นดังรูป



- ให้นักเรียนใช้ตลับเมตรหรือสายวัดวัดระยะต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาความสูงตามที่นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาจากสถานการณ์จำลองในชั่วโมงที่ผ่านมา และบันทึกลงในแผนภาพข้างต้น
- ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดและวิธีการหาคำตอบ

### แนวคิดและวิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

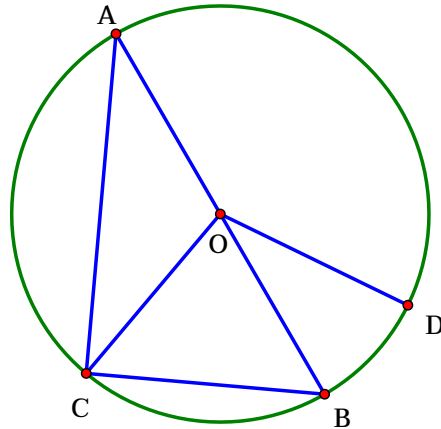


## หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้

## แบบฝึกหัด 1 : ส่วนไหน ชื่ออะไร

คำชี้แจง

กำหนดให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ดังรูป  
จงระบุชื่อส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลม O อย่างน้อยส่วนประกอบละ 1 ชื่อ



1. ส่วนโค้งใหญ่ .....
2. ส่วนโค้งน้อย .....
3. ส่วนโค้งที่เป็นครึ่งวงกลม .....
4. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม .....
5. มุมในส่วนโค้งของวงกลม .....
6. มุมในครึ่งวงกลม .....



## ใบกิจกรรม 1 : สำรวจมุมในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อมูลและตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนบันทึกขนาดของมุมต่าง ๆ ที่วัดได้ลงในตาราง

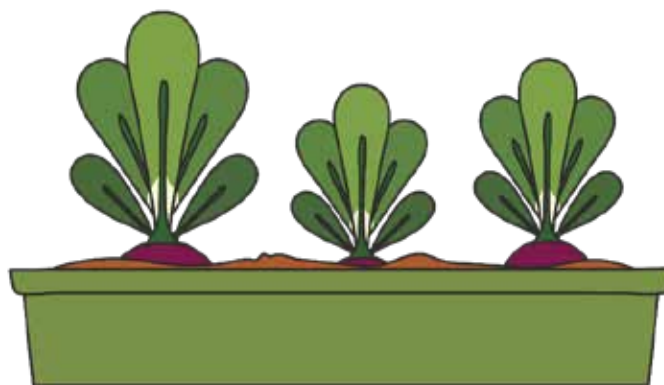
วงกลม	ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง	ขนาดของมุมในส่วนโค้ง
A		
B		
C		
D		
E		

2. ให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

.....

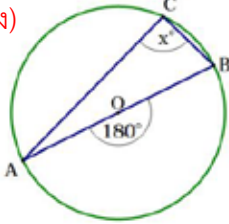
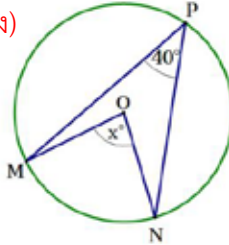
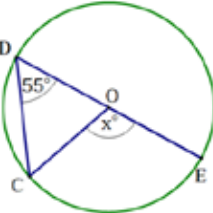
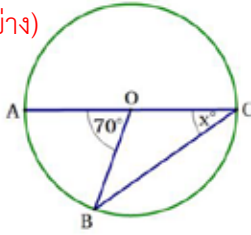
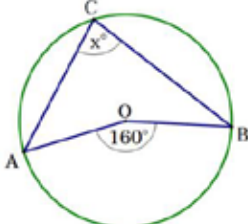
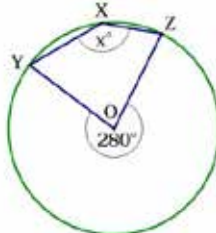
.....

.....



## แบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบตรงรหัส (1)

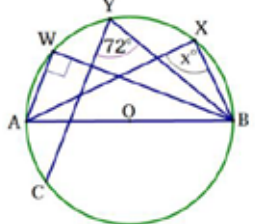
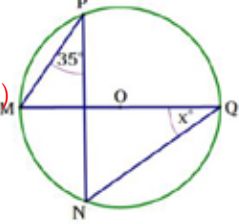
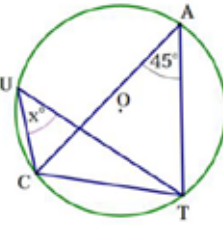
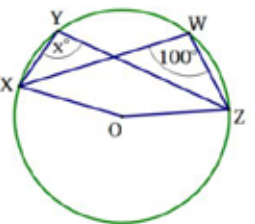
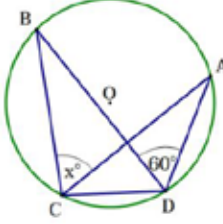
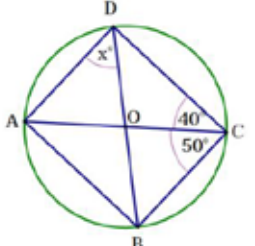
**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้ กับคำตอบด้านขวามือ (ดังตัวอย่าง) แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

	แนวคิด	คำตอบ
1. (ตัวอย่าง)	 $  \begin{aligned}  x &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\  &= \frac{1}{2} \times 180 \\  &= 90  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">K : 20</div>
2. (ตัวอย่าง)	 $  \begin{aligned}  x &= 2(\widehat{MPN}) \\  &= 2 \times 40 \\  &= 80  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">T : 35</div>
3.	 <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">E : 80</div>
4. (ตัวอย่าง)	 $  \begin{aligned}  x &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\  &= \frac{1}{2} \times 70 \\  &= 35  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">C : 90</div>
5.	 <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">N : 110</div>
6.	 <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">R : 140</div>
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">M : 160</div>
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">P : 320</div>

รหัสที่ได้คือ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.
C	E		T		

## แบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบรหัส (2)

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้ กับคำตอบด้านขวามือ (ดังตัวอย่าง) แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

	แนวคิด	คำตอบ
1.		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">A : 35</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">D : 45</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">E : 70</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">I : 100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">M : 72</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">R : 90</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">S : 50</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">T : 40</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">U : 60</div>
2. (ตัวอย่าง)	 <p style="color: red; margin-top: 10px;">เนื่องจาก <math>\angle MQN = \angle MPN</math> และ <math>\angle MPN = 35^\circ</math> ดังนั้น <math>x = 35</math></p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">A : 35</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">D : 45</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">E : 70</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">I : 100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">M : 72</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">R : 90</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">S : 50</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">T : 40</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">U : 60</div>
3.		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">A : 35</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">D : 45</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">E : 70</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">I : 100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">M : 72</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">R : 90</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">S : 50</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">T : 40</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">U : 60</div>
4.		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">A : 35</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">D : 45</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">E : 70</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">I : 100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">M : 72</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">R : 90</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">S : 50</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">T : 40</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">U : 60</div>
5.		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">A : 35</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">D : 45</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">E : 70</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">I : 100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">M : 72</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">R : 90</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">S : 50</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">T : 40</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">U : 60</div>
6.		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">A : 35</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">D : 45</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">E : 70</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">I : 100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">M : 72</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">R : 90</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">S : 50</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">T : 40</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-bottom: 10px;">U : 60</div>

รหัสที่ได้คือ

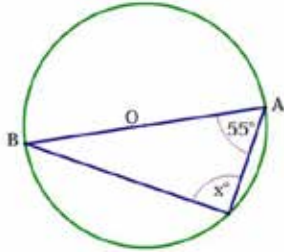
1.	2.	3.	4.	5.	6.
	A				

## แบบฝึกหัด 4 : จับคู่คำตอบข้อรหัส (3)

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้ กับคำตอบด้านขวามือ (ดังตัวอย่าง) แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

คำตอบ

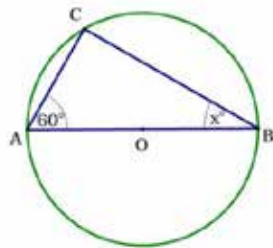
1.



H : 30

M : 35

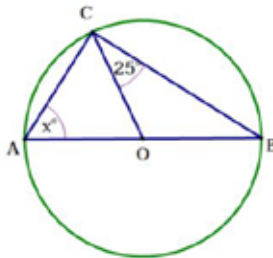
2.



K : 40

D : 45

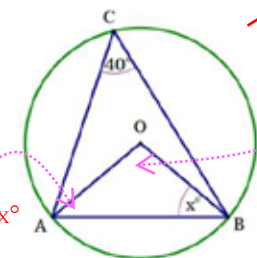
3.



R : 50

D : 60

4. (ตัวอย่าง)



$$\begin{aligned} 1) \quad \widehat{AOB} &= 2(\widehat{ACB}) \\ &= 2 \times 40 = 80^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad x + x + 80 &= 180 \\ 2x &= 180 - 80 \\ 2x &= 100 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

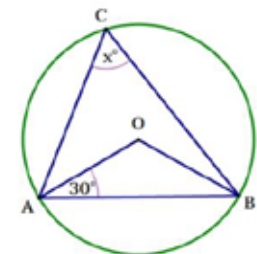
$$2) \quad \widehat{OAB} = x^\circ$$

O : 65

C : 90

K : 120

5.



รหัสที่ได้คือ

1.	2.	3.	4.	5.
			R	





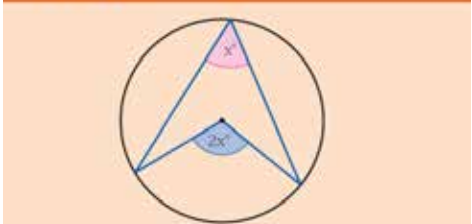
เพื่อน ๆ รู้จักทฤษฎีบทวงกลมที่เกี่ยวกับมุมไปหลายทฤษฎีบทกันแล้ว  
เรามาทบทวนกันอีกทีนะคะ ว่ารู้จักอะไรกันบ้างแล้ว

**มุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม**



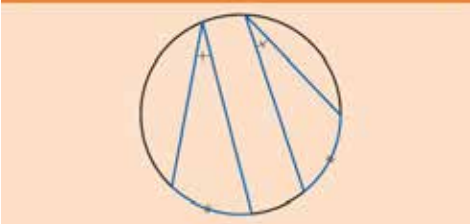
1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้น จะยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้น จะมีขนาดเท่ากัน

**มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม**



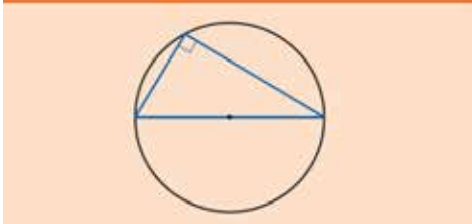
ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

**มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุม**



1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น จะยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้น จะมีขนาดเท่ากัน

**มุมในครึ่งวงกลม**

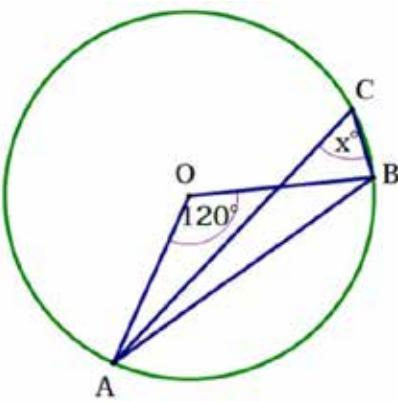


มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

## ใบกิจกรรม 2 : วงล้อสัญลักษณ์

ชื่อ - สกุล.....	ชั้น ม.....	ห้อง.....	เลขที่.....
ชื่อ - สกุล.....	ชั้น ม.....	ห้อง.....	เลขที่.....
ชื่อ - สกุล.....	ชั้น ม.....	ห้อง.....	เลขที่.....
ชื่อ - สกุล.....	ชั้น ม.....	ห้อง.....	เลขที่.....
ชื่อ - สกุล.....	ชั้น ม.....	ห้อง.....	เลขที่.....

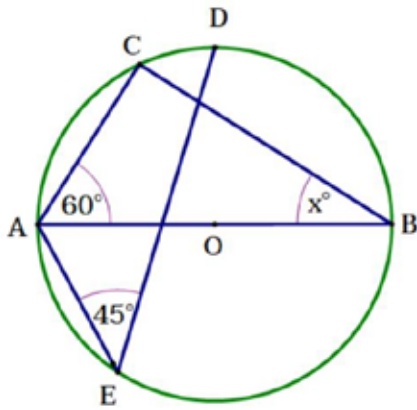
**ตอนที่ 1**    ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ต่อไปนี้

<b style="color: green;">สัญลักษณ์</b>  <span style="font-size: 2em; color: green;"><math>\pi</math></span>	<b style="color: blue;">คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em; color: blue;">30</span>
<p>ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> </div> </div>	



<b>สัญลักษณ์</b>  	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em;">35</span>
---	---

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



.....

.....

.....


.....

.....

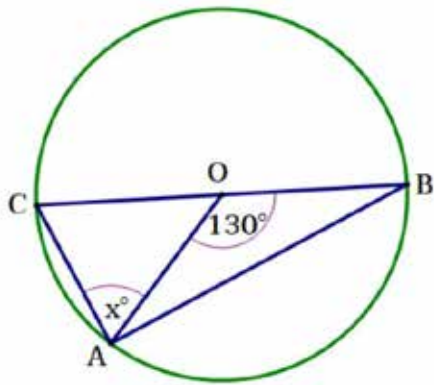
.....

.....

.....

<b>สัญลักษณ์</b>  	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em;">40</span>
---	---

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

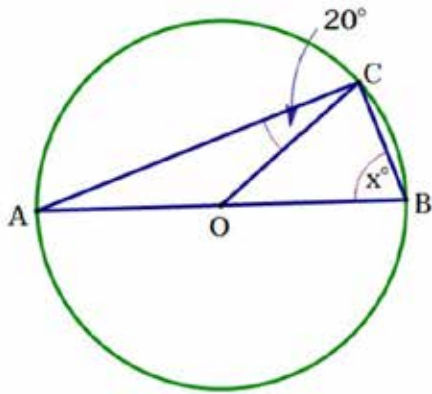
สัญลักษณ์



คำตอบ

65

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

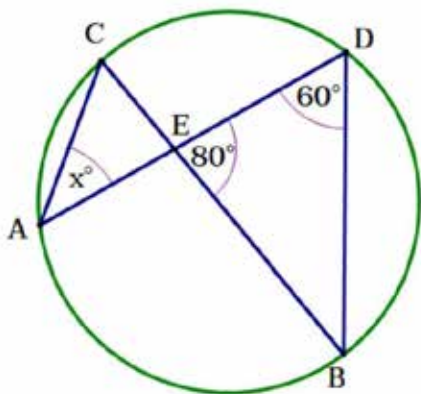
สัญลักษณ์



คำตอบ

60

ปัญหา : จากรูป จงหาค่า x



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

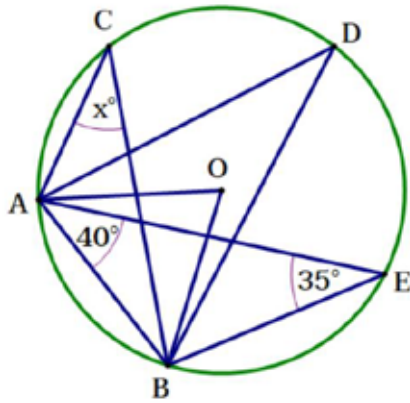
สัญลักษณ์



คำตอบ

70

ปัญหา : จากวงกลม  $O$  ที่กำหนดให้ จงหาค่า  $x$



.....

.....

.....

.....

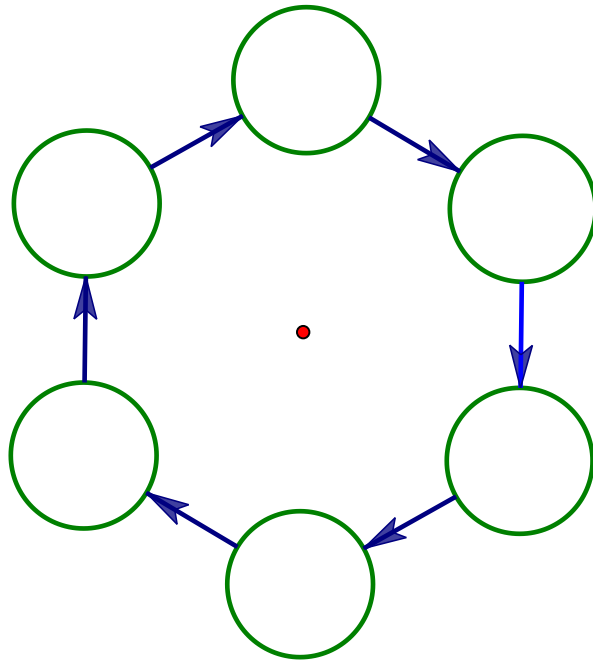
.....

.....

.....



**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนวาดสัญลักษณ์ตามลำดับของบัตรกิจกรรมที่เรียงได้ โดยเริ่มสัญลักษณ์แรกที่ตำแหน่ง 12 นาฬิกา จากนั้นให้วาดสัญลักษณ์ลำดับถัดมาวนตามเข็มนาฬิกาไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 6 สัญลักษณ์



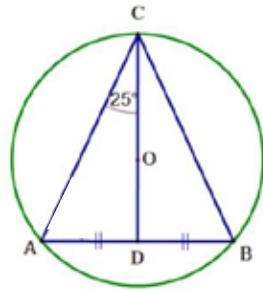
## แบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบรหัส (4)

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบของโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อได้คำตอบแล้ว ให้โยงเส้นจับคู่กับคำตอบด้านขวามือ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

### โจทย์

### คำตอบ

1. จากรูปที่กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  มีรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ที่  $AD = BD$   $\overline{CD}$  ผ่านจุด  $O$  และ  $\angle ACD = 25^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BAC}$

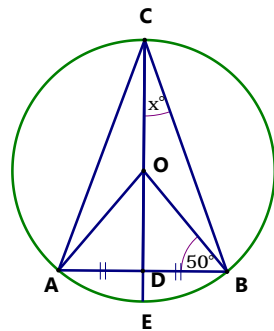


R :  $20^\circ$

I :  $35^\circ$

F :  $40^\circ$

2. จากรูปที่กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  มี  $AD = BD$  และ  $\angle ABO = 50^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BCD}$

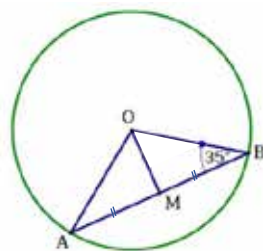


C :  $55^\circ$

M :  $60^\circ$

A :  $65^\circ$

3. จากรูปที่กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  มี  $AM = BM$  และ  $\angle OBA = 35^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BOM}$



K :  $90^\circ$

รหัสที่ได้คือ

1.	2.	3.

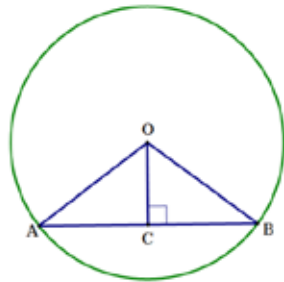
## แบบฝึกหัด 6 : จับคู่คำตอบข้อที่ (5)

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบของโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อได้คำตอบแล้ว ให้โยงเส้นจับคู่กับคำตอบด้านขวามือ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

### โจทย์

### คำตอบ

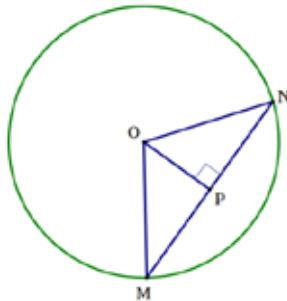
- จากรูป  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  และ  $\overline{OC}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด  $C$   
ถ้า  $OC = 3$  เซนติเมตร และ  $AB = 8$  เซนติเมตร  
จงหาความยาวของรัศมีของวงกลม  $O$



A : 3 เซนติเมตร

K : 4 เซนติเมตร

- จากรูป  $\overline{MN}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  และ  $\overline{OP}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{MN}$  ที่จุด  $P$   
ถ้า  $\overline{MN}$  ยาว 16 เซนติเมตร และรัศมีของวงกลมายาว 10 เซนติเมตร  
จงหาว่า  $\overline{MN}$  อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่าไร



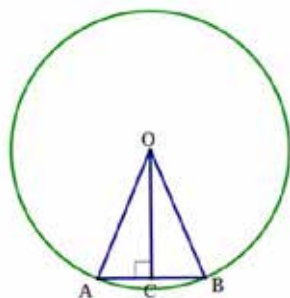
O : 5 เซนติเมตร

M : 6 เซนติเมตร

C : 8 เซนติเมตร

G : 10 เซนติเมตร

- จากรูป  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  และ  $\overline{OC}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด  $C$   
ถ้า  $OC = 12$  เซนติเมตร และรัศมีของวงกลม ยาว 13 เซนติเมตร  
จงหาว่า  $\overline{AB}$  ยาวเท่าไร



D : 12 เซนติเมตร

รหัสที่ได้คือ

1.	2.	3.





เพื่อน ๆ รู้จักทฤษฎีบทวงกลมที่เกี่ยวกับคอร์ดไปหลายทฤษฎีบทกันแล้ว  
เรามาทบทวนกันอีกทีนะครับ ว่ารู้จักอะไรกันไปบ้างแล้ว

**คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม**

1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

**คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม**

1. ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้
  - 1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
  - 2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด
2. เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

**คอร์ดที่ยาวเท่ากัน**

1. ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้น จะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน
2. ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้น จะยาวเท่ากัน

## ใบกิจกรรม 3 : งานกระเบื้องโบราณ

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง**      ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ต่อไปนี้ แล้วเขียนแสดงวิธีหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางของงานกระเบื้องโบราณ ลงในภาพที่กำหนดให้

### สถานการณ์

นักประวัติศาสตร์พบเศษงานกระเบื้องโบราณที่ยังหลงเหลืออยู่ดังแสดงในรูปด้านล่าง จากข้อมูลในบันทึกโบราณ บอกไว้ว่า เดิมงานกระเบื้องโบราณใบนี้มีลักษณะเป็นวงกลม หากนักประวัติศาสตร์ต้องการทราบความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของงานกระเบื้องใบนี้ เขาจำเป็นต้องหาจุดศูนย์กลางให้ได้เสียก่อน นักเรียนจะช่วยนักประวัติศาสตร์คนนี้หาจุดศูนย์กลางของงานกระเบื้องโบราณใบนี้ได้อย่างไร

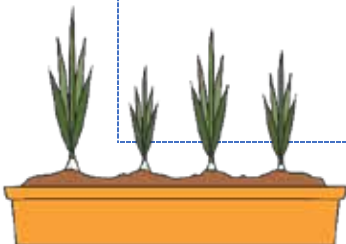


## ใบกิจกรรม 4 : หาดำแหน่งปลูกต้นไม้

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนบันทึกแผนผังต้นไม้ที่ได้รับจากครู แล้วเขียนแสดงวิธีการตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้ต้นที่สี่

แผนผังต้นไม้



วิธีคิด

---

---

---

---

---

---

---

---

---

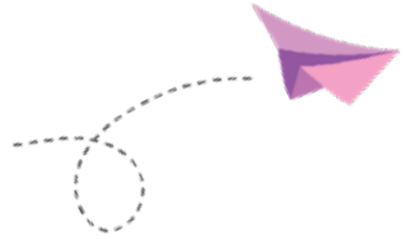
---

---

---

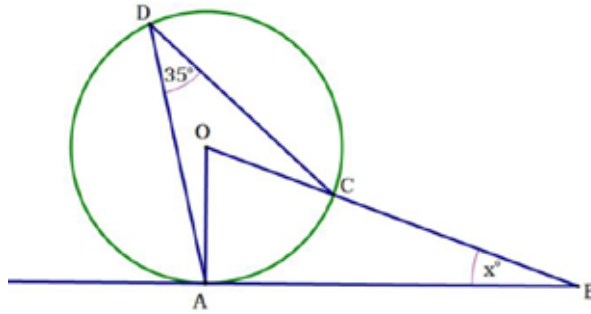


## แบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับรัศมี



คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จากรูป  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $\widehat{ADC} = 35^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ABC}$



วิธีทำ

---



---

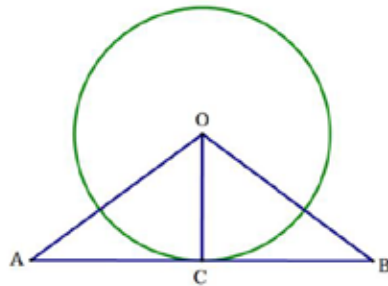


---



---

2. จากรูป  $\triangle ABO$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีฐาน  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $C$  ถ้ารัศมี  $CO$  ยาว 6 เซนติเมตร และ  $\overline{BO}$  ยาว 10 เซนติเมตร จงหาความยาวฐาน  $\overline{AB}$



วิธีทำ

---



---



---



---

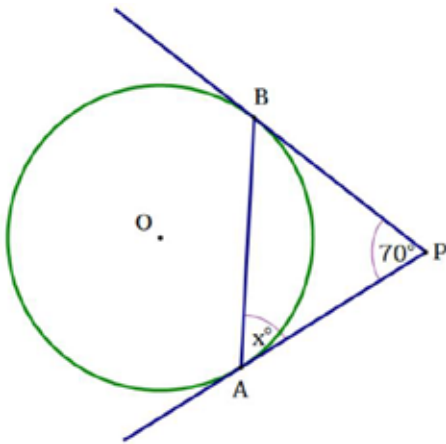
## แบบฝึกหัด 8 : เส้นสัมผัส ไม่ต้องวัดก็รู้



**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

- จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  เป็นเส้นสัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $B$  ตามลำดับ และ  $\angle APB = 70^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{PAB}$

**วิธีทำ**




---

---

---

---

---

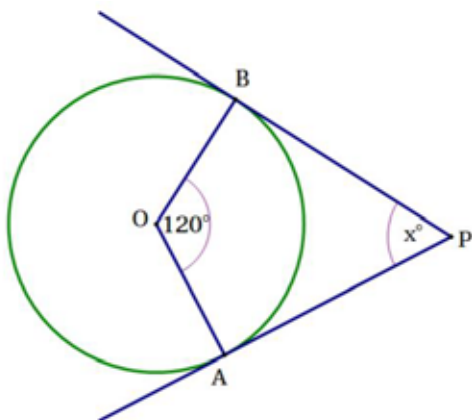
---

---

---

- จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  เป็นเส้นสัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $B$   $\angle AOB = 120^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{APB}$

**วิธีทำ**




---

---

---

---

---

---

---

---





เพื่อน ๆ รู้จักทฤษฎีบทวงกลมที่เกี่ยวกับเส้นสัมผัสไปหลายทฤษฎีบทกันแล้ว  
เรามาบทวนกันอีกทีนะครับ ว่ารู้จักอะไรกันบ้างแล้ว

**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี**

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส</li> <li>2. เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น</li> </ol>	<p>ส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากัน</p>

**เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ดของวงกลม**

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

## ใบกิจกรรม 5 : วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม. ....	ห้อง .....	เลขที่ .....

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ต่อไปนี้

<b>สัญลักษณ์</b> $\Sigma$	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 1.5em;">30°</span>
<p><b>โจทย์</b></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมกลับ XOZ มีขนาด 240° จงหาขนาดของ <math>\widehat{XYZ}</math></p>	

---

---

---

---

---

---

---

---

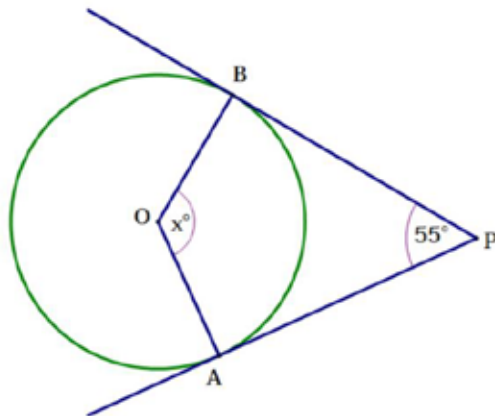


สัญลักษณ์  
%

คำตอบ

32°

โจทย์



จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B  $\widehat{APB} = 55^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

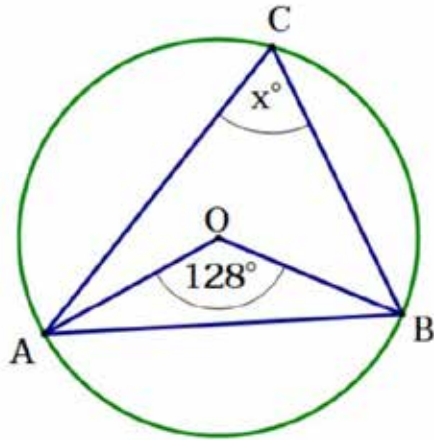
---

สัญลักษณ์  
&

คำตอบ

40°

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี  $\widehat{AOB} = 128^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ACB}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

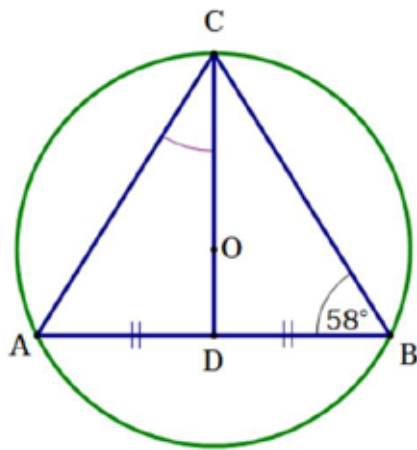
.....

.....

สัญลักษณ์  
~

คำตอบ  
50°

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $\overline{CD}$  แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB ที่จุด D และ  $\angle CBD = 58^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ACD}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

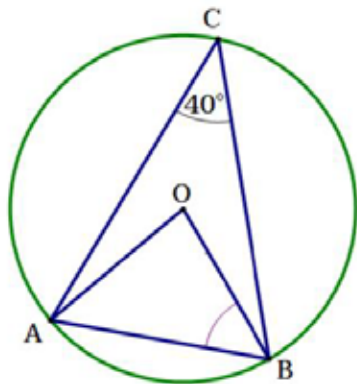
สัญลักษณ์

<

คำตอบ

$57^\circ$

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{ACB} = 40^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{OBA}$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

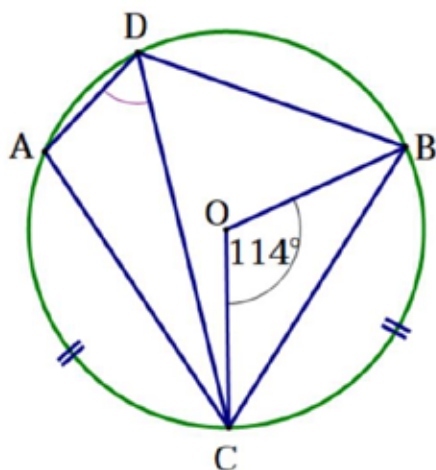
สัญลักษณ์



คำตอบ

$60^\circ$

โจทย์



จากรูป วงกลม O มีส่วนโค้ง AC ยาวเท่ากับส่วนโค้ง BC  
ถ้า  $\widehat{BOC} = 114^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{ADC}$

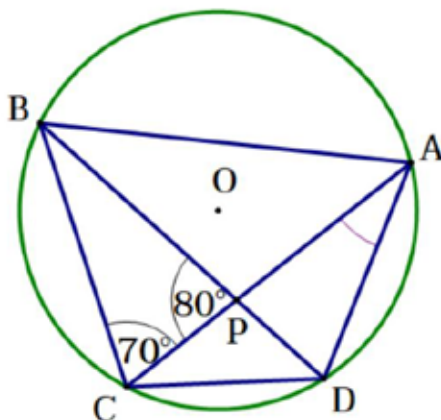
สัญลักษณ์



คำตอบ

$64^\circ$

โจทย์



จากรูป  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี  $\widehat{ACB} = 70^\circ$  และ  $\widehat{BPC} = 80^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{CAD}$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

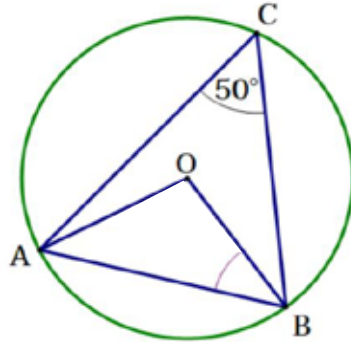
สัญลักษณ์



คำตอบ

$125^\circ$

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{ACB} = 50^\circ$

จงหาขนาดของ  $\widehat{OBA}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

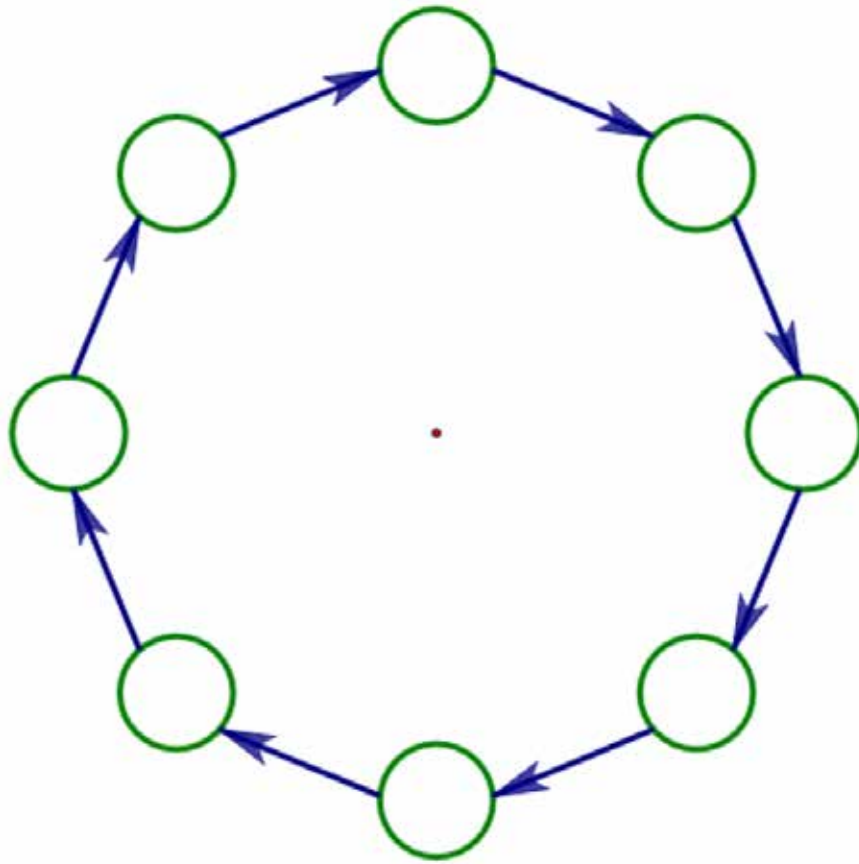
.....

.....

.....

.....

**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนวาดสัญลักษณ์ตามลำดับของวัฏจักรกรรมที่เรียงได้ โดยเริ่มสัญลักษณ์แรกที่ตำแหน่ง 12 นาฬิกา จากนั้นให้วาดสัญลักษณ์ลำดับถัดมาวนตามเข็มนาฬิกาไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 8 สัญลักษณ์



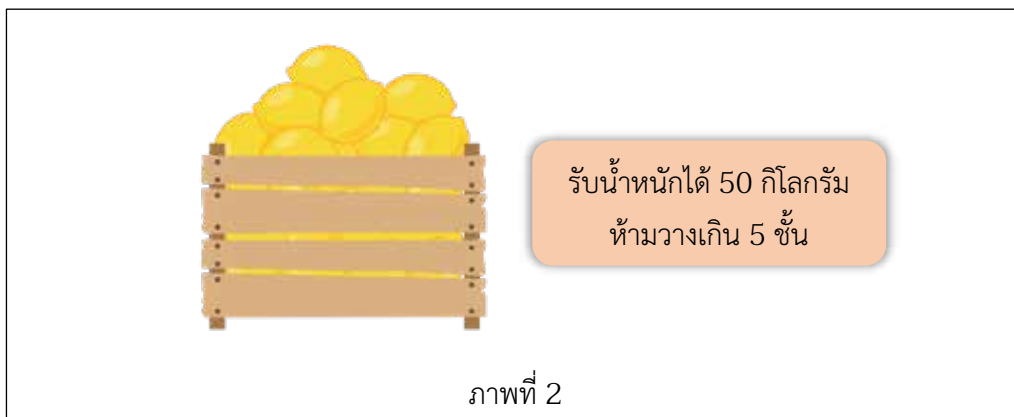


# หน่วยการเรียนรู้ที่ 5

## อสมการกับพหุนามใหม่

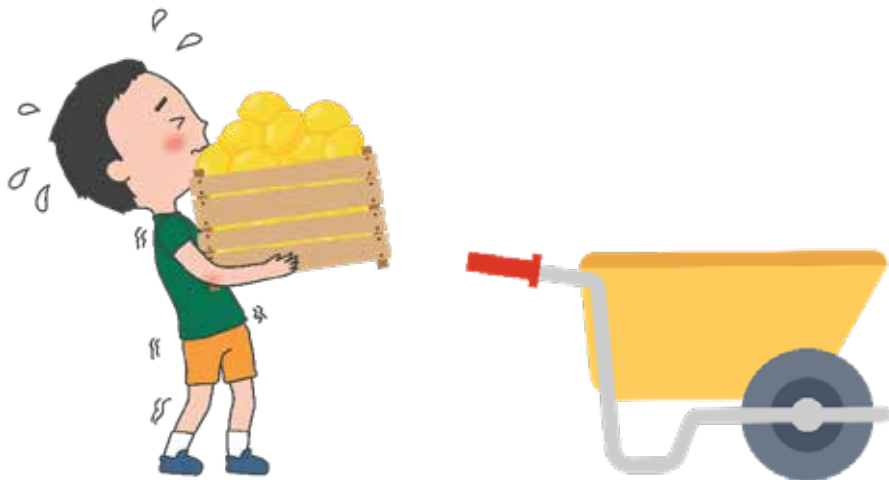
## ใบกิจกรรม 1 : ความสัมพันธ์จากภาพ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนพิจารณาภาพในบริบทต่าง ๆ ที่กำหนดให้ แล้วสร้างข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันให้สอดคล้องกับภาพ (สามารถเขียนข้อความได้มากกว่า 1 ข้อความ)



ให้นักเรียนเขียนข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันให้สอดคล้องกับภาพข้างต้น

ภาพที่	ตัวอย่างข้อความ
<p>1</p> 	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>2</p> 	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>3</p> 	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>



## แบบฝึกหัด 1 : ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

**คำชี้แจง** จากประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในตารางต่อไปนี้  
จงเติมเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างในตาราง พร้อมทั้งระบุเหตุผล

**อสมการ** เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวน  
โดยใช้สัญลักษณ์  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$  หรือ  $\neq$  แสดงความสัมพันธ์

### อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เป็นอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1

ข้อ	ประโยคที่ใช้ สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์	อสมการ		อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว		เหตุผล
		เป็น	ไม่เป็น	เป็น	ไม่เป็น	
1	$8x = 512$					
2	$3x - 2 > 10$					
3	$x - y \neq 5$					
4	$6(x + 4) \leq -1$					
5	$8 + 6 > -5$					
6	$x + 11 < 7$					
7	$10 + x \geq 20$					
8	$z^2 + 1 < 0$					



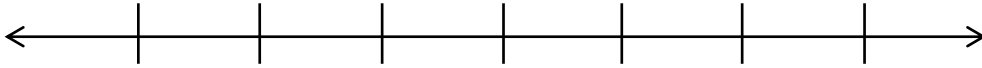
## แบบฝึกหัด 2 : กราฟแสดงคำตอบของอสมการ

คำชี้แจง

จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

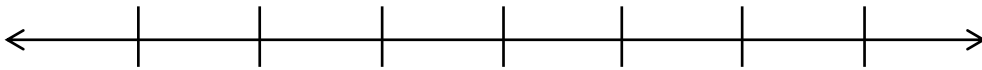
1.  $y > 15$

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ  $y > 15$  เป็นดังนี้



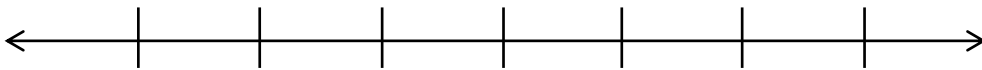
2.  $x \leq 0$

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ  $x \leq 0$  เป็นดังนี้



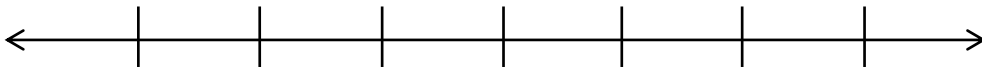
3.  $x \geq -3$

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ  $x \geq -3$  เป็นดังนี้



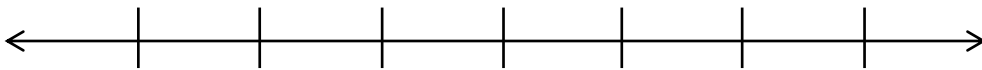
4.  $y < -10$

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ  $y < -10$  เป็นดังนี้



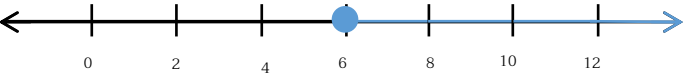
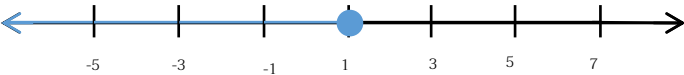

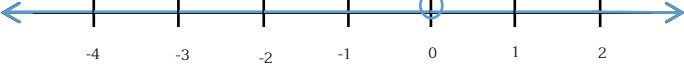
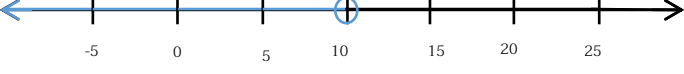
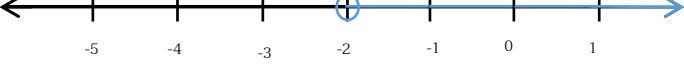
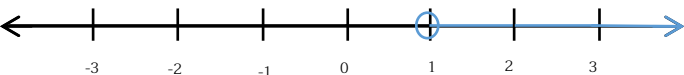
5.  $z \leq 13$

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ  $z \leq 13$  เป็นดังนี้



## ใบกิจกรรม 2 : จับคู่และจับคู่

**คำชี้แจง**     ให้นักเรียนเลือกกราฟแสดงจำนวนที่สอดคล้องกับข้อความทางคณิตศาสตร์ในแต่ละข้อ โดยนำตัวอักษรหน้ากราฟที่เลือกมาใส่หน้าข้อความทางคณิตศาสตร์

ข้อความทางคณิตศาสตร์	กราฟแสดงจำนวน
..... 1. จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 10	ก. 
..... 2. จำนวนจริงทุกจำนวนมีค่าไม่มากกว่า 5	ข. 
..... 3. จำนวนจริงทุกจำนวนมีค่าเกิน -2	ค. 
..... 4. จำนวนจริงทุกจำนวนมีค่าอย่างมาก 1	ง. 
..... 5. จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่น้อยกว่า 6	จ. 
..... 6. จำนวนบวกหรือจำนวนลบ	ฉ. 
	ช. 



## ใบกิจกรรม 3 : ตามหาตัวช่วยที่มบวก

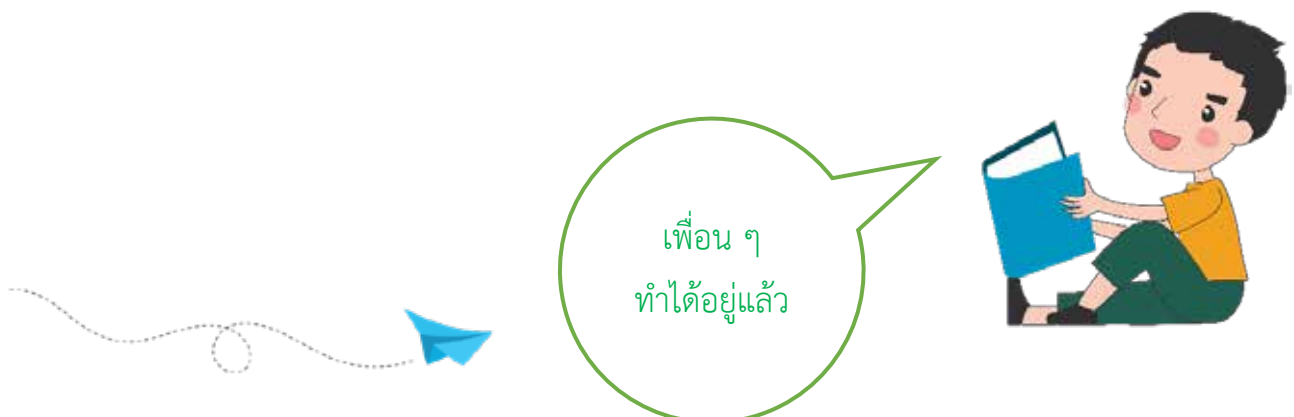
**คำชี้แจง**     กิจกรรมสำรวจสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ประกอบด้วย 3 คำถาม ดังนี้

**ตอนที่ 1**     จากอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

อสมการที่กำหนดให้	จำนวนที่นำมาบวกทั้งสองข้างของอสมการ	อสมการใหม่
$5 > 0$	3	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....
$-4 < 5$	-2	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....
$-6 < -3$	5	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....
$15 > 6$	-14	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....
$-2 > -8$	-28	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....
$-8 < -7$	-8	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....
$-10 < 20$	20	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....
$22 > -30$	-11	..... <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> .....

**ตอนที่ 2**     จากตารางในข้อ 1 ให้นักเรียนสังเกตคำตอบแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากตารางข้างต้น เครื่องหมายในอสมการเดิมที่กำหนดให้ กับเครื่องหมายในอสมการใหม่ที่ได้ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร  
.....
2. จากตารางการสำรวจสามารถสร้างข้อสังเกตได้ดังนี้  
เมื่อนำ ..... มาบวกทั้งสองข้างของ ..... ที่เป็นจริง  
แล้วทำให้อสมการใหม่ที่ได้ยังคงเป็น ..... และเมื่อสังเกต ..... ที่แสดงการไม่เท่ากัน  
จะพบว่า เครื่องหมายที่แสดงการไม่เท่ากัน  ยังคงเดิม  เปลี่ยนไป



## ใบกิจกรรม 4 : ตามหาตัวช่วยทีมคุณ

**คำชี้แจง** กิจกรรมสำรวจสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ประกอบด้วย 3 คำถาม ดังนี้

### ตอนที่ 1

จากอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ในตารางต่อไปนี้ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

อสมการที่กำหนดให้	จำนวนที่นำมาคูณทั้งสองข้างของอสมการ	อสมการใหม่
$0 < 5$	3	..... <input type="text"/> .....
$-2 > -7$	-9	..... <input type="text"/> .....
$6 > -3$	-5	..... <input type="text"/> .....
$10 < 21$	4	..... <input type="text"/> .....
$-8 < -7$	20	..... <input type="text"/> .....
$15 > 6$	-2	..... <input type="text"/> .....
$10 > -14$	-1	..... <input type="text"/> .....
$-10 < 20$	12	..... <input type="text"/> .....

### ตอนที่ 2

จากตารางในข้อ 1 ให้นักเรียนสังเกตคำตอบแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากตารางสำรวจ มีจำนวนใดบ้างที่เมื่อนำมาคูณทั้งสองข้างของอสมการที่เป็นจริง เมื่อนำจำนวนที่เป็น**บวก** มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ เครื่องหมายในอสมการใหม่มีความสัมพันธ์อย่างไรกับอสมการเดิมที่กำหนดให้

เมื่อนำจำนวนที่เป็น**ลบ** มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ เครื่องหมายในอสมการใหม่มีความสัมพันธ์อย่างไรกับอสมการเดิมที่กำหนดให้

2. จากตารางการสำรวจสามารถสังเกตได้ดังนี้

- เมื่อนำ..... มาคูณทั้งสองข้างของ..... ที่เป็นจริง แล้วทำให้อสมการใหม่ที่ได้อย่างคง **เป็นจริง** และเมื่อสังเกต..... ที่แสดงการไม่เท่ากัน จะพบว่า เครื่องหมายที่แสดงการไม่เท่ากัน.....
- แต่เมื่อนำ..... มาคูณทั้งสองข้างของ..... ที่เป็นจริง แล้วทำให้อสมการใหม่ที่ได้ **ไม่เป็นจริง** ถ้าจะเขียนอสมการใหม่ให้เป็นจริงจะต้อง..... เครื่องหมายที่แสดงการไม่เท่ากัน.....







### ใบกิจกรรม 5 : จำนวนอะไรเอ่ย

คำชี้แจง จากคำถาม “จำนวนอะไรเอ่ย” แต่ละข้อต่อไปนี้ให้นักเรียนเขียนสมการที่สอดคล้องกับคำถาม เมื่อกำหนด  $x$  แทนจำนวนอะไรเอ่ย จากนั้นหาคำตอบของสมการ เพื่อนำไปสู่การเขียนกราฟแสดงคำตอบ

ข้อ	คำถาม	สมการ	การหาคำตอบของสมการ	กราฟแสดงคำตอบของสมการ
1	จำนวนอะไรเอ่ย เมื่อหักออกไปสิบสี่เหลือไม่ถึงสิบหก			← ———— →
2	จำนวนอะไรเอ่ย เมื่อรวมกับหนึ่งมีค่ามากกว่าสิบเก้า			← ———— →
3	จำนวนอะไรเอ่ย เมื่อคูณกับห้า ไม่เท่ากับสิบหกสิบ			← ———— →
4	จำนวนอะไรเอ่ยหารด้วยสามไม่น้อยกว่าหก			← ———— →
5	สองเท่าของจำนวนอะไรเอ่ยรวมกับสี่มีค่าไม่เกินศูนย์			← ———— →
6	จำนวนอะไรเอ่ยที่ผลบวกระหว่างสี่เท่าของจำนวนนี้กับเจ็ด น้อยกว่าสิบห้า			← ———— →

### แบบฝึกหัด 3 : โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโจทย์ปัญหาอสมการ โดยไม่ต้องแสดงขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ แต่ให้นักเรียนยังตรวจสอบคำตอบเช่นเดิม

1. ผลบวกของจำนวนเต็มลบจำนวนหนึ่งกับสิบหกมีค่ามากกว่าสิบสอง จำนวนเต็มลบดังกล่าวเป็นจำนวนใดได้บ้าง

**วิธีทำ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ถ้านักเรียนเปิดร้านขายเค้กชิ้นละ 35 บาท และนักเรียนตั้งเป้าหมายว่า ในหนึ่งสัปดาห์ต้องขายเค้กได้เงินมากกว่า 2,100 บาท โดยยังไม่หักค่าใช้จ่าย นักเรียนต้องขายเค้กให้ได้อย่างน้อยกี่ชิ้น

**วิธีทำ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. ภวินได้รับเงินจากคุณพ่อและคุณแม่เป็นจำนวนเงินเท่า ๆ กัน ภวินนำเงินไปซื้อดินสอสี 49 บาท และวงเวียน 65 บาท เมื่อนับเงินที่เหลือ ปรากฏว่าเหลือเงินไม่เกิน 20 บาท ภวินได้รับเงินจากพ่อและแม่อย่างมากที่สุดคนละกี่บาท

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



65 บาท



49 บาท

## หน่วยการเรียนรู้ที่ 6

### กล่องส่งการกระจาย

## ใบกิจกรรม 1 : ทานอะไรดี ที่ไม่ใช่อะไรก็ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วทำกิจกรรมแต่ละตอนต่อไปนี้

### สถานการณ์

ร้านทานอะไรดี ที่ไม่ใช่อะไรก็ได้ จัดทำรายการอาหารเพื่อคนรักสุขภาพ ให้ลูกค้าเลือกสั่งอาหารที่ชื่นชอบ โดยทราบพลังงานที่ร่างกายจะได้รับ เมื่อรับประทานอาหารแต่ละชนิดไว้ ดังตารางต่อไปนี้

รายการอาหาร	ปริมาณที่บริโภค	พลังงาน (แคลอรี)
ข้าวผัดไก่	1 จาน	545
ข้าวผัดปู	1 จาน	554
ข้าวผัดกุ้ง	1 จาน	560
ข้าวผัดปลาเค็ม	1 จาน	552
ข้าวมันไก่	1 จาน	598
ข้าวหมกไก่	1 จาน	592
ผัดไทยโบราณ	1 จาน	591
ผัดซีอิ้วทะเล	1 จาน	520
ราดหน้าทะเล	1 จาน	690
ยากิโซบะ	1 จาน	400
ก๋วยเตี๋ยวคั่วไก่	1 จาน	398
โกยซีหมี	1 จาน	520
ขนมจีนน้ำเงี้ยว	1 จาน	352
มักกะโรนีผัดกุ้ง	1 จาน	420
เส้นจันท์ผัดปู	1 จาน	575

รายการอาหาร	ปริมาณที่บริโภค	พลังงาน (แคลอรี)
ข้าวต้มไก่	1 ถ้วย	388
ข้าวต้มปลา	1 ถ้วย	376
ข้าวต้มกุ้ง	1 ถ้วย	363
ข้าวซอยไก่	1 ชาม	394
เย็นตาโฟ	1 ชาม	350
ก๋วยเตี๋ยวต้มยำ	1 ชาม	360
บะหมี่เกี๊ยวกุ้ง	1 ชาม	453
หมี่ซั่วไก่ตุ๋น	1 ชาม	334
โจ๊กไก่	1 ถ้วย	220
โจ๊กกุ้ง	1 ถ้วย	230
กระเพาะปลา	1 ถ้วย	318
สุกี้แห้ง	1 จาน	333
สุกี้น้ำ	1 ชาม	310
หมี่กะทิ	1 จาน	405
ก๋วยจั๊บน้ำเย็น	1 ถ้วย	235



## ตอนที่ 1

- ให้นักเรียนเลือกอาหารที่ชื่นชอบ 7 ชนิด พร้อมทั้งระบุแคลอรีที่ร่างกายจะได้รับจากการบริโภคอาหารชนิดนั้น ๆ

อาหารที่เลือก	พลังงาน (แคลอรี)

- นำข้อมูลแคลอรีที่ร่างกายจะได้รับจากการบริโภคอาหารที่เลือกในข้อ 1 มาเรียงลำดับจากน้อยไปมาก

---

---

---



ตอนที่ 2

## แบบฝึกหัด 1 : หาคอร์ไทล์



คำชี้แจง จากข้อมูลที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหา  $Q_1$  ,  $Q_2$  และ  $Q_3$

1. 3 5 9 12 5 4 2

เรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้เป็น .....

$Q_2 =$  .....

$Q_1 =$  .....

$Q_3 =$  .....

2. 10 13 16 7 26 18 4 28 20 15

เรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้เป็น .....

$Q_2 =$  .....

$Q_1 =$  .....

$Q_3 =$  .....

3. 18 4 26 13 9 15 17 22 13

เรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้เป็น .....

$Q_2 =$  .....

$Q_1 =$  .....

$Q_3 =$  .....







## ใบกิจกรรม 2 : สมมติว่าฉันเป็นครู

**คำชี้แจง** การสร้างแผนภาพกล่องด้านล่าง เป็นการเขียนขั้นตอนการสร้างแผนภาพกล่องของนักเรียนคนหนึ่งจากชุดข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการสร้างไม่ถูกต้อง ให้นักเรียนเรียงลำดับขั้นตอนการสร้างแผนภาพกล่องที่ถูกต้อง โดยเติมข้อมูลลงในช่องว่างหน้าแต่ละขั้นตอนให้สมบูรณ์ พร้อมทั้งตรวจสอบว่านักเรียนคนนี้แสดงวิธีทำในแต่ละขั้นตอนถูกต้องหรือไม่ หากไม่ถูกต้อง ให้นักเรียนเขียนแก้ไขให้กับนักเรียนคนนี้

100	28	55	45	84
10	30	90	99	32

ขั้นที่ \_\_\_\_\_

หาค่าสำคัญห้าค่า จะได้

ค่าต่ำสุด = 10

ค่าสูงสุด = 100

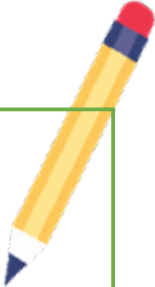
$Q_2 = \frac{45 + 55}{2} = 50$

$Q_1 = 30$

$Q_3 = 90$

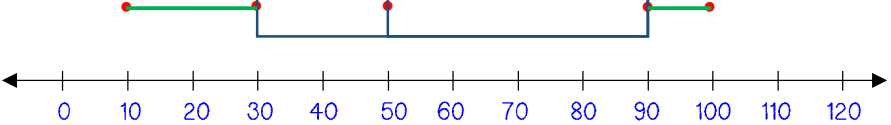
ทำถูกต้อง

ทำไม่ถูกต้อง



ขั้นที่ \_\_\_\_\_

เขียนแผนภาพกล่องได้ดังนี้



ทำถูกต้อง

ทำไม่ถูกต้อง

ขั้นที่ \_\_\_\_\_

เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก

10	28	30	32	45
55	84	90	99	100

ทำถูกต้อง

ทำไม่ถูกต้อง



## แบบฝึกหัด 2 : สร้างแผนภาพกล่อง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้างแผนภาพกล่องจากข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้

88	24	26	10	67	46	39	18	33	79
18	42	91	72	81	50	72	65	55	12

1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

10            24        39        46  
50    55        72            81   

2. หาค่าสำคัญห้าค่า จะได้

ค่าต่ำสุด = .....

ค่าสูงสุด = .....

$$Q_2 = \frac{46 + 50}{2} = \dots\dots\dots$$

$Q_1 = \dots\dots\dots$

$Q_3 = \dots\dots\dots$



3. เขียนแผนภาพกล่องได้ดังนี้





### ใบกิจกรรม 3 : ถามมาสร้างกล่อง

ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/.....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/.....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/.....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/.....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/.....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเลือกภารกิจ 1 อย่าง จากภารกิจที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลจากเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน จากนั้น นำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ นำเสนอในรูปแบบของแผนภาพกล่อง

**ภารกิจที่ 1**  
อายุปัจจุบัน หน่วยเป็นเดือน

**ภารกิจที่ 2**  
อัตราการเต้นของหัวใจ ในเวลา 1 นาที

**ภารกิจที่ 3**  
จำนวนครั้งที่ปรบมือได้ ในเวลา 1 นาที

**ภารกิจที่ 4**  
ความสูง หน่วยเป็นเซนติเมตร



1. ภารกิจที่เลือก คือ .....

2. ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้

.....

.....

.....

.....

.....

3. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

.....

.....

.....

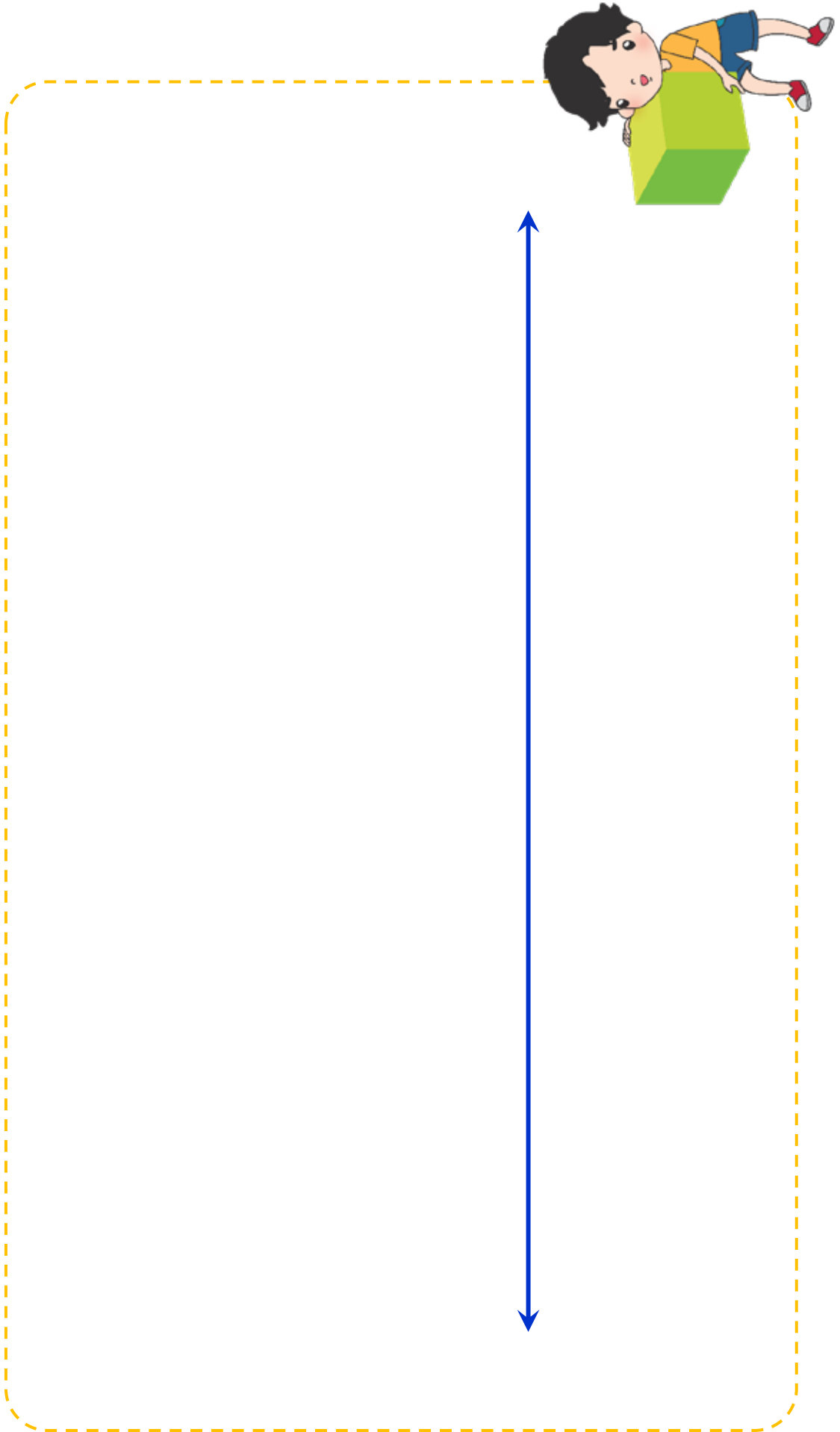
.....

.....

4. ค่าสำคัญห้าค่า เพื่อการสร้างแผนภาพกล่อง

ค่าต่ำสุด	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	ค่าสูงสุด

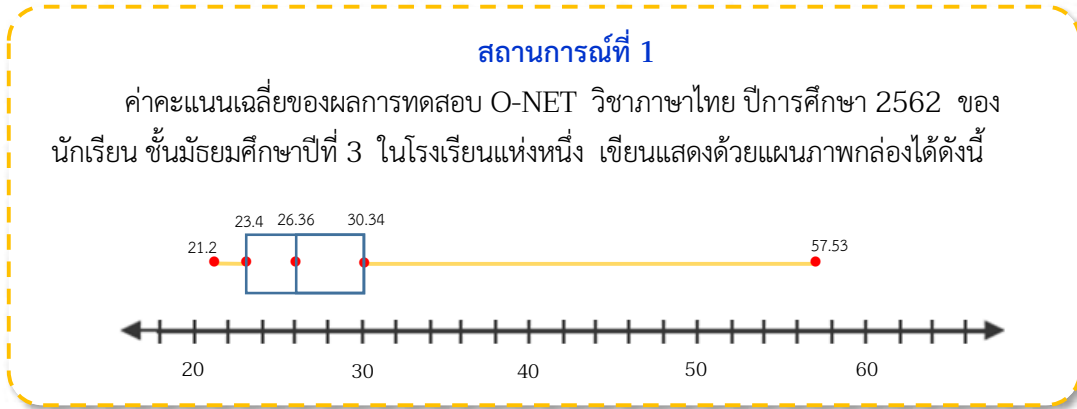
4. แผนภาพกล่อง





## แบบฝึกหัด 3 : การอ่านและแปลความหมายจากแผนภาพกล่อง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนอ่านและแปลความหมายของแผนภาพกล่อง จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้



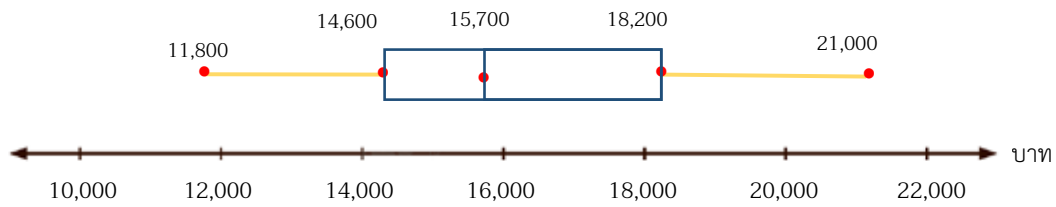
จากแผนภาพกล่องในสถานการณ์ที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. นักเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยของผลการทดสอบ O-NET วิชาภาษาไทย อยู่ในกลุ่ม 50% ลงมา มีคะแนนต่ำสุดและคะแนนสูงสุดเป็นเท่าใด  
.....  
.....
2. จำนวนนักเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยของผลการทดสอบ O-NET วิชาภาษาไทยไม่เกิน 30.34 คะแนน คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในโรงเรียน  
.....  
.....
3. คะแนนเฉลี่ยของผลการทดสอบ O-NET วิชาภาษาไทย ในช่วงคะแนนใดมีการกระจายตัวของข้อมูลน้อยที่สุด และช่วงใดมีการกระจายตัวของข้อมูลมากที่สุด  
.....  
.....



## สถานการณ์ที่ 2

ผลการสำรวจค่าใช้จ่ายของพนักงานบริษัทแห่งหนึ่ง ในเดือนธันวาคม 2563 รวม 200 คน เขียนแสดงด้วยแผนภาพกล่องได้ดังนี้

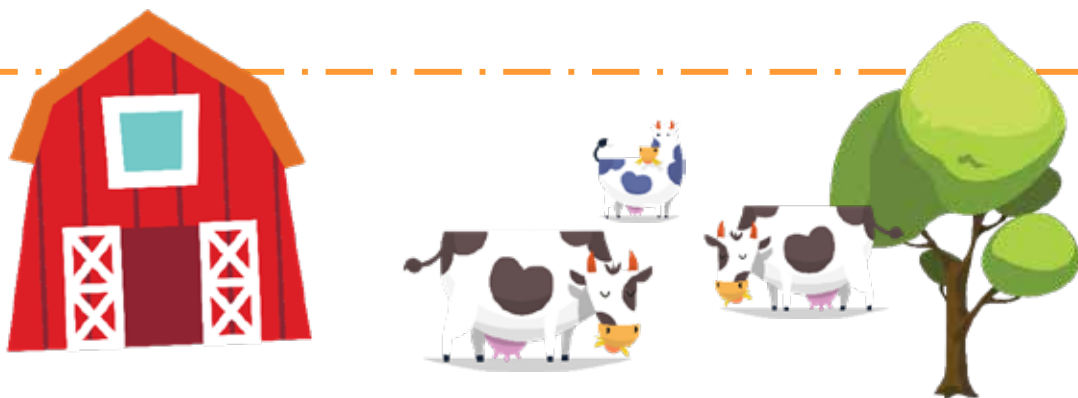


จากแผนภาพกล่องในสถานการณ์ที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ค่าใช้จ่ายของพนักงานที่อยู่ในกลุ่ม 50% ขึ้นไป มีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดเท่ากับเท่าใด  
.....  
.....
2. ค่าใช้จ่ายของพนักงานที่อยู่ระหว่าง  $Q_1$  และ  $Q_3$  เท่ากับเท่าใด  
.....  
.....
3. ค่าใช้จ่ายของพนักงานที่มากกว่าหรือเท่ากับ 14,600 บาท คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด  
.....  
.....

### ทำให้ลอง

4. ค่าใช้จ่ายของพนักงานที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $Q_3$  มีกี่คน  
.....  
.....  
.....



## ใบกิจกรรม 4 : ไม่ประมาท การ์ดอย่าตก



ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/ .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/ .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/ .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/ .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/ .....	เลขที่ .....
ชื่อ - สกุล .....	ชั้น ม.3/ .....	เลขที่ .....

**คำชี้แจง** เมื่อนักเรียนได้รับการกิจแล้ว ให้นักเรียนร่วมกันออกแบบเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล เก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตอบคำถามทางสถิติ และนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภาพกล่อง

### ตอนที่ 1

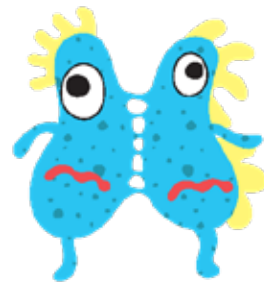
### ออกแบบเครื่องมือ



1. การกิจที่ได้รับ คือ .....
2. ประเภทของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
  - แบบสังเกต
  - แบบสอบถาม
  - แบบสำรวจ
  - อื่น ๆ ระบุ .....
3. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล







1. ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตอบคำถามทางสถิติ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

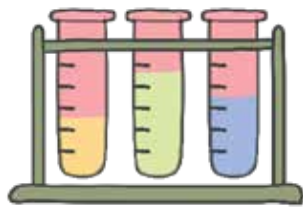
.....

.....

3. คำตอบของคำถามทางสถิติ

.....

.....



1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

---

---

---

---

---

---

---

---

2. ค่าสำคัญห้าค่า เพื่อการสร้างแผนภาพกล่อง

---

---

---

---

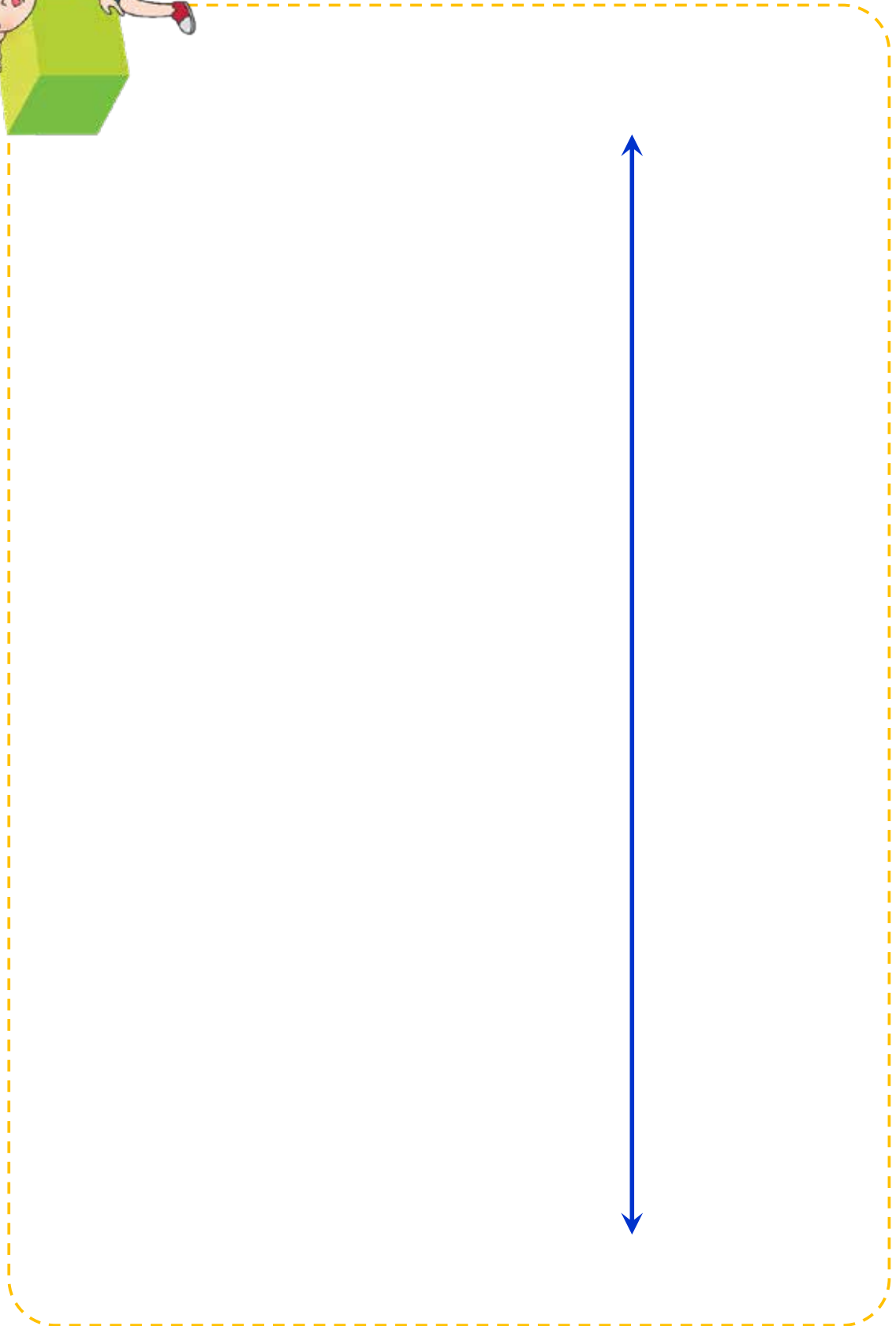
---

---

---

---







โครงการจัดทำสื่อ ๒๕ พรรษา  
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

