



โครงการจัดทำสื่อ ๖๕ พรรษา  
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์  
หน่วยที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้



สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



โครงการจัดทำสื่อ ๒๕ พรรษา  
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์  
หน่วยที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้

สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



## คำนำ

ตามที่ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี ทรงมีพระราชดำริ เมื่อวันที่ ๒๑ พฤษภาคม ๒๕๖๓ ให้จัดทำสื่อการเรียนรู้เป็นชุดการเรียนรู้สมบูรณ์แบบ (Comprehensive Learning Package) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็ก สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สังกัดกองบัญชาการตำรวจตระเวนชายแดน โรงเรียนพระปริยัติธรรม สังกัดสำนักงานพระพุทธศาสนาแห่งชาติ และโรงเรียนเอกชน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และพัฒนาคุณภาพของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเน้นการใช้บริบทชีวิตจริงของผู้เรียนและชุมชนเป็นฐานในการเรียน ทำการบูรณาการสาระตามหลักสูตรให้เชื่อมโยงกับการดำรงชีวิตทั้งปัจจุบันและอนาคต ตามแนวพระราชดำริ ที่ทรงแนะนำให้ใช้โครงการศึกษาที่ค้นของพระบาทสมเด็จพระบรมชนกาธิเบศร มหาภูมิพลอดุลยเดชมหาราช บรมนาถบพิตร มาเป็นแนวทางในการพัฒนาสื่อการเรียนรู้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงได้จัดทำชุดการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) ให้สอดคล้องกับหลักสูตรที่อิงมาตรฐานและเชื่อมโยงไปสู่สมรรถนะ เน้นการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความรู้ ทักษะ และพฤติกรรมผู้เรียนรอบด้าน ทั้งยังส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถค้นคว้าต่อเนื่องในลักษณะการเรียนรู้ตามความสนใจได้ และเพื่อให้สะดวกต่อการนำไปใช้ จึงจัดแยกเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ และแยกเป็นภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒ ทั้ง ๕ กลุ่มสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย

- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาต่างประเทศ (ภาษาอังกฤษ) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒

การนำชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้ ครูผู้สอนต้องศึกษาเอกสาร คู่มือการใช้ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และศึกษาคำชี้แจงในเอกสารชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เพื่อให้ทราบถึงแนวคิดการจัดกระบวนการเรียนรู้ การเตรียมตัวของครู สื่อการจัดการเรียนรู้ ลักษณะชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ แนวทางการวัดและประเมินผลของแต่ละหน่วยการเรียนรู้

หวังว่าชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) และชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับนักเรียน) นี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอน อันจะส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต่อไป

ขอขอบคุณ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้บริหารสถานศึกษา ศึกษาานิเทศก์ ครู อาจารย์ นักวิชาการ และทุกท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการจัดทำเอกสารมา ณ โอกาสนี้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

## คำชี้แจง

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เล่มที่ ๔ กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ เล่มนี้ เป็น ๑ ใน ๓๔ เล่ม ของชุดสื่อการเรียนรู้สมบูรณ์แบบ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ใช้กับนักเรียนช่วงชั้นที่ ๓ (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑-๓) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียนในถิ่นทุรกันดาร ซึ่งผ่านการวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ เมื่อสอนครบทั้ง ๓๔ เล่ม นักเรียนจะได้เรียนรู้ครบถ้วนครอบคลุมทุกตัวชี้วัดของหลักสูตร

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เล่มที่ ๔ กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ เล่มนี้ เป็นเอกสารที่นำเสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม ให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ภาคเรียนที่ ๑ ซึ่งก่อนการสอนเรื่อง กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ ครูผู้สอนควรศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารเล่มนี้อย่างละเอียด จะทำให้ทราบว่าต้องสอนเนื้อหาอย่างไร และต้องเตรียมสื่อ/อุปกรณ์ประกอบการสอนอะไร อย่งไร ซึ่งจะทำให้การจัดการเรียนรู้ของครูมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สอน

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เล่มที่ ๔ กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม ให้กับนักเรียนในโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียนในถิ่นทุรกันดาร เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอนของครู และเสริมสร้างการเรียนรู้ของนักเรียนให้เต็มศักยภาพต่อไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
กระทรวงศึกษาธิการ

# สารบัญ

เนื้อหา	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ .....	1
ผังมโนทัศน์ .....	2
เส้นทางการจัดการเรียนรู้ .....	3
โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ .....	4
ภาพรวมหน่วยการเรียนรู้ .....	5
<b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 .....	11
<b>เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 .....	34
<b>เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 .....	52
<b>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 .....	67
<b>เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 .....	80
<b>เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 .....	94
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้และเฉลย .....	101
เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม .....	106
บัตรภาพ บัตรคำ และสื่อต่าง ๆ .....	141



# หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 : กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้

## สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

### มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

### ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/3

เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

### สาระการเรียนรู้

วงกลม

- วงกลม คอร์ด และเส้นสัมผัส
- ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม

### ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง
4. การให้เหตุผล

### คุณลักษณะอันพึงประสงค์ทางคณิตศาสตร์

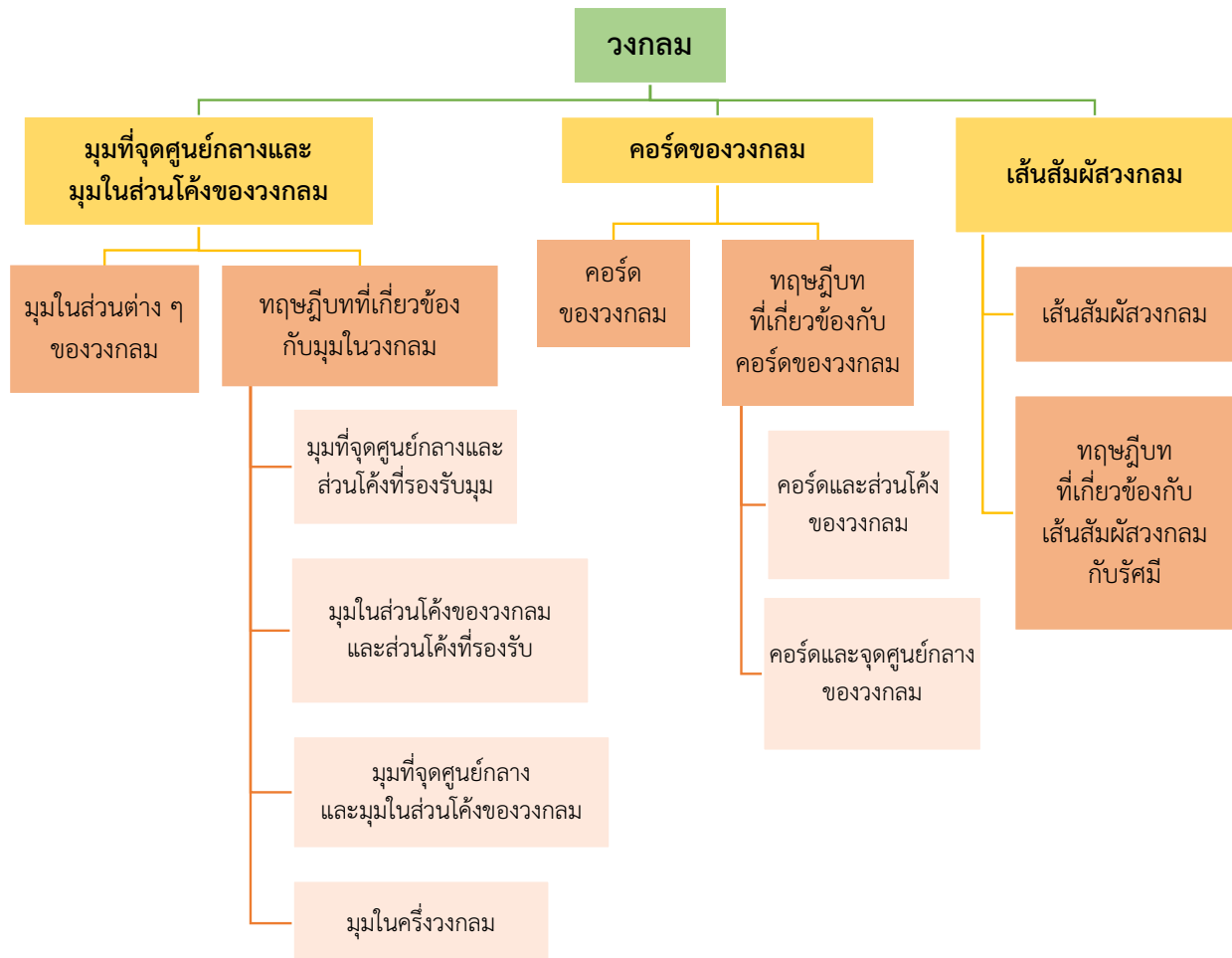
1. ใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น
2. มุ่งมั่น และรอบคอบ
3. มีเหตุผล
4. คิดอย่างเป็นระบบ
5. คิดอย่างมีวิจารณญาณ
6. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

### สมรรถนะ

1. การจัดการตนเอง
2. การสื่อสาร
3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม
4. การคิดขั้นสูง



**ผังมโนทัศน์**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 : กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้**



## เส้นทางการจัดการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 : กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้

ทบทวนส่วนต่าง ๆ ของวงกลม  
แนะนำส่วนโค้งของวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้งของวงกลม



ทำกิจกรรมเพื่อสำรวจและสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม  
รวมถึงทำกิจกรรมและแบบฝึกหัด เพื่อฝึกการนำทฤษฎีบทไปใช้



แนะนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม  
รวมถึงทำกิจกรรมและแบบฝึกหัด เพื่อฝึกการนำทฤษฎีบทไปใช้



แนะนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม  
รวมถึงทำกิจกรรมและแบบฝึกหัด เพื่อฝึกการนำทฤษฎีบทไปใช้

โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 : กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้



## หน่วยการเรียนรู้

กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2

รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

เวลา 14 ชั่วโมง

หน่วยที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อ การจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
<b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม (3 ชั่วโมง)</b>						
1-3	ค 2.2 ม.3/3	1. การจัดการ ตนเอง 2. การสื่อสาร 3. การคิดขั้นสูง	<p>ทฤษฎีบทเกี่ยวกับ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>มุมที่จุดศูนย์กลาง และ ส่วนโค้ง ที่รองรับมุมนั้น</li> <li>มุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้ง ของวงกลม</li> <li>มุมในส่วนโค้งของ วงกลมและส่วนโค้ง ที่รองรับมุมนั้น</li> </ul> <p>สามารถนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเป็นพื้นฐานในการ ทำความเข้าใจทฤษฎีบทอื่น ๆ</p>	1. ทำกิจกรรมสำรวจ มุมในวงกลมเพื่อ สรุบทฤษฎีบท เกี่ยวกับมุม ที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วน โค้งของวงกลม	<ol style="list-style-type: none"> <li>แบบฝึกหัด 1 : ส่วนไหน ชื่ออะไร</li> <li>ใบกิจกรรม 1 : สำราจมุมใน วงกลม</li> <li>แบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบ ถอดรหัส (1)</li> <li>แบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบ ถอดรหัส (2)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><b>การจัดการตนเอง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้งของวงกลม มาแก้ปัญหา ได้สำเร็จตามเป้าหมาย</li> </ul> </li> <li><b>การสื่อสาร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการ แก้อัโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้ง ของวงกลมได้อย่างถูกต้อง</li> </ul> </li> <li><b>การคิดขั้นสูง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถวิเคราะห์ และให้เหตุผลประกอบ แนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม ได้อย่างถูกต้อง เป็นขั้นเป็นตอน และสมเหตุสมผล</li> </ul> </li> </ol>

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความดีรวบยอด	สถานการณ์เพื่อ การจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
<b>เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคิงที่ (3 ชั่วโมง)</b>						
4-6	ค 2.2 ม.3/3	1. การจัดการ ตนเอง 2. การสื่อสาร 3. การรวมพลัง ทำงาน เป็นทีม 4. การคิดขั้นสูง	<p>ทักษะที่เกี่ยวข้องกับ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม</li> <li>• มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น</li> <li>• มุมในครึ่งวงกลม</li> </ul> <p>สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจทฤษฎีบทอื่น ๆ</p>	1. ทำกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์เพื่อฝึกการนำความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมไปแก้ปัญหา	1. แบบฝึกหัด 4 : จับคู่คำตอบ ถอดรหัส (3) 2. ใบกิจกรรม 2 : วงล้อสัญลักษณ์	<p><b>1. การจัดการตนเอง</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการ ใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมมาแก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย</li> </ul> <p><b>2. การสื่อสาร</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมได้อย่างถูกต้อง</li> </ul> <p><b>3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนร่วมกันวางแผนการทำงาน แบ่งหน้าที่ ในการแก้ปัญหาตามโจทย์ที่ได้รับ ในกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ได้สำเร็จ</li> </ul> <p><b>4. การคิดขั้นสูง</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์ และให้เหตุผล ประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้งของวงกลม ได้อย่างถูกต้อง เป็นขั้นเป็นตอน และสมเหตุสมผล</li> </ul>

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความดีรวบยอด	สถานการณ์เพื่อ การจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
<b>เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน (2 ชั่วโมง)</b>						
7-8	ค 2.2 ม.3/3	1. การจัดการ ตนเอง 2. การสื่อสาร 3. การคิดขั้นสูง	ทฤษฎีบทเกี่ยวกับ คอร์ตของวงกลม สามารถ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์		1. แบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบ ถอดรหัส (4) 2. แบบฝึกหัด 6 : จับคู่คำตอบ ถอดรหัส (5)	<b>1. การจัดการตนเอง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการใช้ความรู้เกี่ยวกับคอร์ตของวงกลมมา แก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย</li> </ul> <b>2. การสื่อสาร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับ การแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับคอร์ตของวงกลมได้อย่างถูกต้อง</li> </ul> <b>3. การคิดขั้นสูง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถวิเคราะห์ และให้เหตุผล ประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับคอร์ตของวงกลม ได้อย่างถูกต้อง เป็นขั้นเป็นตอน และสมเหตุสมผล</li> </ul>
<b>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง (2 ชั่วโมง)</b>						
9-10	ค 2.2 ม.3/3	1. การจัดการ ตนเอง 2. การสื่อสาร	ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ต และจุดศูนย์กลางของวงกลม สามารถนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง	1. ใช้สถานการณ์ ชุดสระน้ำ เพื่อ ฝึกการนำความรู้ เกี่ยวกับคอร์ต และจุดศูนย์กลาง	1. ใบกิจกรรม 3 : งานกระเบื้อง โบราณ	<b>1. การจัดการตนเอง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการ ใช้ความรู้เกี่ยวกับคอร์ตของวงกลมมาแก้ปัญหาได้ สำเร็จตามเป้าหมาย</li> </ul>

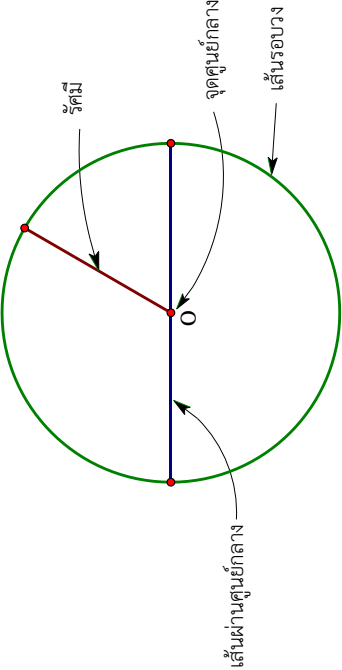
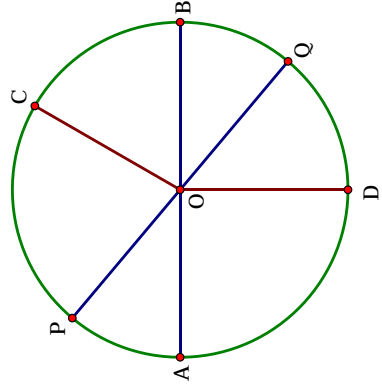
ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการวัดผลและประเมินผล
		<p>3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม</p> <p>4. การคิดขั้นสูง</p>		<p>ของวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา</p> <p>2. ทำกิจกรรมงานกระเบื้องโบราณเพื่อฝึกการนำความรู้เกี่ยวกับคอรัลและจุดศูนย์กลางของวงกลมไปใช้ใน การแก้ปัญหา</p> <p>3. ทำกิจกรรมหาตำแหน่งปลุกต้นไม้ เพื่อฝึกการนำความรู้เกี่ยวกับคอรัลและจุดศูนย์กลางของวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา</p>	<p>2. ใบกิจกรรม 4 : หาตำแหน่งปลุกต้นไม้</p>	<p><b>2. การสื่อสาร</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูดด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับคอรัลของวงกลมได้อย่างถูกต้อง</li> </ul> <p><b>3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนร่วมกันวางแผนการทำงาน แบ่งหน้าที่ในการแก้ปัญหาตามโจทย์ที่ได้รับ ในกิจกรรมงานกระเบื้องโบราณ และกิจกรรมหาตำแหน่งปลุกต้นไม้ ได้สำเร็จ</li> </ul> <p><b>4. การคิดขั้นสูง</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์ และให้เหตุผล ประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับคอรัลและจุดศูนย์กลางของวงกลม ได้อย่างถูกต้อง เป็นขั้นเป็นตอน และสมเหตุสมผล</li> </ul>

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อ การจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
<b>เรื่องที่ 4.5 กลมถึงกับเส้นภายนอก (2 ชั่วโมง)</b>						
11-12	ค 2.2 ม.3/3	1. การจัดการ ตนเอง 2. การสื่อสาร 3. การคิดขั้นสูง	ทฤษฎีบทเกี่ยวกับ เส้นสัมผัสวงกลม สามารถ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	-	1. แบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับ รัศมี 2. แบบฝึกหัด 8 : เส้น สัมผัส ไม่ตัดวงรี	<b>1. การจัดการตนเอง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการใช้ความรู้เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม มาแก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย</li> </ul> <b>2. การสื่อสาร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับ การแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมได้อย่างถูกต้อง</li> </ul> <b>3. การคิดขั้นสูง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์ และให้เหตุผล ประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม ได้อย่างถูกต้อง เป็นขั้นเป็นตอน และสมเหตุสมผล</li> </ul>
<b>เรื่องที่ 4.6 ปริศนาคณิตศาสตร์ (2 ชั่วโมง)</b>						
13-14	ค 2.2 ม.3/3	1. การจัดการ ตนเอง 2. การสื่อสาร	ทฤษฎีบทเกี่ยวกับ <ul style="list-style-type: none"> <li>มุมที่จุดศูนย์กลาง และส่วนโค้งที่ รองรับมุมนั้น</li> </ul>	1. ทำกิจกรรม แลกเปลี่ยน เรียนรู้ สืบปัญหา วงกลม เพื่อฝึก การนำทฤษฎีบท	1. แผนโจทย์ วงกลม	<b>1. การจัดการตนเอง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถควบคุมและกำกับตนเอง ในการใช้ ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้ง ของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัส วงกลมมาแก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย</li> </ul>

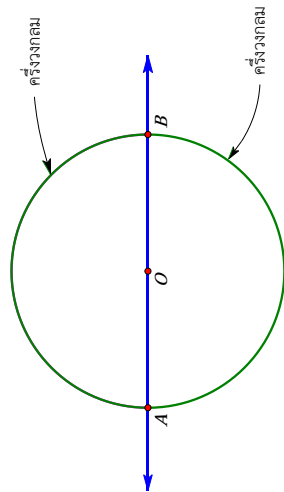


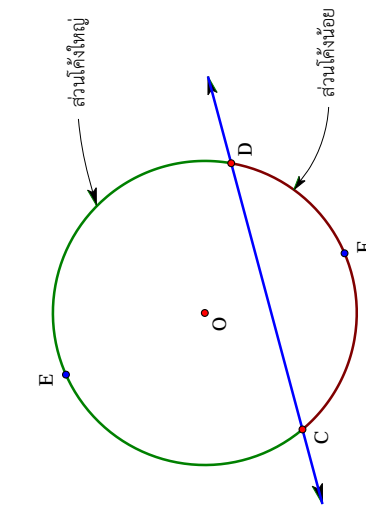
ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคาดหวัง	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการพัฒนาและประเมินผล
		3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม 4. การคิดขั้นสูง	<ul style="list-style-type: none"> <li>• มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม</li> <li>• มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น</li> <li>• มุมในครึ่งวงกลม</li> <li>• คอร์ดของวงกลม</li> <li>• เส้นสัมผัสวงกลม</li> </ul> สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา 2. ทำกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลมเพื่อฝึกการนำทฤษฎีบทต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา	2. ใบกิจกรรม 5 : วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม	<b>พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการพัฒนาและประเมินผล</b> <b>2. การสื่อสาร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูดด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม ได้อย่างถูกต้อง</li> </ul> <b>3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนร่วมกันวางแผนการทำงาน แบ่งหน้าที่ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ได้รับในกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ผู้ปัญหาวงกลม และกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลมได้สำเร็จ</li> </ul> <b>4. การคิดขั้นสูง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์ และให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม ได้อย่างถูกต้อง เป็นขั้นตอน และสมเหตุสมผล</li> </ul>

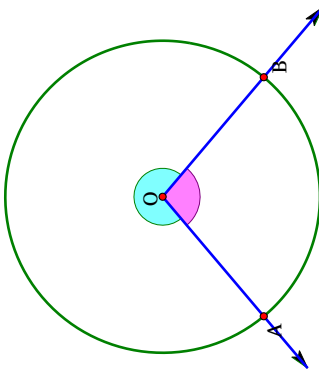
<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b> <b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 3 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b> <b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>	<b>เวลา 3 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>สาระการเรียนรู้</b> 1. มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม 2. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขนของมุม 3. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือ ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน 4. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือ ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้น จะมีขนาดเท่ากัน	<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ชั่วโมงที่ 1</b> <b>ผู้นำ</b> 1. ครูนำเข้าสู่วงกลม โดยตั้งคำถามกับนักเรียนว่า สิ่งต่าง ๆ รอบตัวเราที่มีลักษณะเป็นวงกลม มีอะไรบ้าง โดยครูวาดภาพคร่าว ๆ ของสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลม เช่น <b>หน้าปัดของนาฬิกา</b> <b>ห้อง ปากขอบของแก้วน้ำ</b> <b>ถ้วย หรือถังน้ำ</b> จากนั้นครูสรุปความหมายของวงกลมว่า วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบที่แต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และระยะเท่ากันนี้ว่า รัศมี 2. ครูใช้วงเวียนหรือแบบวาดวงกลมวาดรูปวงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลางลากเส้นผ่านศูนย์กลางและรัศมี และส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลม โดยยังไม่ต้องเขียนแสดงชื่อส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลม ซึ่งครูควรวาดเตรียมไว้ก่อนเริ่มชั่วโมงเรียน หรืออาจวาดใส่กระดานไว้แล้วนำมาติดบนกระดาน จากนั้นครูใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับส่วนประกอบของวงกลม โดยครูชี้ไปยังจุดศูนย์กลางของวงกลม แล้วถามนักเรียนว่าจุดนี้เรียกว่าอะไร เมื่อนักเรียนตอบได้ถูกต้องจึงเขียนข้อความเพื่อแสดงจุดศูนย์กลาง จากนั้นทำลักษณะเดียวกันกับ เส้นผ่านศูนย์กลาง รัศมี และเส้นรอบวง ดังรูป	<b>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</b> <b>ชั่วโมงที่ 1</b> 1. วงเวียนหรือแบบวาดวงกลม 2. ไม่บรรทัดขนาดยาว พอลสมควรว 3. แบบฝึกหัด 1 : ส่วนไหน ชื่ออะไร <b>ชั่วโมงที่ 2</b> 1. อุปกรณ์กิจกรรมสำรวจมุมในวงกลม <ul style="list-style-type: none"> <li>• วงเวียนหรือแบบวาดวงกลม</li> <li>• ไม่บรรทัดขนาดยาว พอลสมควรว</li> <li>• โพรแทรกเตอร์ใหญ่</li> <li>• ใบกิจกรรม 1 : สำรวจมุมในวงกลม</li> </ul>

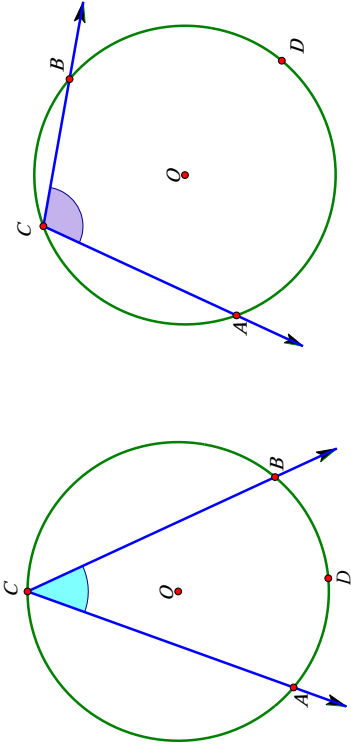
<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b> <b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 3 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<p>5. ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน</p> <p>6. ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเท่ากัน</p> <p>7. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน</p> <p>8. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน</p>	<p>2. แบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบ</p> <p>    ถอดรหัส (1)</p> <p><b>ชั่วโมงที่ 3</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สื่อวงกลมคูคิด</li> <li>2. แผ่นพลาสติกใส</li> <li>3. ไม้บรรทัดขนาดยาว</li> </ol> <p>    พอลิเมอร์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. โพรแทรกเตอร์ใหญ่</li> <li>5. แบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบ</li> </ol> <p>    ถอดรหัส (2)</p> <p><b>ชิ้นงาน/ภาระงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แบบฝึกหัด 1 : ส่วนไหนชื่ออะไร</li> <li>2. ใบกิจกรรม 1 : สำรวจมุมในวงกลม</li> <li>3. แบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบ</li> <li>4. แบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบ</li> </ol> <p>    ถอดรหัส (1)</p> <p>    ถอดรหัส (2)</p>
	 <p>3. ครูวาดรูปวงกลมบนกระดานอีกหนึ่งวงให้มีลักษณะดังรูป แล้วเขียนชื่อจุดต่าง ๆ เพื่อทบทวนเกี่ยวกับการเรียกชื่อวงกลม รัศมีของวงกลม และเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม</p> 	

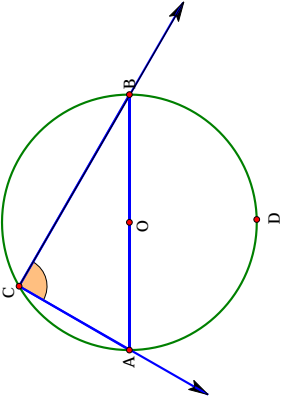
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>ด้านความรู้</p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมของวงกลม</li> <li>นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมของวงกลมไปใช้ในกรณีให้เหตุผลและแก้ปัญหา</li> </ol> <p>คณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ให้เหตุผลในการสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน</li> </ol>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</p> <p>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>จากนั้น ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเข้าใจส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>O</math> เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เรานิยมเรียกวงกลมที่มี <math>O</math> เป็นจุดศูนย์กลางว่าอะไร [วงกลม <math>O</math>]</li> <li>• รัศมีของวงกลม <math>O</math> มีรัศมีอะไรบ้าง และสามารถเรียกชื่อได้อย่างไร [รัศมี <math>OC</math>, <math>OD</math>, <math>OA</math>, <math>OB</math>, <math>OP</math> และ <math>OQ</math>]</li> </ul> <p><b>ขั้นตอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูวาดรูปวงกลมเพื่อแนะนำให้นักเรียนรู้จักครึ่งวงกลม ส่วนโค้งใหญ่ ส่วนโค้งน้อย ดังนี้</li> </ol> <ul style="list-style-type: none"> <li>• คราววงกลม <math>O</math></li> <li>• ครูใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควรสร้างเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม แล้วชี้ให้นักเรียนเห็นว่าเมื่อเราแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน จะเรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า <b>ครึ่งวงกลม</b> แล้วเขียนข้อความกำกับไว้ ดังรูป</li> </ul>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p><b>การวัดและประเมินผล</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ตรวจสอบใบฝึกหัด 1 โดยตอบได้ถูกต้อง 4 ข้อ จาก 6 ข้อ</li> <li>2. ตรวจใบกิจกรรม 1 โดยเขียนข้อความคาดการณ์ได้ถูกต้อง</li> <li>3. ตรวจสอบใบฝึกหัด 2 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</li> <li>4. ตรวจสอบใบฝึกหัด 3 โดยตอบได้ถูกต้อง 3 ข้อ จาก 5 ข้อ</li> </ol>
--	--	---



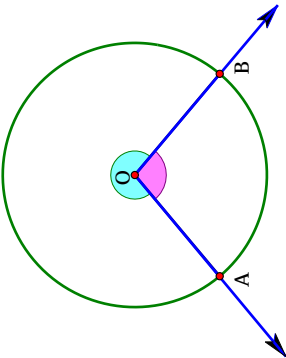
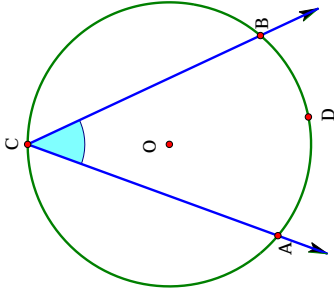
<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b> <b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 3 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>2. สื่อสารแนวคิดในการหาค่าตอบของปัญหาเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม</p> <p><b>ด้านคุณลักษณะ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือโต้แย้งแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล</li> <li>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</li> </ol> <p>อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้ และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ มาใช้ได้อย่างเหมาะสม</p> <p><b>สมรรถนะที่要求学生ให้เกิดกับผู้เรียน</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ครูลบเส้นตรงเดิมและข้อความครึ่งวงกลมออก แล้วใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควรสร้างเส้นตรงใหม่ให้แบ่งวงกลมโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม แล้วชี้ให้นักเรียนเห็นว่าเมื่อเราแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 2 ส่วน หากส่วนโค้งทั้งสองไม่เท่ากัน จะเรียกส่วนโค้งที่ยาวกว่าว่า <b>ส่วนโค้งใหญ่</b> และเรียกส่วนโค้งที่สั้นกว่าว่า <b>ส่วนโค้งน้อย</b> แล้วเขียนข้อความกำกับไว้ดังรูป</li> </ul>  <p>ครูแนะนำการเรียกชื่อส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ รวมถึงสัญลักษณ์ที่ใช้แทน โดยเขียนบนกระดาน ดังนี้</p> <p>เรียกส่วนโค้ง CED ว่า ส่วนโค้งใหญ่ CD เขียนแทนด้วย <math>\widehat{CED}</math></p> <p>เรียกส่วนโค้ง CFD ว่า ส่วนโค้งน้อย CD เขียนแทนด้วย <math>\widehat{CFD}</math></p> <p>โดยเมื่อกล่าวถึง ส่วนโค้ง CD จะหมายถึงส่วนโค้งน้อย CD และเขียนแทนด้วย <math>\widehat{CD}</math></p>	

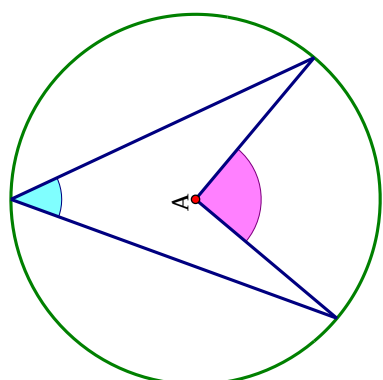
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุม และกำกับตนเองในการใช้ความรู้ เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและ มุมในส่วนโค้งของวงกลมมาแก้ปัญหา</p> <p>2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการ เขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อ แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้งของวงกลม</p> <p>3. การคิดขั้นสูง โดยคิดวิเคราะห์ ปัญหา และให้เหตุผลประกอบ แนวคิดในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับมุม ที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้ง ของวงกลม</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b></p> <p style="text-align: center;"><b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</b></p> <p style="text-align: center;"><b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b></p> <p style="text-align: right;">เวลา 3 ชั่วโมง</p> <p style="text-align: right;">ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>5. ครูแนะนำให้นักเรียนรู้จักมุมที่จุดศูนย์กลาง โดยสร้างวงกลมใหม่ แล้วใช้ไม้บรรทัด ขนาดยาวพอสมควรสร้างรัศมีตามเงื่อนไข ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ครูสร้างรัศมี OA ที่มีจุด O ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดเริ่มต้น และมีจุด A เป็นจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นรอบวง</li> <li>• ครูสร้างรัศมี OB ที่มีจุด O ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดเริ่มต้น และมีจุด B เป็นจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นรอบวง</li> <li>• ครูเขียนส่วนโค้งปิดมุม AOB และมุมกลับ AOB แล้วแนะนำนักเรียนว่า “มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุม และแขนทั้งสองของมุม ตัดวงกลม คือ <b>มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม</b>”</li> </ul> <div style="text-align: center;">  </div> <p>ครูแนะนำมุม AOB และมุมกลับ AOB ว่าเป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม โดยที่ <math>\widehat{AOB}</math> รองรับด้วยส่วนโค้งน้อย AB และมุมกลับ AOB รองรับด้วยส่วนโค้งใหญ่ AB</p>
--	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>6. ครูแนะนำมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยวาดวงกลมสองวงแล้วใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควรสร้างรังสีตามเงื่อนไข ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ครูสร้างรังสี CA และรังสี CB ที่มีจุด C เป็นจุดบนเส้นรอบวง และมีจุด A และจุด B เป็นจุดบนเส้นรอบวง</li> <li>• ครูเขียนส่วนโค้งปิดมุม ACB แล้วแนะนำนักเรียนว่า “มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม คือมุมในส่วนโค้งของวงกลม” ดังรูป</li> </ul>  <p>จากรูปทั้งสอง <math>\widehat{ACB}</math> เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย <math>\widehat{ADB}</math> ครูอธิบายนักเรียนเพิ่มเติมว่า ในกรณีที่มีมุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางกลาง จะเรียกมุมในส่วนโค้งของวงกลมนั้นว่า <b>มุมในครึ่งวงกลม</b> แล้ววาดภาพแสดง ดังนี้</p> <p>7. ครูอธิบายนักเรียนเพิ่มเติมว่า ในกรณีที่มีมุมในส่วนโค้งของวงกลมมีแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางกลาง จะเรียกมุมในส่วนโค้งของวงกลมนั้นว่า <b>มุมในครึ่งวงกลม</b> แล้ววาดภาพแสดง ดังนี้</p>

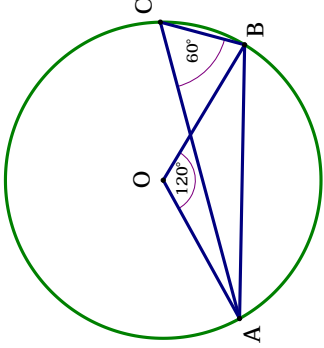
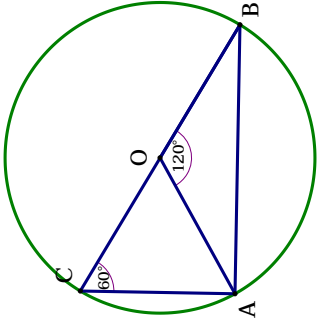
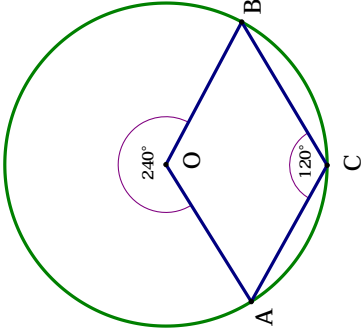
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<div style="text-align: center;">  </div> <p>นั่นคือ มุม <math>ACB</math> เป็นมุมในครึ่งวงกลม</p> <p>8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 : ส่วนไหน ชื่ออะไร โดยครูอธิบายคำสั่งให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และอาจยกตัวอย่างคำตอบให้นักเรียนเพื่อเป็นแนวทาง โดยครูอาจใช้คำถามสำคัญเพื่อช่วยการคิดดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• วิธีการสังเกตมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมได้อย่างไร</li> <li>• <b>[มีจุด <math>O</math> ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุม]</b></li> <li>• <b>[แขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง]</b></li> </ul> <p>จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบพร้อมกันในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>9. ครูทบทวนส่วนต่าง ๆ ของวงกลมที่ได้เรียนไปในชั่วโมงนี้ ได้แก่ ส่วนโค้งใหญ่ ส่วนโค้งน้อย ครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มุมในส่วนโค้งของวงกลม และมุมในครึ่งวงกลม โดยครูอาจยกตัวอย่างคำตอบจากแบบฝึกหัด 1 มาช่วยในการสรุป</p>

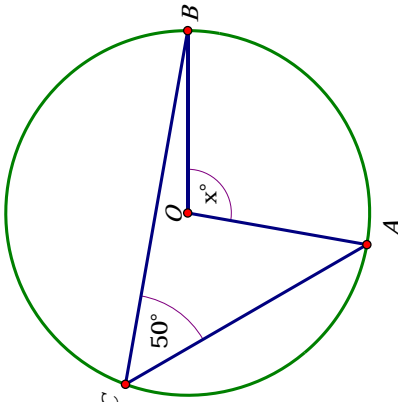


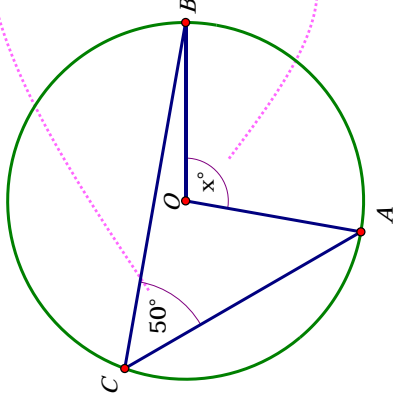
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ชั่วโมงที่ 2 ชี้หน้า</p> <p>1. ครูทบทวนมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยวาดรูปบนกระดาน ตั้งแสดงในภาพก่อนเริ่มชั่วโมง แล้วใช้คำถามกับนักเรียนดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างมุมที่จุดศูนย์กลาง</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>จากภาพ มุม AOB เรียกว่ามุมอะไร เพราะเหตุใด</li> </ul> <p>[มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เนื่องจาก มีจุดศูนย์กลางของวงกลม เป็นจุดยอดมุม และแขนทั้งสองของ มุมตัดวงกลม]</p> <p><b>ตัวอย่างมุมในส่วนโค้งของวงกลม</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>จากภาพ มุม ACB เรียกว่ามุมอะไร เพราะเหตุใด</li> </ul> <p>[มุมในส่วนโค้งของวงกลม เนื่องจาก มีจุดยอดมุม C อยู่บนวงกลม และแขนทั้งสอง ของมุมตัดวงกลม]</p>	 

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ขั้นสอน</p>	<p>2. ครูนำนักเรียนทำกิจกรรมสำรวจมุมในวงกลม โดยครูวาดวงกลมที่มีขนาดแตกต่างกัน 5 วง บนกระดาน แล้วตั้งชื่อว่า A, B, C, D และ E แต่ละวงมีมุมที่จุดศูนย์กลางที่มีขนาดระหว่าง 0 ถึง 180 องศา และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งของมุมที่จุดศูนย์กลางสำหรับวงกลมแต่ละวง โดยไม่ให้แขนของมุมตัดกัน ซึ่งจะได้อุปกรณ์ตัวอย่าง</p> 	
	<p>จากนั้นทำตามขั้นตอนดังนี้</p> <p>1) ครูสุ่มนักเรียน 5 คน มาวัดมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมแต่ละวง โดยใช้โปรแทรกเตอร์ขนาดใหญ่ แล้วให้นักเรียนเขียนขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมแต่ละวงกำกับไว้ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนตั้งใจวัดค่ามุมอย่างละเอียด</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>2) ครูสุมนักเรียนอีก 5 คน มาวัดมุมในส่วนของวงกลมแต่ละวง โดยใช้พรแทรกเตอร์ขนาดใหญ่ แล้วให้นักเรียนเขียนขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมแต่ละวงกำกับไว้ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนตั้งใจวัดค่ามุมอย่างละเอียด</p> <p>3) ครูให้นักเรียนบันทึกค่าของมุมต่าง ๆ ที่วัดได้ลงในใบกิจกรรม 1 : สำรวจมุมในวงกลม แล้วเขียนข้อความคาดการณ์จากข้อมูลที่ได้</p> <p>4) ครูสุ่มให้นักเรียนบอกข้อความคาดการณ์ของนักเรียนที่เขียนไว้ ซึ่งควรจะได้ว่า</p> <p>“ในวงกลมเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” หรือ “ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมจะมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน”</p> <p>5) ครูอธิบายว่าข้อความคาดการณ์ดังกล่าวเป็นไปตามทฤษฎีบทว่า</p> <div data-bbox="911 658 1118 1447" style="border: 1px solid blue; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน</p> </div> <p>3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ทฤษฎีบทนี้ สามารถนำไปใช้ในกรณีที่แขนของมุมในส่วนโค้งตัดกับแขนของมุมที่จุดศูนย์กลาง โดยวาดรูปประกอบบนกระดาน ซึ่งจะเห็นว่า ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลาง AOB มีขนาด 120° มุมในส่วนโค้ง ACB จะมีขนาด 60°</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
 <p>ทฤษฎีบทนี้สามารถนำไปใช้กรณีที่ใช้กรณีหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลาง อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันกับแขนหนึ่งของมุมในส่วนโค้ง และกรณีที่มีมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นมุมกลับได้เช่นกัน พร้อมทั้งเขียนรูปให้นักเรียนดูบนกระดาน</p>  	

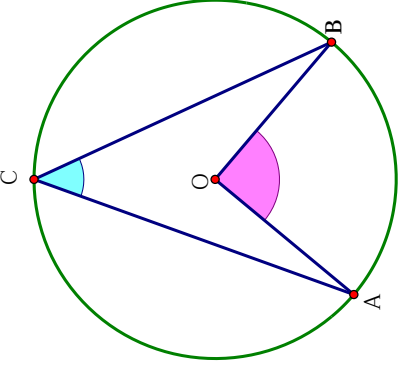
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>		<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยวาดรูปแสดงโจทย์บนกระดานดังนี้ ตัวอย่างที่ 1 จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x</p>	 <p>ครูใช้คำถามต่อไปนี้ตามลำดับเพื่อให้ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• โจทย์ต้องการให้หาอะไร [หาค่า x]</li> <li>• โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง [ACB มีขนาด 50°]</li> <li>• ACB เป็นมุมในส่วนใดของวงกลม [เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม]</li> <li>• x เป็นขนาดของมุมใด [ขนาดของ AOB]</li> <li>• AOB เป็นมุมในส่วนใดของวงกลม [เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม]</li> <li>• AOB และ ACB มีความสัมพันธ์กันอย่างไร [AOB และ ACB ต่างเป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน]</li> </ul>		

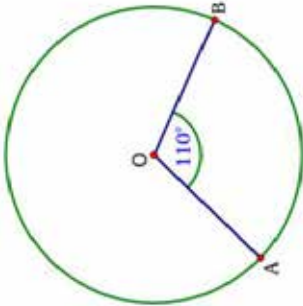
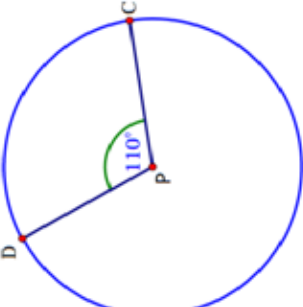
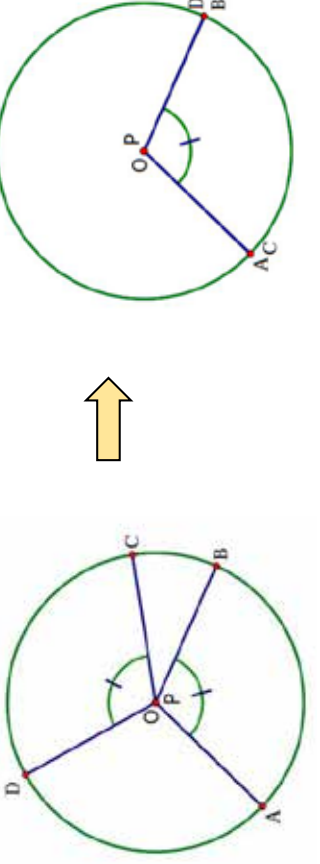
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนจะใช้เวลาอยู่กับอะไรในการหาคำตอบของปัญหา [ใช้ทฤษฎีที่ว่า ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน]</li> <li>ครูอาจแนะนำให้ให้นักเรียนแสดงการหาคำตอบโดยลากเส้นโยงสิ่งที่เกี่ยวข้อง กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาเพื่อนำไปเขียนแสดงวิธีทำ บนกระดานดังนี้</li> </ul>	
	 <p>เนื่องจาก <math>\hat{ACB} = 50^\circ</math> และ <math>\hat{AOB} = 2(\hat{ACB})</math> ดังนั้น <math>x = 2 \times 50</math> <math>= 100</math></p>	
	<p>ครูชี้แนะให้นักเรียนเห็นว่าจากตัวอย่างที่ 1 นี้ ขั้นตอนที่สำคัญคือ การทำความเข้าใจปัญหาว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร แล้วจะใช้ความรู้ใดในการแก้ปัญหา</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยวาดรูปแสดงโจทย์บนกระดานดังนี้ ตัวอย่างที่ 2</p>	<div data-bbox="430 918 790 1288" data-label="Diagram"> </div> <p>จากรูป <math>\widehat{NOW}</math> มีขนาด <math>150^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{NEW}</math>          ครูใช้คำถามต่อไปนี้ตามลำดับเพื่อเป็นการทำความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• โจทย์ต้องการให้หาอะไร [ขนาดของ <math>\widehat{NEW}</math>]</li> <li>• โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง [<math>\widehat{NOW}</math> มีขนาด <math>150^\circ</math>]</li> <li>• <math>\widehat{NOW}</math> เป็นมุมในส่วนของวงกลม [เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม]</li> <li>• <math>\widehat{NEW}</math> เป็นมุมในส่วนของวงกลม [เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม]</li> <li>• <math>\widehat{NOW}</math> และ <math>\widehat{NEW}</math> มีความสัมพันธ์กันอย่างไร [<math>\widehat{NOW}</math> เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง และ <math>\widehat{NEW}</math> เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน]</li> </ul>	

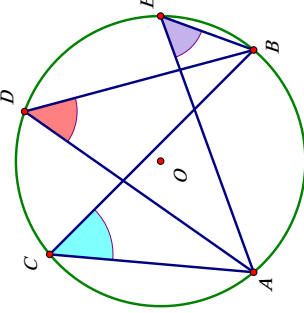
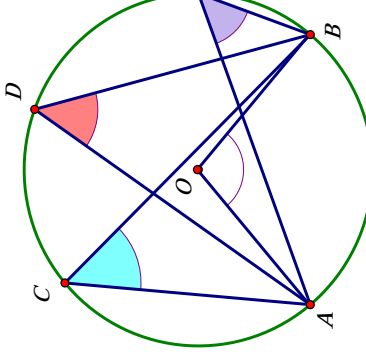
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนจะใช้เวลาเรียนรู้เกี่ยวกับอะไรในการหาค่าตอบของปัญหา [ใช้ความสัมพันธ์ที่ว่าในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลม จะมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน]</li> <li>• นักเรียนจะเขียนแสดงวิธีหาค่าตอบของปัญหาได้อย่างไร [เนื่องจาก <math>N\hat{O}W = 150^\circ</math> และ <math>N\hat{E}W = \frac{1}{2}(N\hat{O}W) = \frac{1}{2} \times 150 = 75^\circ</math>]</li> </ul> <p>6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบออร์ทัส (1) ซึ่งมีตัวอย่างแสดงให้นักเรียน ดูแล้ว 3 ข้อ และให้นักเรียนทำเพียง 3 ข้อ เพื่อทบทวน โดยครูอธิบายคำสั่งให้นักเรียน เข้าใจก่อนลงมือทำ จากนั้นร่วมกันเฉลยรหัสที่ได้</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>7. ครูนำนักเรียนสรุปทฤษฎีบทที่ได้เรียนไปในชั่วโมงนี้ดังต่อไปนี้ ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาด ของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน</p>



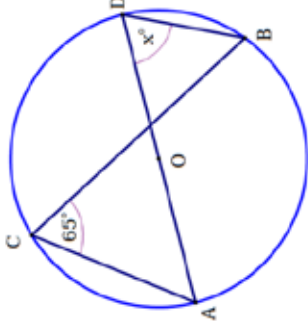
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b></p> <p style="text-align: center;"><b>เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม</b></p> <p style="text-align: center;"><b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b></p> <p style="text-align: right;">เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p><b>ชั่วโมงที่ 3</b> <b>ชี้แนะ</b></p> <p>1. ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันที่กล่าวว่า “ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีความเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” หรือ “ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมจะมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน”</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>2. ครูใช้สื่อวงกลมคู่มือสร้างมุม AOB ซึ่งเป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมให้มีขนาด <math>110^\circ</math> และครุณาแผ่นพลาสติกใสที่สร้างวงกลม P ขนาดเท่ากับวงกลม O และมีมุมที่จุดศูนย์กลาง CPD เท่ากับ <math>110^\circ</math> มาแสดงให้นักเรียนดู</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
 	<p>3. ครูนำวงกลมในสื่อวงกลมคู่คิดและแผ่นพลาสติกใสที่สร้างมุมที่จุดศูนย์กลางไว้มาซ้อนกัน โดยใช้ส่วนที่เจาะรูใส่ตรงตำแหน่งตะปู ครูให้นักเรียนสังเกตว่า เนื่องจากมุมที่สร้างขึ้นทั้งสองมุมมีขนาด <math>110^\circ</math> เท่ากัน เมื่อครูหมุนให้มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่สร้างไว้ซ้อนทับกัน จะสังเกตเห็นว่าส่วนโค้ง CD จะซ้อนทับกับส่วนโค้ง AB ได้สนิทพอดี ซึ่งแสดงว่าส่วนโค้งทั้งสองยาวเท่ากัน ดังรูป</p> 

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ข้อสรุปดังกล่าวเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p> <div data-bbox="363 600 593 1442" style="border: 1px solid blue; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับ มุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน</p> </div> <p>4. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในทางกลับกัน ถ้าส่วนโค้ง AB และส่วนโค้ง CD บนวงกลม แต่ละวงยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p> <div data-bbox="794 573 1011 1491" style="border: 1px solid blue; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมี ขนาดเท่ากัน</p> </div> <p>5. ครูกริณำนักเรียนด้วยการถามว่า สำหรับมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือยาวเท่ากันจะมีความสัมพันธ์ลักษณะเดียวกันกับมุมที่จุดศูนย์กลางหรือไม่ จากนั้นจึงนำนักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้ง 2 มุมใด ๆ ที่รองรับ ด้วยส่วนโค้งเดียวกัน โดยวาดรูปแสดงดังนี้</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<div style="text-align: center;">  </div> <p>ครูแนะนำว่ามุมทั้งสามเป็นมุมในส่วนของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน คือส่วนโค้ง AB</p> <p>6. จากรูปที่สร้างในข้อ 5 ครูสร้าง <math>\widehat{AOB}</math> เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม</p> <div style="text-align: center;">  </div>

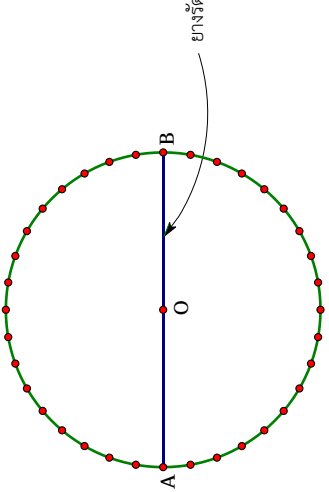
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ครูให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ถ้า <math>\widehat{A\hat{O}B}</math> มีขนาด <math>100^\circ</math> แล้ว <math>\widehat{A\hat{C}B}</math> จะมีขนาดเท่าไร <math>[50^\circ]</math></li> <li>2. ถ้า <math>\widehat{A\hat{O}B}</math> มีขนาด <math>100^\circ</math> แล้ว <math>\widehat{A\hat{D}B}</math> จะมีขนาดเท่าไร <math>[50^\circ]</math></li> <li>3. ถ้า <math>\widehat{A\hat{O}B}</math> มีขนาด <math>100^\circ</math> แล้ว <math>\widehat{A\hat{E}B}</math> จะมีขนาดเท่าไร <math>[50^\circ]</math></li> <li>4. มุมในส่วนของวงกลมทั้งสามมุมข้างต้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร <b>[มีขนาดเท่ากัน]</b></li> </ol> <p>จากนั้น ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า ทั้งสามมุม (<math>\widehat{A\hat{C}B}</math> <math>\widehat{A\hat{D}B}</math> และ <math>\widehat{A\hat{E}B}</math>) มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของ <math>\widehat{A\hat{O}B}</math></p> <p>7. ครูและนักเรียนช่วยกันสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ซึ่งควรได้ว่า</p> <p>“ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน”</p> <p>โดยครูเพิ่มเติมความรู้ว่าสำหรับวงกลมต่างวงกันที่เท่ากันทุกประการ ที่ส่วนโค้งรองรับมีขนาดเท่ากัน ความสัมพันธ์นี้ก็ยังเป็นจริง และในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งสองมุมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองจะมีขนาดเท่ากันด้วย</p> <p>8. ครูอธิบายสรุปว่า ข้อความคาดการณ์ดังกล่าวเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p> <div data-bbox="1145 573 1337 1480" style="border: 1px solid blue; padding: 10px;"> <p>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน</p> </div>	

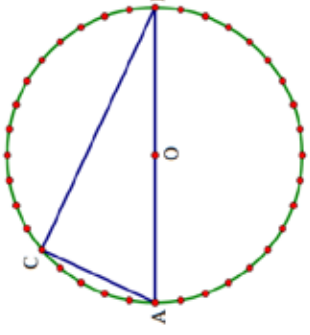
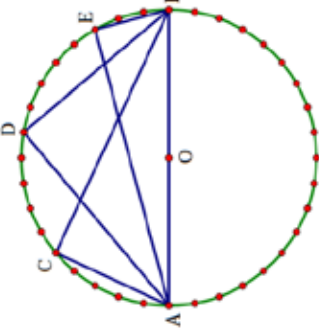
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>นอกจากนี้ ในทางกลับกัน สามารถสรุปเป็นอีกทฤษฎีบทได้ว่า</p> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน</p> </div> <p>9. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยวาดรูปแสดงโจทย์บนกระดานดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>จากรูปวงกลม O มี <math>\angle ACB = 65^\circ</math> จงหาค่า x</p> <p><b>วิธีทำ</b>      เนื่องจาก <math>\angle ACB = 65^\circ</math>                  และ <math>\angle ADB = \angle ACB</math>                  ดังนั้น            <math>x = 65</math></p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>ทั้งนี้ ในระหว่างการเรียนรู้ ให้ครูใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อฝึกให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหา ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• โจทย์ต้องการให้หาอะไร [หาค่า <math>x</math>]</li> <li>• โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง [วงกลม <math>O</math> มี <math>\widehat{ACB} = 65^\circ</math>]</li> <li>• <math>\widehat{ACB}</math> เป็นมุมในส่วนใดของวงกลม [เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม]</li> <li>• <math>x</math> เป็นขนาดของมุมใดและมุมดังกล่าวเป็นมุมในส่วนใดของวงกลม [เป็นขนาดของ <math>\widehat{ADB}</math> ซึ่งเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม]</li> <li>• <math>\widehat{ADB}</math> ซึ่งเป็นมุมที่โจทย์ต้องการให้หาค่าตอบและ <math>\widehat{ACB}</math> ซึ่งเป็นมุมที่โจทย์กำหนดขนาดมาให้ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร [เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน]</li> <li>• นักเรียนจะใช้ความรู้เกี่ยวกับอะไรในการหาค่าตอบของปัญหา [ใช้ความสัมพันธ์ที่ว่า ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน]</li> </ul> <p>10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบข้อที่ส (2) โดยครูอธิบายคำชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และอธิบายตัวอย่าง จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบที่ได้</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
---	---	---	---

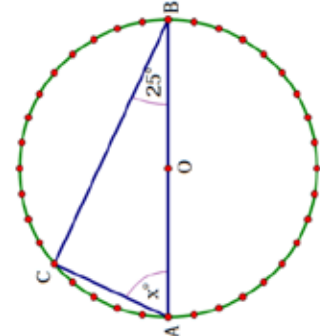
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 4.1 กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ขั้นสรุป</p> <p>11. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์เกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และส่วนโค้งที่รองรับมุม เป็นประเด็นดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเท่ากัน</li> <li>• ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งสองมุมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองจะยาวเท่ากันด้วย</li> <li>• สำหรับวงกลมต่างวงกันที่เท่ากันทุกประการ มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งที่มีขนาดเท่ากัน จะมีขนาดเท่ากันด้วย</li> <li>• สำหรับวงกลมต่างวงกันที่เท่ากันทุกประการ ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองจะยาวเท่ากันด้วย</li> </ul>	



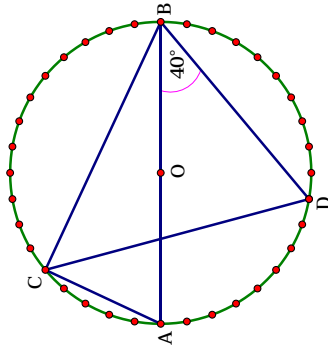
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งนำรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>สาระการเรียนรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก</li> </ol> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>ด้านความรู้</p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม</li> <li>นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 4 ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูทบทวนเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและครึ่งวงกลม โดยใช้สื่อวงกลมกระดาษ แล้วแสดงหนึ่งอย่างแทนส่วนของเส้นตรง สร้าง <math>\overline{AB}</math> ให้ผ่านจุดศูนย์กลาง <math>O</math> เพื่อสร้างเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม แล้วซักถามนักเรียนว่าส่วนใดบ้างที่เป็นครึ่งวงกลม จากนั้นครูแสดงให้นักเรียนเห็นครึ่งวงกลม</li> </ol>  <p>ขั้นสอน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูใช้ครึ่งวงกลมที่สร้างบนสื่อวงกลมกระดาษในข้อ 1 แล้วให้นักเรียนมากำหนดตำแหน่งจุด <math>C</math> แล้วครูใช้หนึ่งอย่างแทนส่วนของเส้นตรง สร้าง <math>\overline{AC}</math> และ <math>\overline{BC}</math> จะได้ว่า <math>\triangle ACB</math> ที่สร้างขึ้นมีเส้นตรงสองเส้นผ่านจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง เราจะเรียกว่า <b>มุมในครึ่งวงกลม</b> ตามที่นักเรียนเคยทราบมาแล้ว ดังรูป</li> </ol>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 4</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>สื่อวงกลมกระดาษ</li> <li>หนึ่งยาง</li> <li>ไม้บรรทัดขนาดยาว</li> </ol> <p>พอสมควรร</p> <p>ชั่วโมงที่ 5</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>สื่อวงกลมกระดาษ</li> <li>หนึ่งยาง</li> <li>ไม้บรรทัดขนาดยาว</li> </ol> <p>พอสมควรร</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>โพรแทรกเตอร์ใหญ่</li> <li>แบบฝึกหัด 4 : จับคู่คำตอบ</li> </ol> <p>ถอดรหัส (3)</p>
--	--	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สื่อสารแนวคิดในการหาค่าตอบของปัญหาเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม</li> <li>2. เชื่อมโยงทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมเพื่อศึกษาทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม</li> <li>3. ให้เหตุผลเพื่อสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม รวมถึงสามารถให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการหาค่าตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	 <p>จากนั้น ครูใช้มุมของสมมุติที่เป็นมุมฉากทางมุมในครึ่งวงกลม <math>\widehat{ACB}</math> เพื่อแสดงให้เห็นว่ามุมในครึ่งวงกลมมีขนาด <math>90^\circ</math> องศา หรือหนึ่งมุมฉาก</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. ครูใช้หนึ่งยงสร้างมุมในครึ่งวงกลมอีก 2 มุม กำหนดชื่อเป็น <math>\widehat{ADB}</math> และ <math>\widehat{AEB}</math></li> </ol>  <p>จากนั้น ครูใช้มุมของสมมุติที่เป็นมุมฉาก วางทางมุมในครึ่งวงกลมที่สร้างขึ้นใหม่อีกสองมุม คือ <math>\widehat{ADB}</math> และ <math>\widehat{AEB}</math> แล้วถามนักเรียนว่า <math>\widehat{ADB}</math> และ <math>\widehat{AEB}</math> จะมีขนาดเท่าไร จากนั้นครูเปลี่ยนตำแหน่งของจุด C ไปยังตำแหน่ง</p>	<p>ชั่วโมงที่ 6</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. อุปกรณ์กิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ <ul style="list-style-type: none"> <li>• บัตรกิจกรรม : วงล้อสัญลักษณ์</li> <li>• ใบกิจกรรม 2 : วงล้อสัญลักษณ์</li> <li>• ปากกาไวท์บอร์ด</li> <li>• แปรลงลบบปากกาไวท์บอร์ด</li> </ul> </li> </ol> <p>ชิ้นงาน/ภาระงาน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แบบฝึกหัด 4 : จับคู่คำตอบถอดรหัส (3)</li> <li>2. ใบกิจกรรม 2 : วงล้อสัญลักษณ์</li> </ol>

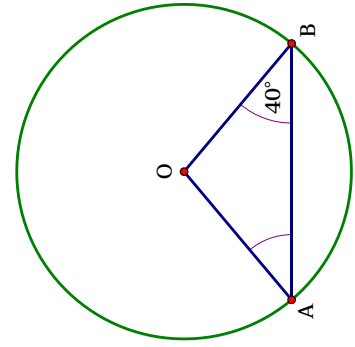
<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</b> <b>เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงของไรต์ที่</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 3 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b> <b>ด้านคุณลักษณะ</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>3. นักเรียน มีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือโต้แย้งแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล</li> <li>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</li> </ol>	<p>อื่น ๆ บนเส้นรอบวง โดยเลื่อนหนึ่งข้างไปเรื่อย ๆ ลึก 3-4 ตำแหน่ง แล้วถามนักเรียนว่า มุมในครึ่งวงกลมเปลี่ยนแปลงไปหรือไม่ แล้วให้นักเรียนร่วมกันสร้างข้อความคาดการณ์ ซึ่งควรจะได้ว่า มุมในครึ่งวงกลมจะมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉากเสมอ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. ครูใช้คำถามต่อไปให้นักเรียนให้เหตุผลว่ามุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก แทนการวัดขนาดของมุมด้วยโพรแทรกเตอร์ พร้อมทั้งเขียนคำตอบให้นักเรียนเห็นบนกระดาน</li> </ol> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\widehat{AOB}</math> เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ขนาดของ <math>\widehat{AOB}</math> เท่ากับเท่าไร [180 องศา หรือสองมุมฉาก]</li> <li>• ถ้าพิจารณาจากส่วนโค้ง <math>AB</math> แล้ว <math>\widehat{AOB}</math> และ <math>\widehat{ACB}</math> มีความสัมพันธ์กันอย่างไร [ <math>\widehat{AOB}</math> เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและ <math>\widehat{ACB}</math> เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้ง <math>AB</math> เดียวกัน ]</li> <li>• จากความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันที่นักเรียนทราบมาแล้ว <math>\widehat{AOB}</math> และ <math>\widehat{ACB}</math> มีขนาดของมุมสัมพันธ์กันอย่างไร [ <math>\widehat{AOB} = 2(\widehat{ACB})</math> หรือ <math>\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})</math> ]</li> <li>• จากความสัมพันธ์ข้างต้น แสดงว่า <math>\widehat{ACB}</math> มีขนาดเท่าไร [ <math>\frac{1}{2} \times 180 = 90</math> องศา หรือหนึ่งมุมฉาก ]</li> <li>• <math>\widehat{ACB}</math> <math>\widehat{ADB}</math> และ <math>\widehat{AEB}</math> มีความสัมพันธ์กันอย่างไร [ แล้ว <math>\widehat{ACB}</math> <math>\widehat{ADB}</math> และ <math>\widehat{AEB}</math> เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง <math>AB</math> เดียวกัน ]</li> </ul>	<b>การวัดและประเมินผล</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 4 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อจาก 4 ข้อ</li> <li>2. ตรวจใบกิจกรรม 2 <ul style="list-style-type: none"> <li>• ตอนที่ 1 โดยตอบได้ถูกต้อง 4 ข้อ จาก 6 ข้อ</li> <li>• ตอนที่ 2 โดยตอบได้ถูกต้อง 4 ตำแหน่ง จาก 6 ตำแหน่ง</li> </ul> </li> </ol>
<b>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมมาแก้ปัญหา</li> </ol>		

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความ เพื่อแสดง แนวคิดเกี่ยวกับ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับมุม ที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม</p> <p>3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยร่วมกันทำกิจกรรมวัดอัตราส่วน</p> <p>วางแผนการทำงานร่วมกันในการแก้ปัญหาตามโจทย์ที่ได้รับ</p> <p>4. การคิดขั้นสูง โดยคิดวิเคราะห์ปัญหา และให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</p> <p>เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>2. จากความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน แสดงว่า <math>\angle ADB</math> และ <math>\angle AEB</math> มีขนาดเท่าไร <b>[<math>\angle ADB</math> และ <math>\angle AEB</math> ต่างมีขนาดเท่ากับ <math>\angle ACB</math> กล่าวคือเท่ากับ <math>90^\circ</math> องศา หรือหนึ่งมุมฉาก]</b></p> <p>ครูแนะนำทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม โดยเขียนบนกระดานว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด <math>90^\circ</math> องศา หรือหนึ่งมุมฉาก</p> </div> <p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้การสร้างรูปบนสี่วงกลมทฤษฎีบท ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b></p>  <p>จากรูป วงกลม O มี <math>\overline{AB}</math> เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและ <math>\angle ACB</math> มีขนาด <math>25^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{BAC}</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> เนื่องจาก <math>\angle ABC = 25^\circ</math>  <math>\angle ACB = 90^\circ</math>  และ <math>\widehat{BAC} + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ</math></p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>										
	<p>จะได้ <math>\widehat{BAC} + 25 + 90 = 180^\circ</math>  <math>\widehat{BAC} + 115 = 180^\circ</math>  <math>\widehat{BAC} = 180 - 115 = 65^\circ</math></p> <p>ดังนั้น <math>\widehat{BAC} = 180 - 115 = 65^\circ</math></p> <p>ทั้งนี้ เมื่อครูเขียนโจทย์แล้ว ให้ครูชวนนักเรียนวิเคราะห์โจทย์ โดยใช้การถามตอบ ประกอบการอธิบายจากสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไปยังสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และเขียนแสดงบนกระดานดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="616 584 1051 1491"> <thead> <tr> <th>คำถาม</th> <th>คำตอบ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>โจทย์ต้องการให้หา</td> <td><math>\widehat{BAC} = ?</math></td> </tr> <tr> <td>โจทย์กำหนดให้ <math>\overline{AB}</math> เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ส่งผลต่อขนาดของมุมใด และมีขนาดเท่าไร</td> <td><math>\widehat{ACB} = 90^\circ</math></td> </tr> <tr> <td>โจทย์กำหนดให้ <math>\widehat{ABC}</math> มีขนาดเท่าไร</td> <td><math>\widehat{ABC} = 25^\circ</math></td> </tr> <tr> <td><math>\widehat{BAC}</math> มีความสัมพันธ์กับ <math>\widehat{ABC}</math> และ <math>\widehat{ACB}</math> อย่างไร</td> <td><math>\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ</math></td> </tr> </tbody> </table>	คำถาม	คำตอบ	โจทย์ต้องการให้หา	$\widehat{BAC} = ?$	โจทย์กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ส่งผลต่อขนาดของมุมใด และมีขนาดเท่าไร	$\widehat{ACB} = 90^\circ$	โจทย์กำหนดให้ $\widehat{ABC}$ มีขนาดเท่าไร	$\widehat{ABC} = 25^\circ$	$\widehat{BAC}$ มีความสัมพันธ์กับ $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ACB}$ อย่างไร	$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$	<p>ครูชี้ให้เห็นว่าเราสามารถหาขนาดของ <math>\widehat{BAC}</math> ได้โดยการแทนขนาดของ <math>\widehat{ABC}</math> และ <math>\widehat{ACB}</math> และในการเขียนแสดงวิธีทำจะเขียนย้อนกลับจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และความสัมพันธ์ย้อนกลับไปที่หาสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา วิธีนี้เป็นอีกวิธีหนึ่งในการวิเคราะห์เพื่อวางแผนในการหาคำตอบของปัญหา โดยเชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่นักเรียนเคยเรียนมา</p>
คำถาม	คำตอบ											
โจทย์ต้องการให้หา	$\widehat{BAC} = ?$											
โจทย์กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ส่งผลต่อขนาดของมุมใด และมีขนาดเท่าไร	$\widehat{ACB} = 90^\circ$											
โจทย์กำหนดให้ $\widehat{ABC}$ มีขนาดเท่าไร	$\widehat{ABC} = 25^\circ$											
$\widehat{BAC}$ มีความสัมพันธ์กับ $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ACB}$ อย่างไร	$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$											

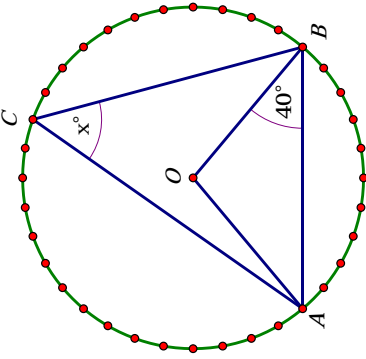
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>6. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยปรับรูปบนคือวงกลมทรงกลมที่เราเพิ่มเติมจากตัวอย่างที่ 1 ดังนี้</p> <p>ตัวอย่างที่ 2</p>  <p>จากรูป วงกลม O มี <math>\overline{AB}</math> เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและ <math>\widehat{ABD}</math> มีขนาด <math>40^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{ACD}</math> และ <math>\widehat{BCD}</math></p> <p>วิธีทำ</p> <p>เนื่องจาก <math>\widehat{ACD} = \widehat{ABD}</math>  และ <math>\widehat{ABD} = 40^\circ</math>  ดังนั้น <math>\widehat{ACD} = 40^\circ</math></p> <p>เนื่องจาก <math>\widehat{BCD} + \widehat{ACD} = \widehat{ACB}</math>  และ <math>\widehat{ACB} = 90^\circ</math>  จะได้ <math>\widehat{BCD} + 40^\circ = 90^\circ</math>  ดังนั้น <math>\widehat{BCD} = 90 - 40 = 50^\circ</math></p> <p>ดังนั้น ให้ครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดตามในระหว่างที่เขียนแสดงวิธีทำ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• โจทย์ต้องการให้หาอะไร [<b>ขนาดของ <math>\widehat{ACD}</math> และ <math>\widehat{BCD}</math></b>]</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งนำรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง [<math>\overline{AB}</math> เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและ <math>\widehat{ABD}</math> มีขนาด <math>40^\circ</math>]</li> <li>• <math>\widehat{ACD}</math> มีความสัมพันธ์กับสิ่งใด โจทย์กำหนดให้อย่างไร [<math>\widehat{ACD}</math> และ <math>\widehat{ABD}</math> เป็นมุมในส่วนของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง <math>\widehat{AD}</math> เดียวกัน]</li> </ul> <p>ในกรณีที่น่าเรียนมองภาพแล้วไม่เข้าใจ ให้ครูเอานางยางที่แสดง <math>\overline{AB}</math> และ <math>\overline{BC}</math> ออกก่อน เพื่อให้ได้เห็นได้ชัดเจนว่ามุมทั้งสองเป็นมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\widehat{ACD}</math> และ <math>\widehat{ABD}</math> มีขนาดเท่าไร [<math>\widehat{ACD} = \widehat{ABD} = 40^\circ</math>]</li> <li>• <math>\widehat{BCD}</math> ที่ต้องการหาขนาดมีความสัมพันธ์กับ <math>\widehat{ACB}</math> อย่างไร [<math>\widehat{BCD}</math> เป็นส่วนหนึ่งของ <math>\widehat{ACB}</math> และ <math>\widehat{BCD} + \widehat{ACD} = \widehat{ACB}</math>]</li> <li>• จะหาขนาดของ <math>\widehat{BCD}</math> ได้อย่างไร [นำขนาดของ <math>\widehat{ACB}</math> ลบด้วยขนาดของ <math>\widehat{ACD}</math> จะได้ <math>\widehat{BCD} = 90 - 40 = 50^\circ</math>]</li> </ul> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>7. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมว่าเป็นไปตามทฤษฎีบทดังนี้</p> <p>มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด <math>90</math> องศา หรือหนึ่งมุมฉาก</p>

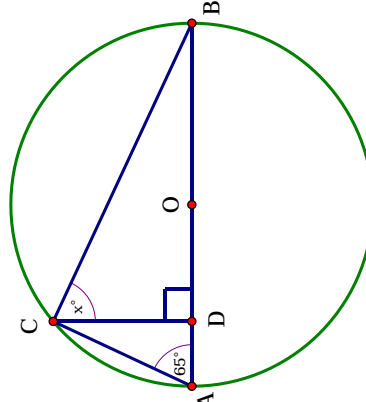
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งนำรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ชั่วโมงที่ 5 ชี้แนะ</p> <p>1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานด้านเรขาคณิตที่สำคัญที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว โดยใช้การถามตอบต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• เมื่อเส้นตรงสองเส้นตัดกัน ขนาดของมุมตรงข้ามจะเป็นอย่างไร <b>[มีขนาดเท่ากัน]</b></li> <li>• มุมตรงมีขนาดกี่องศา <b>[180 องศา]</b></li> <li>• ผลบวกของมุมประชิดบนเส้นตรงมีขนาดกี่องศา <b>[180 องศา]</b></li> <li>• ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เป็นเท่าใด <b>[180 องศา]</b></li> <li>• ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้นหรือไม่ <b>[เท่ากัน]</b></li> <li>• รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีลักษณะอย่างไรบ้าง <b>[มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน และมีมุมที่ฐานมีขนาดเท่ากันเสมอ]</b></li> </ul> <p>2. ครูทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับเรขาคณิต โดยครูสร้างวงกลม <math>O</math> แล้วสร้าง <math>\overline{OA}</math> และ <math>\overline{OB}</math> เป็นรัศมีของวงกลม ดังรูป</p>	



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งนาฏ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ครูเขียนส่วนโค้งปิดมุม โดยกำหนดให้ <math>\widehat{OBA} = 40^\circ</math> จากนั้น ครูใช้คำถามต่อไปนี้ เพื่อทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทิศทางเรขาคณิต</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนว่า <math>\widehat{OAB}</math> มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด [เนื่องจาก <math>OA = OB</math> เพราะเป็นรัศมีของวงกลมวงเดียวกัน แสดงว่า <math>\widehat{OAB}</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี <math>\widehat{AB}</math> เป็นฐาน และมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน ดังนั้น <math>\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ</math>]</li> <li>• เมื่อเราทราบว่า <math>\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ</math> แล้วนักเรียนจะหาขนาดของ <math>\widehat{AOB}</math> ได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานใด อย่างไร [ใช้ความรู้เรื่องผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เท่ากับ <math>180^\circ</math> ซึ่งจะได้ว่า <math>\widehat{AOB} + 40 + 40 = 180^\circ</math> และใช้สมบัติการเท่ากันหาขนาดของ <math>\widehat{AOB} = 180 - 80 = 100^\circ</math>]</li> </ul> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดานโดยใช้หนึ่งข้างสร้างรูปบนสี่เหลี่ยมทรีเหลี่ยม แล้วเขียนส่วนประกอบต่าง ๆ จากนั้นซักถามนักเรียนประกอบการอธิบายแนวคิดและวิธีทำ ดังนี้</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้          กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2          เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคือที่          รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง          ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ตัวอย่างที่ 1</p>  <p>จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x</p> <p>วิธีทำ</p> <p>เนื่องจาก <math>\widehat{AOB} = \widehat{OBA} = 40^\circ</math>          และ <math>\widehat{AOB} + \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ</math>          จะได้ <math>\widehat{AOB} = 180 - 80 = 100^\circ</math>          เนื่องจาก <math>\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})</math>          ดังนั้น <math>x = \frac{1}{2} \times 100 = 50</math></p> <p>ทั้งนี้ ให้ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนในระหว่างการเขียนแสดง ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• จะหาค่า x ได้จากความสัมพันธ์ใด <math>[\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})]</math></li> <li>• จะหาขนาดของ <math>\widehat{AOB}</math> ได้อย่างไร [ใช้ความรู้เรื่องผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม จะได้ <math>\widehat{AOB} + \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ</math>]</li> </ul>

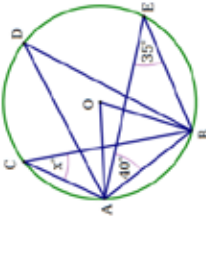
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งนำรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• จะหาขนาดของ <math>\widehat{OAB}</math> ได้อย่างไร <b>[ใช้ความรู้เรื่องมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะได้ <math>\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ</math>]</b></li> </ul> <p>4. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เพิ่มเติมว่า จากตัวอย่างที่ 1 นี้ หากมุม <math>\widehat{ACB}</math> มีลักษณะเปลี่ยนแปลงไปตั้งรูป โดยครูแสดงการปรับรูปบนสื่อวงกลมทรรษา ค่าของ <math>x</math> จะเป็นอย่างไร</p> <div data-bbox="558 851 877 1187" data-label="Diagram"> </div> <p><b>วิธีทำ</b></p> <p>เนื่องจาก <math>\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ</math>  และ <math>\widehat{AOB} + \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ</math>  จะได้ <math>\widehat{AOB} = 180 - 80 = 100^\circ</math>  เนื่องจาก <math>\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})</math>  ดังนั้น <math>x = \frac{1}{2} \times 100 = 50</math></p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกึ่งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรก็ตามที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ทั้งนี้ ใ้ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนลักษณะเดิม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• จะหาค่า <math>x</math> ได้จากความสัมพันธ์ใด <math>[\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})]</math></li> <li>• จะหาขนาดของ <math>\widehat{AOB}</math> ได้อย่างไร <b>[ใช้ความรู้เรื่องผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมจะได้ <math>\widehat{AOB} + \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ</math> ]</b></li> <li>• จะหาขนาดของ <math>\widehat{OAB}</math> ได้อย่างไร <b>[ใช้ความรู้เรื่องมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะได้ <math>\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ</math>]</b></li> </ul> <p>จากนั้น ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า เราสามารถหาค่า <math>x</math> ได้เท่าเดิมคือ 50 ถึงแม้ว่าตำแหน่งของจุด C จะเปลี่ยนแปลงไปอยู่ที่จุดใดก็ตามบนเส้นรอบวงของวงกลมวงนี้</p> <p>5. ครบถ้วนตัวอย่างที่ 2 โดยวาดรูปและเขียนแสดงบนกระดาน ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b></p>  <p>จากรูป จงหาค่า <math>x</math></p>

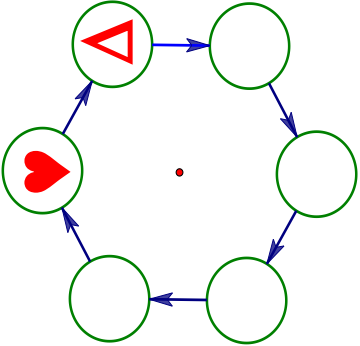
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>วิธีทำ</p> <p>เนื่องจาก <math>\widehat{CAD} = 65^\circ</math>  <math>\widehat{ADC} = 90^\circ</math>  <math>\widehat{ACB} = 90^\circ</math></p> <p>และ <math>\widehat{ACD} + \widehat{ADC} + \widehat{CAD} = 180^\circ</math>          จะได้ <math>\widehat{ACD} = 180 - 155 = 25^\circ</math>          เนื่องจาก <math>\widehat{DCB} = \widehat{ACB} - \widehat{ACD}</math>          ดังนั้น <math>x = 90 - 25 = 65</math></p> <p>ครูและนักเรียนช่วยกันเขียนแสดงแนวคิดและวิธีทำ โดยครูแนะนำว่าในการเขียนแสดงวิธีทำจะเขียนย้อนจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปหาสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา โดยใช้ความรู้พื้นฐานและความสัมพันธ์ที่นักเรียนเคยเรียนมา ทั้งนี้ ให้ครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดตามในระหว่างที่เขียนแสดงวิธีทำดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• เราจะหาค่า <math>x</math> ได้จากความสัมพันธ์ใด [<math>\widehat{DCB} = \widehat{ACB} - \widehat{ACD}</math>]</li> <li>• เราจะหาขนาดของ <math>\widehat{ACB}</math> ได้อย่างไร [<math>\widehat{ACB}</math> เป็นมุมในครึ่งวงกลม จะได้ <math>\widehat{ACB} = 90^\circ</math>]</li> <li>• เราจะหาขนาดของ <math>\widehat{ACD}</math> ได้อย่างไร [ใช้ความรู้เรื่องผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมจะได้ <math>\widehat{ACD} + \widehat{ADC} + \widehat{CAD} = 180^\circ</math>]</li> <li>• เราจะหาขนาดของ <math>\widehat{ADC}</math> ได้อย่างไร [จากสิ่งที่กำหนดให้ <math>\widehat{ADC}</math> เป็นมุมฉาก มีขนาด <math>90^\circ</math>]</li> <li>• เราจะหาขนาดของ <math>\widehat{CAD}</math> ได้อย่างไร [จากสิ่งที่กำหนดให้ <math>\widehat{CAD} = 65^\circ</math>]</li> </ul>

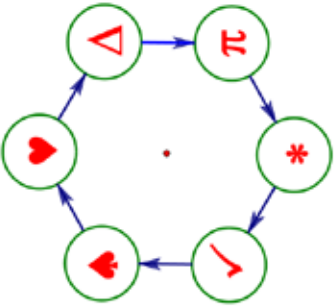
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกึ่งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคือที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ครูแนะนำนักเรียนร่วมกันทำแบบฝึกหัดที่ 4 : จับคู่คำตอบตรงข้อ (3) โดยครูอธิบายโจทย์ที่เป็นโจทย์ แต่ควรเขียนลำดับการคิดแก้ปัญหาไว้ด้วย ดังนี้</p> <div style="text-align: center;"> <p>1. <math>\widehat{ACD} = 180 - 155 = 25^\circ</math></p> <p>2. <math>\widehat{DCB} = \widehat{ACB} - \widehat{ACD}</math>  <math>x = 90 - 25 = 65</math></p> </div> <p>6. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทำแบบฝึกหัดที่ 4 : จับคู่คำตอบตรงข้อ (3) โดยครูอธิบายโจทย์ให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และอาจอธิบายตัวอย่าง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบที่ได้ (การให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อต้องการให้เรียนรู้การคิดร่วมกันเป็นการเตรียมตัวสำหรับการทำกิจกรรมกลุ่มในชั่วโมงถัดไป)</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>7. ครูให้นักเรียนสรุปแนวคิดในการแก้ปัญหาเพื่อหาขนาดของมุมต่าง ๆ ในวงกลมตามที่โจทย์กำหนด โดยนอกเหนือจากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม และมุมในครึ่งวงกลมที่นักเรียนเรียนมาแล้ว นักเรียนอาจต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตอื่น ๆ เช่น ผลรวมของขนาดของมุมของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เท่ากับ <math>180^\circ</math> หรือสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่หน้าจั่วมาประกอบ เพื่อใช้ในการหาคำตอบด้วย</p>

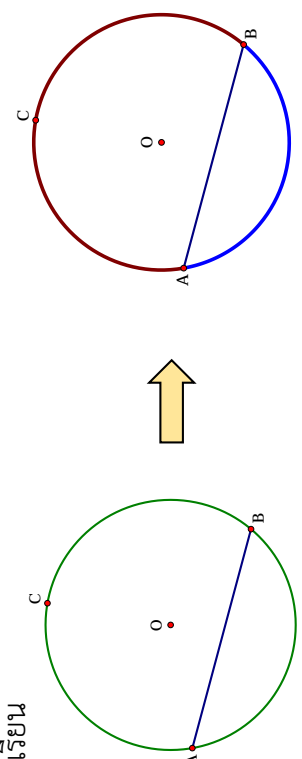
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ชั่วโมงที่ 6 ผู้นำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมที่นักเรียนเรียนมาทั้งหมด ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน</li> <li>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน</li> <li>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน</li> <li>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะยาวเท่ากัน</li> <li>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน</li> <li>มุมในครึ่งวงกลม มีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก</li> </ul> </li> </ol> <p>ขั้นสอน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 5 คน เพื่อทำกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ ครูแจกบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มจะได้รับบัตรโจทย์จำนวน 6 ใบ แล้วอธิบายวิธีการทำกิจกรรม ดังนี้</li> </ol>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>			
<p>1) ครูแสดงตัวอย่างบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ ซึ่งจะประกอบไปด้วย ส่วนสัญลักษณ์ต่าง ๆ ปัญหาซึ่งต้องการให้นักเรียนใช้ความรู้ในการหาค่า <math>x</math> และคำตอบ ซึ่งคำตอบนี้จะไม่ใช่คำตอบของบัตรใบนั้น แต่จะเป็นคำตอบของบัตรใบอื่น</p> <div data-bbox="630 824 1034 1377" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%; padding: 5px;">สัญลักษณ์ ♥</td> <td style="width: 70%; padding: 5px;">คำตอบ <b>70</b></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 5px;">ปัญหา : จากวงกลม <math>O</math> ที่กำหนดให้ จงหาค่า <math>x</math></td> </tr> </table>  </div> <p>2) ครูให้นักเรียนในกลุ่มแบ่งหน้าที่กัน โดยนักเรียนจะต้องช่วยกันหาคำตอบของโจทย์ใบบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ทั้ง 6 ใบ โดยอาจเริ่มจากใบใดใบหนึ่ง ซึ่งนักเรียนสามารถใช้ปากกาไวท์บอร์ดเขียนลงบนบัตร เพื่อช่วยในการคิดหาคำตอบได้ เมื่อได้คำตอบแล้ว ให้หาบัตรที่มีคำตอบตรงกับคำตอบที่หาได้มาวางเรียงเป็นลำดับถัดไป แล้วหาคำตอบของปัญหาในบัตรใบใหม่ นั่นต่อไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 6 ใบ พร้อมทั้งบันทึกแนวคิดและคำตอบลงในใบกิจกรรม 2 : วงล้อสัญลักษณ์ ตอนที่ 1</p>	สัญลักษณ์ ♥	คำตอบ <b>70</b>	ปัญหา : จากวงกลม $O$ ที่กำหนดให้ จงหาค่า $x$	
สัญลักษณ์ ♥	คำตอบ <b>70</b>			
ปัญหา : จากวงกลม $O$ ที่กำหนดให้ จงหาค่า $x$				

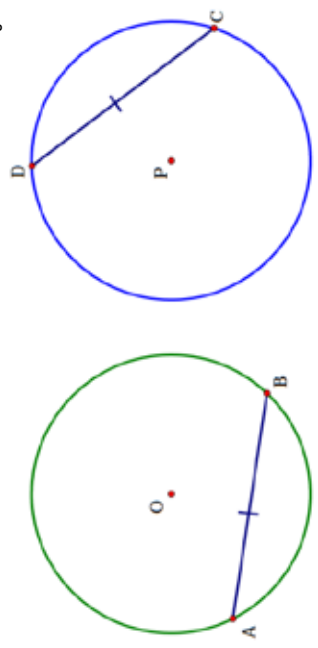


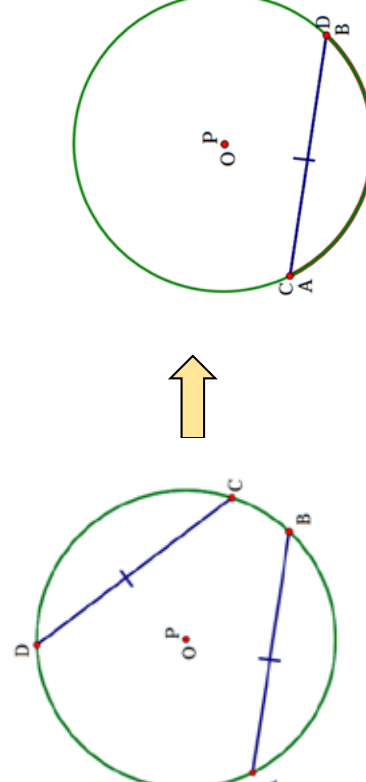
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>3) ครูอธิบายว่าคำตอบของโจทย์ในบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์จะเรียงต่อกันจนได้ครบวงพอดี เมื่อนักเรียนเรียงบัตรคำตอบได้ครบแล้ว ให้นักเรียนแต่ละคนวาดรูปสัญลักษณ์ตามลำดับลงในใบกิจกรรม 2 : วงล้อสัญลักษณ์ตอนที่ 2 โดยจะเริ่มจากสัญลักษณ์ใดก็ได้ ณ ตำแหน่ง 12:00 น. จากนั้นให้วาดสัญลักษณ์ในลำดับต่อ ๆ ไปวนตามเข็มนาฬิกาไปเรื่อย ๆ ดังตัวอย่าง            จนครบวง</p> <p>4) ครูเน้นให้นักเรียนทราบว่าความสำคัญของกิจกรรมนี้คือการใช้กระบวนการกลุ่มในการทำงานเป็นทีม ซึ่งแต่ละกลุ่มจะต้องแบ่งหน้าที่กันในการคิดแก้ปัญหา โดยจะต้องมีการอภิปราย ปรึกษาและแนะนำกัน ทั้งนี้ครูจะประเมินผลกิจกรรมร่วมกันทั้งด้านกระบวนการและการและผลลัพธ์</p> <p>3. เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีการทำกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์แล้ว ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมนี้โดยในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมครูคอยสังเกตกระบวนการทำงานเป็นทีม การเป็นสมาชิกของทีมที่ดี ภาวะผู้นำ จุดเด่น จุดที่ต้องพัฒนา รวมทั้งแนะนำแนวคิดในการแก้ปัญหาเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบบางข้อได้</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 4.2 ครึ่งวงอะไรคงที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<div style="text-align: center;">  </div> <p>4. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูเฉลยกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์บนกระดาน โดยอธิบายว่าตำแหน่งของสัญลักษณ์ของนักเรียนอาจไม่ตรงกับเฉลย แต่การเรียงลำดับของสัญลักษณ์ตามเข็มนาฬิกาควรจะต้องเหมือนกัน พร้อมให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบความถูกต้อง</p> <p>5. ครูให้กลุ่มของนักเรียนออกมาเล่ากระบวนการทำงานร่วมกันของกลุ่ม พร้อมระบุจุดเด่นและจุดที่ต้องปรับปรุง โดยครูเพิ่มเติมในส่วนที่สังเกตจากการทำกิจกรรมของกลุ่มของนักเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>6. ครูสรุปให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการทำงานเป็นทีม ในการร่วมกันหาคำตอบของโจทย์ในบัตรกิจกรรมจำนวน 6 ข้อ ซึ่งจำเป็นต้องใช้ความรู้ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ซึ่งการช่วยเหลือร่วมกันของนักเรียนจะทำให้นักเรียนสามารถร่วมกันหาคำตอบของกิจกรรมนี้ได้โดยเฉพาะในกิจกรรมที่นักเรียนไม่สามารถทำตามลำพังในเวลาที่กำหนด</p>

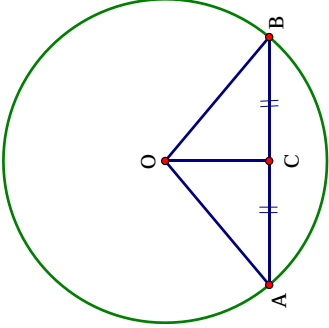
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>สาระการเรียนรู้</p> <p>1. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดฉากกัน ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน</p> <p>2. ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดฉากกัน ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน</p> <p>3. ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ดแล้วส่วนของเส้นตรงตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด</li> <li>• ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด</li> </ul>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</p> <p>เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 7</p> <p>ชั่วโมงที่ 7</p> <p>1. ครูแนะนำเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคอร์ด โดยครูใช้แบบวาดวงกลมสร้างวงกลม O บนกระดาน แล้วสร้าง <math>\overline{AB}</math> โดยให้จุด A และจุด B เป็นจุดปลายของส่วนของเส้นตรงอยู่บนวงกลม ดังรูปทางซ้าย ซึ่งครูควรวาดรูปไว้ก่อนเริ่มชั่วโมงเรียน</p>  <p>จากรูปครูให้นักเรียนสังเกตว่า <math>\overline{AB}</math> มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และแบ่งวงกลมออกเป็นสองโค้ง 2 ส่วน คือ ส่วนโค้งใหญ่ ACB และส่วนโค้งน้อย AB โดยที่</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ความยาวของ <math>\widehat{ACB}</math> เขียนแทนด้วย <math>m(\widehat{ACB})</math></li> <li>• ความยาวของ <math>\widehat{AB}</math> เขียนแทนด้วย <math>m(\widehat{AB})</math></li> </ul> <p>และเพื่อให้นักเรียนมองเห็นรูปได้ชัดเจน ครูอาจเขียนแสดงแนวของส่วนโค้งใหญ่ ACB และส่วนโค้งน้อย AB ให้ต่างสีกัน ดังรูปทางขวา ในที่นี้เราจะเรียกว่า คอร์ด AB</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 7</p> <p>1. แบบวาดวงกลม</p> <p>2. ไม่บรรทัดขนาดยาว</p> <p>พอลสมควร</p> <p>3. สื่อวงกลมคูคิด</p> <p>4. แผ่นพลาสติกใส</p> <p>5. โพรแทรกเตอร์ใหญ่</p> <p>6. แบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบ</p> <p>ถอดรหัส (4)</p> <p>ชั่วโมงที่ 8</p> <p>1. แบบวาดวงกลม</p> <p>2. ไม่บรรทัดขนาดยาว</p> <p>พอลสมควร</p> <p>3. โพรแทรกเตอร์ใหญ่</p> <p>4. แบบฝึกหัด 6 : จับคู่คำตอบ</p> <p>ถอดรหัส (5)</p>

<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</b> <b>เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 2 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<p><b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</b>  <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b></p> <p>4. เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b>            นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม</li> <li>นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</li> </ol> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b>            นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>สื่อสารแนวคิดในการหาค่าตอบของปัญหาเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม</li> <li>ให้เหตุผลเพื่อสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม รวมถึงสามารถให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมว่า คอร์ดที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมจะเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมนั้น และจะเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม หรืออาจกล่าวได้ว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมคือคอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมหนึ่ง ๆ แต่ในบทเรียนนี้ การกล่าวถึงคอร์ดจะหมายถึงคอร์ดที่ไม่ได้ผ่านจุดศูนย์กลาง หรือไม่ได้เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม</p> <p style="text-align: center;"><b>ขั้นตอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแนะนำนักเรียนว่า หลังจากนั้นก็เรียนได้เรียนรู้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งมุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในครึ่งวงกลมไปแล้ว ในช่วงนี้นักเรียนจะได้ลองสำรวจเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของคอร์ดกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลม โดยครูใช้สื่อวงกลมคู่คิดและไม่บรรทัดขนาดยาวพอสมควรสร้างคอร์ด AB บนวงกลม O บนแผ่นกระดาษไวท์บอร์ดให้ความยาวพอสมควร โดยครูบอกความยาวของคอร์ด AB ให้นักเรียนทราบ จากนั้นครูสุ่มให้นักเรียน 1 คนมาสร้างคอร์ดบนวงกลม P บนแผ่นพลาสติกใส ให้ความยาวเท่ากับคอร์ดของวงกลม O ดังรูป</li> </ol>	<p><b>ชิ้นงาน/ภาระงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>แบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบ ออครัทส (4)</li> <li>แบบฝึกหัด 6 : จับคู่คำตอบ ออครัทส (5)</li> </ol> <p><b>การวัดและประเมินผล</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ตรวจแบบฝึกหัด 5 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</li> <li>ตรวจแบบฝึกหัด 6 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</li> </ol>



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งนำรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</b> เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>		<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p><b>ด้านคุณลักษณะ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุนหรือโต้แย้งแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล</li> <li>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</li> </ol> <p>แม้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ มาใช้อย่างเหมาะสม</p>	<p><b>สมรรถนะที่ต้องทำให้เกิดกับผู้เรียน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับคอร์ตของวงกลม</li> </ol>	<p>3. ครูนำสื่อวงกลมคู่มือที่สร้างคอร์ตไว้ข้อ 2 มาซ้อนกันโดยใช้ส่วนที่เจาะรูใส่ตรงตำแหน่งตะปูให้นักเรียนสังเกตว่าคอร์ตทั้งสองมีความยาวเท่ากัน</p> <p>4. จากนั้นครูหมุนให้คอร์ตของวงกลมที่สร้างไว้ซ้อนทับกัน ให้นักเรียนสังเกตว่าส่วนโค้ง CD จะซ้อนทับกับส่วนโค้ง AB ได้สนิทพอดี ซึ่งแสดงว่าส่วนโค้งทั้งสองยาวเท่ากัน และเมื่อพิจารณาส่วนโค้งใหญ่ทั้งสอง ก็จะเท่ากันด้วย ดังรูป</p>  <p>ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในกรณีคอร์ตอื่น ๆ ของวงกลมก็เป็นเช่นเดียวกัน พร้อมทั้งอธิบายและเขียนทฤษฎีบทต่อไปน้บนกระดาน เพื่อให้นักเรียนทราบว่าความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของคอร์ตกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลมเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p>	

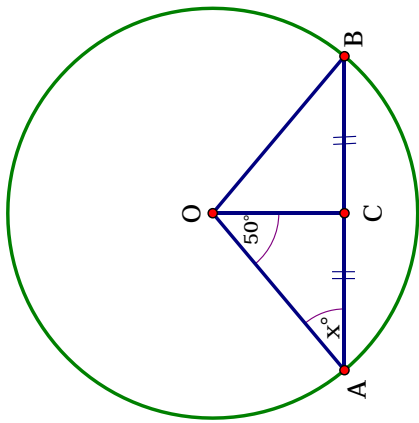
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับคอร์ของวงกลม</p> <p>3. การคิดขั้นสูง โดยคิดวิเคราะห์ปัญหาและให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคอร์ของวงกลม</p>	<div data-bbox="427 600 651 1451" style="border: 1px solid blue; padding: 10px;"> <p>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ตัดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ตัดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน</p> </div> <p>5. ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่าในทำนองเดียวกัน ถ้าเราสร้างคอร์ตัดให้ตัดส่วนโค้ง AB และส่วนโค้ง CD บนวงกลมแต่ละวงให้ส่วนโค้งทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วคอร์ตัดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากันด้วย ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p> <div data-bbox="863 600 1054 1451" style="border: 1px solid blue; padding: 10px;"> <p>ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ตัดสองเส้นตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันแล้วคอร์ตัดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน</p> </div> <p>6. ครูแสดงการสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ตัดกับส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางกลางของวงกลมไปยังคอร์ตัด โดยวาดวงกลม O สร้างคอร์ตัด AB และสร้างรัศมี OA และ OB</p> <div data-bbox="1086 555 1417 875" style="text-align: center;"> </div>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>จากนั้น ครูใช้คำถามประกอบกับการสร้างเพิ่มเติมบนกระดาน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• จากรูป OAB เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด [เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะมีรัศมี OA และ OB ซึ่งยาวเท่ากันเป็น ด้านประกอบมุมยอด]</li> <li>• ให้ตัวแทนนักเรียนใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควรวัดความยาว ของคอร์ด AB และแบ่งครึ่งคอร์ด AB ซึ่งเป็นฐานของรูปสามเหลี่ยม OAB ที่จุด C</li> </ul>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>• ครูให้ตัวแทนนักเรียนใช้โพพรเทรกกเตอร์ขนาดใหญ่วัดขนาดของ <math>\angle OCA</math> แล้ว ถามว่าได้ขนาดของมุมเป็นเท่าไร [90° หรือหนึ่งมุมฉาก]</li> </ul>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ครูเขียนสัญลักษณ์มุมฉากกับไว้ที่ <math>O\hat{C}A</math> ดังรูป</li> </ul>	<div data-bbox="459 913 762 1227" data-label="Image"> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าถ้าเราพิจารณาจากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เมื่อลากส่วนของเส้นตรงจากจุดยอดมาแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับฐานด้วย</li> <li>• ครูสรุปว่าข้อค้นพบข้างต้นนี้เป็นไปตามทฤษฎีบทว่า</li> </ul> <div data-bbox="1040 609 1388 1433" data-label="Text" style="border: 1px solid blue; padding: 10px;"> <p>ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด</li> <li>2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด</li> </ol> </div>	



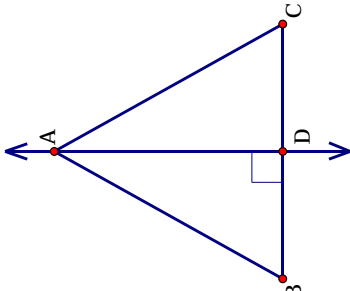
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>7. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยวาดรูปแสดงพร้อมทั้งเขียนโจทย์บนกระดาน ดังนี้ ตัวอย่างที่ 1</p>	<p>จากรูป <math>\overline{AB}</math> เป็นคอร์ดของวงกลม O จุด C เป็นจุดกึ่งกลางของคอร์ด <math>\overline{AB}</math> และ <math>\widehat{AOC} = 50^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{OAC}</math> วิธีทำ เนื่องจาก <math>\widehat{OAC} + \widehat{AOC} + \widehat{OCA} = 180^\circ</math> <math>\widehat{AOC} = 50^\circ</math> และ <math>\widehat{OCA} = 90^\circ</math> จะได้ว่า <math>\widehat{OAC} + 50 + 90 = 180^\circ</math> ดังนั้น <math>\widehat{OAC} = 180 - (50 + 90) = 40^\circ</math></p>

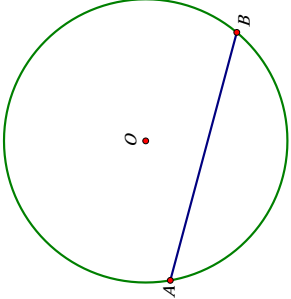
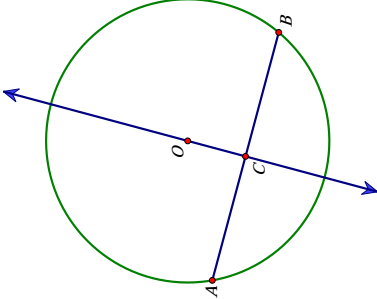


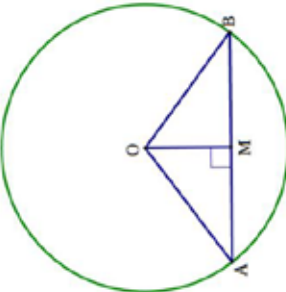
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ทั้งนี้ ในระหว่างการเขียนแสดง ให้ครูใช้คำถามต่อไปนี้เป็นเพื่อฝึกให้นักเรียน ได้วิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหา ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>O\hat{A}C</math> เป็นมุมที่อยู่ในส่วนใด [เป็นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม <math>AOC</math>]</li> <li>• ถ้าต้องการหาขนาดของ <math>O\hat{A}C</math> ต้องทราบขนาดของมุมใดบ้าง [ขนาดของ <math>A\hat{O}C</math> และ <math>O\hat{C}A</math>]</li> <li>• ขนาดของ <math>A\hat{O}C</math> เท่ากับกี่องศา [จากสิ่งที่กำหนดให้ <math>A\hat{O}C = 50^\circ</math>]</li> <li>• จะหาขนาดของ <math>O\hat{C}A</math> ได้อย่างไร และ <math>O\hat{C}A</math> มีขนาดกี่องศา [เนื่องจาก จุด <math>C</math> เป็นจุดกึ่งกลางของคอร์ด <math>\overline{AB}</math> ทำให้ <math>AC = BC</math> และ <math>O\hat{C}</math> เป็นส่วนเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาแบ่งครึ่งคอร์ด จะตั้งฉากกับคอร์ด ทำให้ได้ว่า <math>O\hat{C}A = 90^\circ</math>]</li> </ul>	<p>8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบออดรหัท (4) โดยอธิบายคำสั่ง ให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และอาจอธิบายตัวอย่าง จากนั้นครูและนักเรียน ร่วมกันเฉลยคำตอบในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>9. ครูสรุปเนื้อหาที่เรียนในชั่วโมงนี้ว่าได้สำรวจความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ด กับส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปยังคอร์ด พบความสัมพันธ์ ที่นำไปสู่ทฤษฎีบท ดังนี้</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน</li> <li>• ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน</li> <li>• ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้ <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด</li> <li>2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด</li> </ol> </li> </ul>	<p>ชั่วโมงที่ 8 ชั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูทบทวนสมบัติเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลมที่เรียนมาในชั่วโมงที่แล้วว่า ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง มีสมบัติดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด</li> <li>• ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด</li> </ul> </li> </ol>
---	---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>จากนั้น ครูให้นักเรียนเข้าสู่เนื้อหา โดยการถามนักเรียนว่า ถ้าแบ่งครึ่งคอร์คแล้วสร้างเส้นตั้งฉากกับคอร์ค ณ จุดกึ่งกลางคอร์ค เส้นตั้งฉากจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมหรือไม่ ซึ่งนักเรียนจะได้คำตอบในชั่วโมงนี้</p> <p>2. ครูทบทวนสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• เส้นตรงที่ลากจากจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> </ul> <div data-bbox="726 869 1109 1198" data-label="Diagram"> </div> <p>จากรูป <math>ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี <math>\overline{BC}</math> เป็นฐาน  <math>\overline{AD}</math> เป็นเส้นตรงที่ลากจากจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  มาแบ่งครึ่งกับฐาน <math>BC</math> ที่จุด <math>D</math>  จะได้ว่า <math>\overline{AD}</math> ตั้งฉากกับ <math>\overline{BC}</math> ที่จุด <math>D</math></p>	

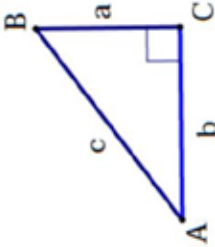
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>เส้นตรงที่ลากจากจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาตั้งฉากกับฐาน จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> </ul>  <p>จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี <math>\overline{BC}</math> เป็นฐาน  <math>\overrightarrow{AD}</math> เป็นเส้นตรงที่ลากจากจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  มาตั้งฉากกับฐาน BC ที่จุด D  จะได้ว่า <math>BD = CD</math></p>

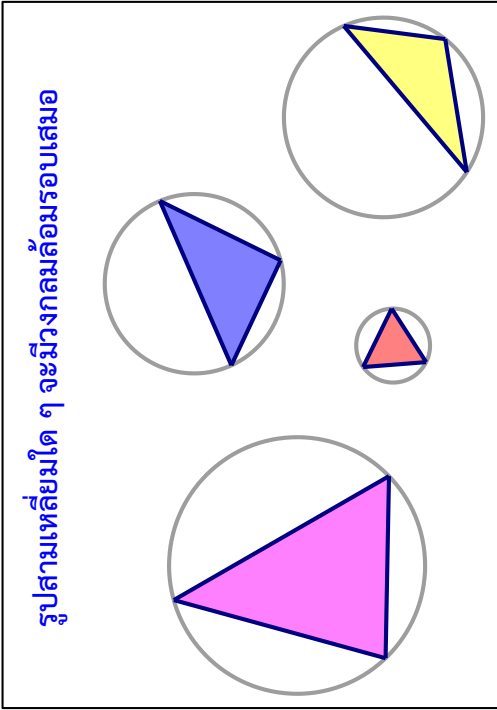
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ขั้นสอน</p>	<p>3. ครูวาดวงกลม <math>O</math> บนกระดาน แล้วสร้างคอร์ด <math>AB</math> ดังรูป</p>  <p>4. ครูสุ่มให้ตัวแทนนักเรียนใช้โพรแทรกเตอร์ ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควร สร้างเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด <math>AB</math> ซึ่งควรจะได้ดังรูป</p> 	
	<p>จากนั้น ให้นักเรียนสังเกตว่าเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากที่สร้างขึ้นมา มีความสัมพันธ์อย่างไรกับจุด <math>O</math> ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งนักเรียน</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ควรจะบอกความสัมพันธ์ได้ว่า เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม</p> <p>ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในกรณีของคอร์ดอื่น ๆ ถ้าสร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดนั้น ก็จะได้ผลลัพธ์เหมือนกัน นั่นคือเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม จากนั้น ครูสรุปว่าข้อค้นพบดังกล่าวจะเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น</p> </div> <p>ทั้งนี้ ให้ครูเขียนทฤษฎีบทบนกระดาน และอธิบายเพิ่มเติมว่า ทฤษฎีบทนี้เป็นบทกลับของทฤษฎีบทที่นักเรียนได้เรียนมาในชั่วโมงที่ผ่านมา</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยสร้างรูปบนกระดานพร้อมเขียนเงื่อนไข ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จากรูป วงกลม O มีรัศมียาว 10 เซนติเมตร <math>\overline{OM}</math> ตั้งฉากกับคอร์ด AB ที่จุด M ถ้า <math>\overline{OM}</math> ยาว 6 เซนติเมตร จงหาว่า คอร์ด AB ยาวกี่เซนติเมตร</p> 

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>วิธีทำ</p> <p>เนื่องจาก <math>OA^2 = OM^2 + AM^2</math> จะได้ <math>AM^2 = OA^2 - OM^2</math> <math>= 10^2 - 6^2</math> <math>= 100 - 36</math> <math>= 64</math></p> <p>ดังนั้น <math>AM = 8</math> เซนติเมตร <math>AB = 2 \times 8 = 16</math> เซนติเมตร</p> <p>ดังนั้น ให้ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ เชื่อมโยงความรู้ และเกิดแนวคิดในการหาคำตอบ ก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ความยาวของคอร์ด AB มีความสัมพันธ์กับ <math>\overline{AM}</math> อย่างไร</li> </ul> <p>[คอร์ด AB ยาวเป็นสองเท่าของ <math>\overline{AM}</math>]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• จะหาความยาวของ <math>\overline{AM}</math> ได้อย่างไร [ <math>\overline{AM}</math> เป็นด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม มุมฉาก OAM และเนื่องจากเราทราบความยาวของ <math>\overline{OA}</math> ซึ่งเป็นรัศมีของ วงกลม และทราบความยาวของ <math>\overline{OM}</math> จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จึงสามารถใช้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาความยาวของ <math>\overline{AM}</math> ได้ ]</li> </ul>		

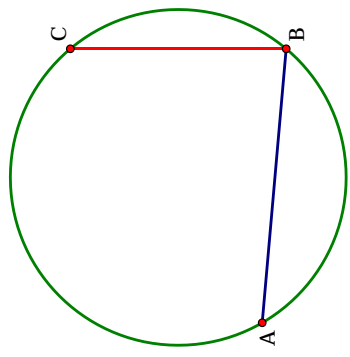


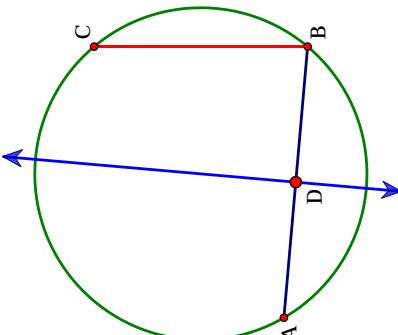
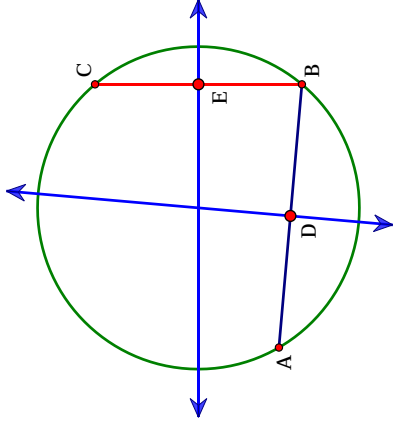
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 4.3 กลมกลิ้งกับเส้นภายใน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้</p>  <p>จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี C เป็นมุมฉาก ให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง a, b และ c ได้อย่างไร <math>[c^2 = a^2 + b^2]</math></li> <li>• จากความสัมพันธ์ <math>c^2 = a^2 + b^2</math> เมื่อพิจารณาความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม OAM แล้ว จะเขียนความสัมพันธ์จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้อย่างไร <math>[OA^2 = OM^2 + AM^2]</math></li> </ul> <p>6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 6 : จับคู่คำตอบข้อที่ 5) โดยครูอธิบายคำสั่งให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูนำนักเรียนเฉลยคำตอบและคำรหัสพร้อมกันในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>7. ครูสรุปเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนในคาบนี้ว่า เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมเสมอ และได้เป็นทฤษฎีบทว่า “เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น”</p>		

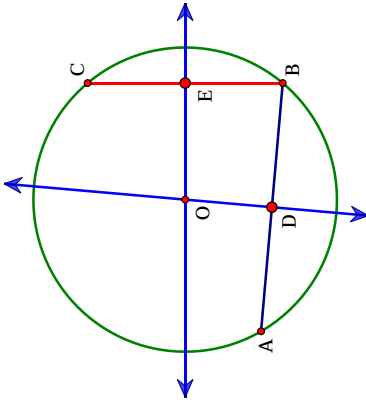
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</p> <p>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>สาระการเรียนรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น</li> <li>เมื่อมีจุด 3 จุดใด ๆ ที่ไม่อยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน จุดทั้งสามนี้จะเป็นจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงเสมอ ซึ่งการหาจุดศูนย์กลางของวงกลมนี้สามารถทำได้โดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ด และจุดศูนย์กลางของวงกลม</li> </ol> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p><b>ชั่วโมงที่ 9</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูให้ความรู้ให้นักเรียนโดยใช้แผนภาพรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะมีวงกลมล้อมรอบเสมอ แสดงให้นักเรียนดูประกอบอธิบายว่า ถ้ามีรูปสามเหลี่ยมอยู่ 1 รูป เราสามารถสร้างวงกลมล้อมรอบได้เสมอ ดังตัวอย่างภาพต่อไปนี้</li> </ol>	<p>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</p> <p><b>ชั่วโมงที่ 9</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>บัตรภาพรูปสามเหลี่ยมที่มีวงกลมล้อมรอบ</li> <li>โปรแกรมเตอร์ใหญ่</li> <li>ไม้บรรทัดขนาดยาว</li> <li>พอลิเมอร์</li> <li>วงเวียนหรือเข็ช</li> <li>ใบกิจกรรม 3 :</li> <li>งานกระเบื้องโบราณ</li> </ol>
<p>รูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะมีวงกลมล้อมรอบเสมอ</p>  <p>จากนั้นอธิบายต่อว่า เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมจะมีจุดยอดจำนวนสามจุดที่ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันเสมอ ดังนั้น หากมีจุดสามจุดที่ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จะสามารถสร้างวงกลมล้อมรอบได้เสมอ</p>		

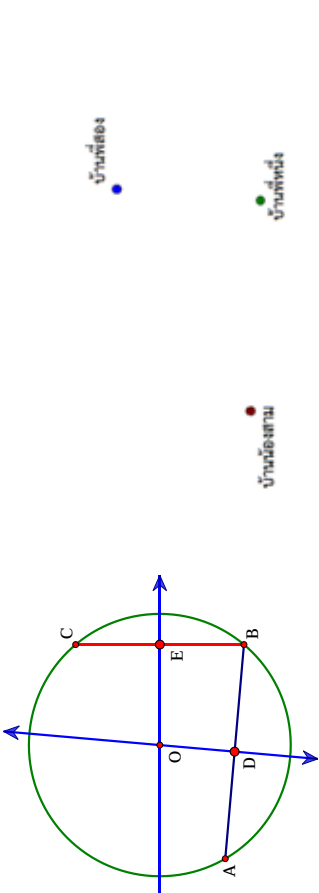
<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</b> <b>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 2 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b> <b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นักเรียนสามารถ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แก้ปัญหาอยู่ในชีวิตจริงโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ตและจุดศูนย์กลางของวงกลม</li> <li>2. สื่อสารแนวคิดในการหาค่าตอบของปัญหาเกี่ยวกับคอร์ตและจุดศูนย์กลางของวงกลม</li> <li>3. เชื่อมโยงความรู้เรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ตและจุดศูนย์กลางของวงกลมไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง</li> <li>4. ให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง</li> </ol>	2. ครูนำสถานการณ์ปัญหา “ชุดสระน้ำ” มาสนทนากับนักเรียน ดังนี้ <p>ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้อง 3 คน ทุกคนต่างรักใคร่กลมเกลียวกัน และต่างก็สร้างบ้านของแต่ละคนไว้ในที่ดินที่คุณพ่อคุณแม่มอบให้อาศัยทำกิน ทั้งสามคนได้มาปรึกษารื้อถอนเพื่อชุดสระน้ำไว้ใช้ร่วมกันในยามแล้ง แต่ละคนต่างก็เสียสละที่จะให้ชุดสระน้ำใกล้กับบ้านของพี่น้องคนอื่น ๆ โดยที่ตัวเองยอมเดินเป็นระยะทางไกลเพื่อไปตักน้ำใช้ ทำให้ไม่สามารถตกลงตำแหน่งที่จะขุดสระน้ำได้ สามพี่น้องจึงไปปรึกษากับคุณพ่อซึ่งเป็นปราชญ์ชาวบ้านด้านการเกษตร คุณพ่อจึงให้คำแนะนำให้ชุดสระตรึงจุดที่อยู่ห่างจากบ้านของแต่ละคนเท่า ๆ กัน ถ้าบ้านของพี่น้องทั้งสามคนอยู่ในตำแหน่งดังรูป โดยครูวาดรูปแสดงตำแหน่งของบ้านทั้งสามหลังดังกล่าว ๆ บนกระดาน</p> <div style="text-align: center;"> </div>	<b>ชั่วโมงที่ 10</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. อุปกรณ์กิจกรรมหาตำแหน่งปลูกต้นไม้               <ul style="list-style-type: none"> <li>• ใบกิจกรรม 4 :                   <ul style="list-style-type: none"> <li>• หาดำแหน่งปลูกต้นไม้</li> <li>• แผนผังต้นไม้ในโรงเรียน</li> <li>• หรือสิ่งของที่ใช้แทนตำแหน่งของต้นไม้</li> </ul> </li> </ul> </li> </ol> <p>(ครูสำรวจสถานที่ที่จะจัดทำแผนผัง)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• เชือกพาง</li> <li>• กรรไกร</li> <li>• วงเวียน</li> <li>• โพรแทรกเตอร์</li> </ul>

<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</b> <b>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 2 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b> <b>ด้านคุณลักษณะ</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือโต้แย้งแนวคิดได้อย่าง สมเหตุสมผล</li> <li>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้ และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ มาใช้ได้อย่างเหมาะสม</li> <li>5. นักเรียนมีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจ โดยใช้ความรู้และข้อมูลที่เชื่อถือได้</li> <li>6. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้</li> </ol>	<p>จากนั้น ครูถามนักเรียนว่า คิดว่าคุณพ่อจะแนะนำให้พี่น้องทั้งสามคนชุดอะไร ตำแหน่งใด และมีวิธีการหาตำแหน่งที่จะชุดอะไรให้อยู่ที่ห่างจากบ้านทั้งสามหลังเท่า ๆ กัน ได้อย่างไร โดยสถานการณ์นี้เป็นเนื้อหาที่นักเรียนจะได้เรียนในชั่วโมงนี้</p> <p><b>ขั้นตอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ครูวาดวงกลมแต่ไม่แสดงจุดศูนย์กลาง และสร้างคอร์ต AB กับ BC บนกระดาน ดังแสดงในรูป</li> </ol>	<b>ชิ้นงาน/ภาระงาน</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรม 3 : ภาระเบี่ยงโบราณ</li> <li>2. ใบกิจกรรม 4 : หาตำแหน่งปลูกต้นไม้</li> </ol> <b>การวัดและประเมินผล</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ตรวจใบกิจกรรม 3 โดยเขียนแสดงตำแหน่งจุดศูนย์กลางของงานภาระเบี่ยงโบราณได้ถูกต้อง</li> <li>2. ตรวจใบกิจกรรม 4 โดยเขียนแสดงตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้ต้นที่ 4 ได้ถูกต้อง</li> </ol>



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</p> <p>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>	<p>จากนั้น ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควรหรือโปรแกรมเตอร์สร้างเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB ซึ่งควรจะได้ดังรูป</p>  <p>ครูสุ่มเลือกนักเรียนอีกหนึ่งคนออกมาสร้างเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด BC ซึ่งควรจะได้ดังรูป</p> 
<p>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับคอร์ดและจุดศูนย์กลางกลางของวงกลมมาแก้ปัญหา</li> <li>2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม</li> <li>3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยร่วมกันทำกิจกรรมจากกระเบื้องโบราณและกิจกรรมหาตำแหน่งปลุกต้นไม้ วางแผนการทำงานร่วมกันในการแก้ปัญหาตามโจทย์ที่ได้รับในกิจกรรมทั้งสอง</li> </ol>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>4. การคิดขั้นสูง โดยคิดวิเคราะห์ปัญหา และให้เหตุผลประกอบแนวคิด ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคอร์ด และจุดศูนย์กลางของวงกลม</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</p> <p>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>จากนั้น ครูใช้คำถาม เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>จุดตัดของเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB และ BC น่าจะเป็นจุดใด [จุดศูนย์กลางของวงกลม]</li> <li>นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจุดตัดของเส้นตรงทั้งสองนี้เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม [เนื่องจากเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมเสมอ]</li> <li>นักเรียนต้องใช้เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดของวงกลมอย่างน้อยกี่เส้น จึงจะสามารถหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของวงกลมได้ [2 เส้น]</li> </ul> <p>ครูเขียนเติมจุดศูนย์กลางของวงกลม O ที่จุดตัดของเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดทั้งสองเส้นให้ชัดเจน ดังนี้</p>	

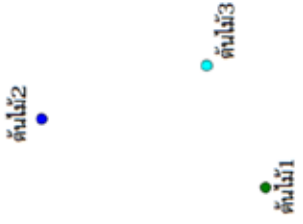
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</p> <p>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>4. ครูใช้รูปจากสถานการณ์ปัญหาที่นำมาสนทนากับนักเรียนตอนต้นชั่วโมงเรียนให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบก็รูปที่สร้างในข้อ 3</p>	 <p>จากนั้น ครูให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อปรึกษากันว่าวิธีการหาตำแหน่งที่จะจุดสระแล้วให้อยู่ห่างจากบ้านทั้งสามหลังเท่า ๆ กันได้อย่างไร เมื่อนักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างคู่แล้ว ครูสุ่มให้คู่ของนักเรียนนำเสนอวิธีการด้วยวาจาหน้าชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่าต้องสร้างคอร์คอร์โดยสร้างส่วนของเส้นตรงระหว่างบ้าน 2 หลัง แล้วสร้างเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์คอร์ทั้งสองจุดตัดของเส้นตรงทั้งสองซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จะเป็นตำแหน่งที่พี่น้องทั้งสามคนจะจุดสระนั่นเอง โดยครูให้ตัวแทนนักเรียนเขียนภาพแสดงการหาตำแหน่งที่จะจุดสระนำบางกระดาน ซึ่งควรได้รูปดังนี้</p>	

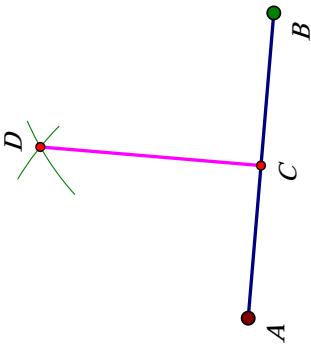
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<div style="text-align: center;"> </div> <p>ครูวาดวงกลม O จากจุดศูนย์กลางที่นักเรียนหาได้ ให้ผ่านตำแหน่งของบ้านพี่ต๋อง บ้านน้องสาม เพื่อตรวจสอบคำตอบดังนี้</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>โดยครูสรุปว่าระยะจากจุด O ไปยังบ้านพี่ต๋องและบ้านน้องสามเท่ากัน เนื่องจากเป็นความยาวของรัศมีของวงกลมวงเดียวกัน</p>	

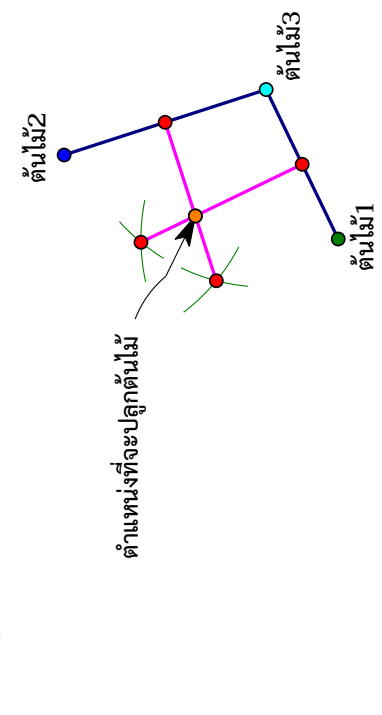


<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</b> <b>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b></p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 3-4 คน แล้วให้ช่วยกันหาวิธีการสำหรับแก้ปัญหาในใบกิจกรรม 3 : จานกระเบื้องโบราณ โดยครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเริ่มต้นด้วยการกำหนดจุดบนเส้นรอบวงสามจุด แล้วสร้างคอร์ตจากจุดเหล่านั้นสองเส้นเพื่อหาจุดศูนย์กลางของจานกระเบื้อง เมื่อนักเรียนได้คำตอบของกิจกรรมแล้ว ครูสุ่มเลือกนักเรียน 1 กลุ่ม มานำเสนอคำตอบและวิธีการทำคำตอบหน้าชั้นเรียน</p> <p style="text-align: center;"><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปกิจกรรมจานกระเบื้องโบราณ ซึ่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้จากทฤษฎีบทที่ว่า “เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น” มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสำหรับกิจกรรมจานกระเบื้องโบราณ ซึ่งแม้ว่าเศษของกระเบื้องโบราณจะไม่ได้เป็นวงกลมที่สมบูรณ์ แต่นักเรียนก็ยังสามารถกำหนดจุดบนเส้นรอบวง สร้างคอร์ต และใช้เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดในการหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของวงกลมได้</p>	
<p style="text-align: center;"><b>ชั่วโมงที่ 10</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับจากการเรียนในชั่วโมงที่แล้วว่า หากมีจุดสามจุดบนระนาบที่ไม่ได้อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เราสามารถหาตำแหน่งของจุดที่สี่ที่อยู่ห่างจากจุดทั้งสามนี้ในระยะทางที่เท่า ๆ กันได้โดยอาศัยทฤษฎีบทที่ว่า เส้นตรง</p>	

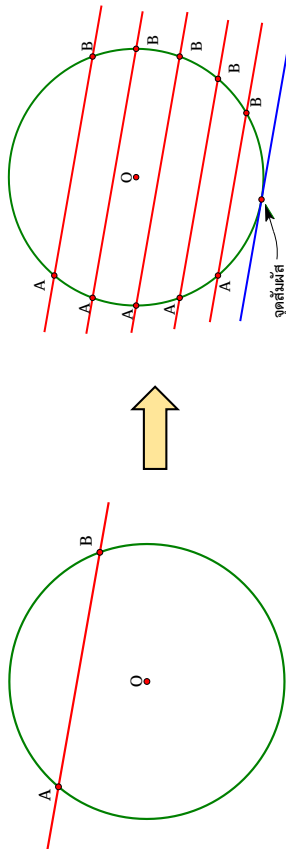
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น มาหาตำแหน่งของจุดที่สั่นได้</p>	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน และชี้แจงกิจกรรมหาตำแหน่งปลุกต้นไม้ โดยให้นักเรียนไปทำกิจกรรมนอกห้องเรียน พร้อมแจกอุปกรณ์ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• เชือกพางกลุ่มละ 1 ม้วน หรือมีความยาวพอสมควร (ควรวายมากกว่าระยะทางระหว่างต้นไม้ 2 ต้น ที่จะให้นักเรียนทำกิจกรรม) ซึ่งเชือกพางนี้จะใช้สร้างคอร์ดและส่วนของเส้นตรง และสร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด</li> <li>• แผนผังต้นไม้ในโรงเรียนที่แต่ละกลุ่มต้องไปศึกษา ซึ่งครูเตรียมไว้ล่วงหน้า โดยให้แผนผังที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้รับนั้น มีตำแหน่งของต้นไม้แตกต่างกัน (กรณีไม่มีต้นไม้ อาจใช้ก้อนหินหรือสิ่งอื่นแทนตำแหน่งต้นไม้ ทั้งนี้ ครูควรเตรียมตำแหน่งของต้นไม้ที่เหมาะสม คือ ไม่ทำให้รัศมีของวงกลมยาวมากเกินไป และตำแหน่งของต้นไม้ในแผนผังจะต้องไม่ทำให้จุดศูนย์กลางของวงกลมที่นักเรียนต้องหาอยู่นอกกระดาษ) ซึ่งจุด 3 จุดเป็นตำแหน่งของต้นไม้ อาจมีตำแหน่งดังนี้</li> </ul>	

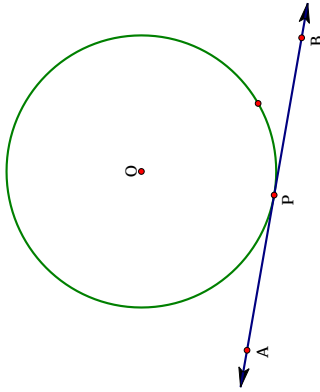
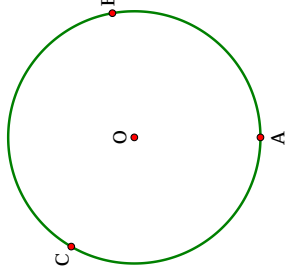
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<div style="text-align: center;">  </div> <p>จากนั้น ครูอธิบายเป้าหมายของการทำกิจกรรมนี้ว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้รับแผนผังแสดงตำแหน่งของต้นไม้ จำนวน 3 ต้น นักเรียนจะต้องหาตำแหน่งสำหรับการปลูกต้นไม้ต้นที่ 3 ที่มีระยะห่างจากต้นไม้ 3 ต้น ที่กำหนดเท่า ๆ กัน แล้วให้นักเรียนร่วมกันวางแผนวิธีการหาค่าหนึ่งในห้องเรียนให้เรียบร้อยก่อนออกจากห้องเรียน</p> <p>3. ครูนำนักเรียนแต่ละกลุ่มไปยังกลุ่มของต้นไม้ที่จะให้ทำกิจกรรม ซึ่งแต่ละกลุ่มจะได้กลุ่มของต้นไม้ที่แตกต่างกัน แต่อาจใช้ต้นไม้บางต้นร่วมกันได้ จากนั้น ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้เพิ่มอีก 1 ต้น โดยมีเงื่อนไขว่าต้นไม้ที่จะปลูกใหม่จะต้องอยู่ห่างจากต้นไม้ 3 ต้น เป็นระยะทางเท่า ๆ กัน พร้อมบันทึกผลในใบกิจกรรม 4 : หาค่าตำแหน่งปลูกต้นไม้ โดยครูอาจใช้คำถามกระตุ้นดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนจะใช้เชือกฟางแทนส่วนของเส้นตรงเพื่อสร้างคอร์ตได้อย่างไร [ใช้เชือกฟางผูกกระหว่างต้นไม้ 2 ต้นแล้วดึงให้ตึง หรือใช้ก้อนหินทับเชือกฟางไว้แล้วดึงให้ตึง]</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</p> <p>เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนจะหาจุดกึ่งกลางของคอร์ดแต่ละเส้นได้อย่างไร [ตัดเชือกฟางให้เท่ากับความยาวของคอร์ดหรือระยะระหว่างต้นไม้ จากนั้นทาบครึ่ง แล้วขีดเส้นแสดงตำแหน่งกึ่งกลางของคอร์ดบนเชือกฟางที่ผู้ระหว่างต้นไม้สองต้น]</li> <li>• นักเรียนจะใช้เชือกฟางช่วยในการหาเส้นกึ่งกลางและตั้งฉากของคอร์ดแต่ละเส้นได้อย่างไร [ใช้เชือกฟางความยาวมากกว่าครึ่งหนึ่งของความยาวของคอร์ด แล้วให้สมาชิกในกลุ่ม 2 คน ดึงเชือกเส้นนี้ให้ตึง สมาชิกอีกคนเขียนส่วนโค้งบนพื้นดินให้ตัดกัน แล้วปักหมุดไว้ เพื่อสร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก]</li> </ul> <p>หากนักเรียนไม่สามารถหาวิธีการสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดกึ่งกลางของคอร์ดได้ ครูอาจแนะนำให้นักเรียนใช้ขอบของสมุดซึ่งเป็นมุมฉากช่วยในการกำหนดมุมฉาก หรืออาจพบทฤษฎีบทการสร้างเส้นตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง ณ จุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรงนั้นโดยใช้เชือกฟางแทนวงเวียนในการสร้างเส้นตั้งฉากด้วยวิธีนี้ ดังรูป</p>	

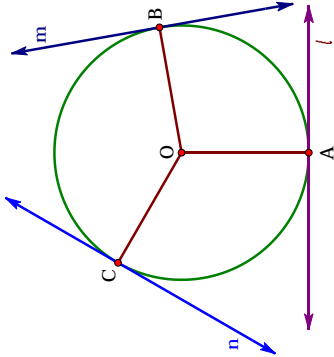
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>จากรูป ส่วนของเส้นตรง AB ซึ่งมี C เป็นจุดกึ่งกลาง เมื่อนักเรียนกางวงเวียนให้รัศมียาวพอสมควร สร้างส่วนโค้งตัดกันได้จุด D เมื่อลากส่วนของเส้นตรง CD ก็จะได้เป็นเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง AB แต่นักเรียนไม่มีวงเวียน ก็สามารถหาตำแหน่งของจุด D ได้โดยใช้เชือกฟางความยาวพอสมควรแนวทางเรียนช่วยในการสร้างส่วนโค้งที่ตัดกัน</p> <p>เมื่อได้เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดที่ได้จากการสร้างจากจุดที่แสดงตำแหน่งของต้นไม้ทั้ง 3 จุด แล้วจุดตัดของเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดทั้งสองเส้นนั้น ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จะเป็นตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้เพิ่มอีก 1 ต้น ดังรูป</p>	 <p>ตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้</p>
	<p>หรือให้นักเรียนอาจใช้วิธีการอื่น ๆ ในการสร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดก็ได้ โดยครูชี้แนะวิธีการให้นักเรียน เพื่อให้ได้ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางที่แม่นยำที่สุด</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 4.4 ศูนย์กลางของกลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>4. เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่ม หาตำแหน่งของจุดเริ่มต้นที่ 4 ที่ปลูกได้แล้ว ครูให้นักเรียนหาวิธีการตรวจสอบด้วยว่าตำแหน่งของต้นไม้ต้นที่ 4 ที่จะปลูกอยู่ห่างจากต้นไม้ 3 ต้นที่กำหนดให้เท่ากันจริง ๆ โดยนักเรียนอาจใช้เชือกฟางเป็นรัศมีของวงกลมที่ตรวจสอบ</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอผลการทำกิจกรรมของกลุ่มของตนเองหน้าชั้นเรียน โดยให้นักเรียนสะท้อนการวิเคราะห์สถานการณ์จากแผนผังต้นไม้ที่ได้รับ การวางแผนในการแก้ปัญหา การหาตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้ต้นที่ 4 และการตรวจสอบว่าตำแหน่งที่ได้ มีระยะห่างจากต้นไม้ 3 ต้นแรกเท่ากัน โดยหลังจากแต่ละกลุ่มนำเสนอแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ดิชมและอภิปรายวิธีการของกลุ่มที่นำเสนอด้วย</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>สาระการเรียนรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส</li> <li>ส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมจะยาวเท่ากัน</li> </ol> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>ด้านความรู้</p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม</li> <li>นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5</p> <p>เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 11</p> <p>ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูใช้วงเวียนหรือแบบวาดวงกลม สร้างวงกลม <math>O</math> บนกระดาษ จากนั้นใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควร ลากส่วนของเส้นตรงตัดวงกลมที่จุด <math>A</math> และ <math>B</math> ดังรูป แล้วอธิบายให้นักเรียนทราบว่าส่วนของเส้นตรงนี้เป็นเส้นตั้งฉาก จากนั้นครูค่อย ๆ เลื่อนไม้บรรทัดลงมาโดยให้แนวของไม้บรรทัดยังขนานกับส่วนของเส้นตรงเดิมแล้วเขียนส่วนของเส้นตรง และจุด <math>A</math> กับจุด <math>B</math> เพิ่ม พร้อมอธิบายให้นักเรียนสังเกตว่าในที่สุด จุด <math>A</math> และจุด <math>B</math> จะค่อย ๆ เคลื่อนเข้าใกล้กัน แล้วทับกัน ดังรูป</li> </ol>	<p>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 11</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>วงเวียนหรือแบบวาด</li> <li>วงกลม</li> <li>ไม้บรรทัดขนาดยาว</li> <li>พอลสเตอร์</li> <li>แบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับรัศมี</li> </ol> <p>ชั่วโมงที่ 12</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>วงเวียนหรือแบบวาด</li> <li>วงกลม</li> <li>ไม้บรรทัดขนาดยาว</li> <li>พอลสเตอร์</li> <li>แบบฝึกหัด 8 : เส้นสัมผัส ไม่ต่อวงตัวรู้</li> </ol>
<p>สาระการเรียนรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส</li> <li>ส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมจะยาวเท่ากัน</li> </ol> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>ด้านความรู้</p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม</li> <li>นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 11</p> <p>ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูใช้วงเวียนหรือแบบวาดวงกลม สร้างวงกลม <math>O</math> บนกระดาษ จากนั้นใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควร ลากส่วนของเส้นตรงตัดวงกลมที่จุด <math>A</math> และ <math>B</math> ดังรูป แล้วอธิบายให้นักเรียนทราบว่าส่วนของเส้นตรงนี้เป็นเส้นตั้งฉาก จากนั้นครูค่อย ๆ เลื่อนไม้บรรทัดลงมาโดยให้แนวของไม้บรรทัดยังขนานกับส่วนของเส้นตรงเดิมแล้วเขียนส่วนของเส้นตรง และจุด <math>A</math> กับจุด <math>B</math> เพิ่ม พร้อมอธิบายให้นักเรียนสังเกตว่าในที่สุด จุด <math>A</math> และจุด <math>B</math> จะค่อย ๆ เคลื่อนเข้าใกล้กัน แล้วทับกัน ดังรูป</li> </ol>	 <p>จากรูป ครูอธิบายว่า เส้นตรง เส้นที่จุด <math>A</math> และจุด <math>B</math> ทับกันนี้ เรียกว่า <b>เส้นสัมผัสวงกลม</b> และเรียกตำแหน่งที่จุด <math>A</math> และจุด <math>B</math> ทับกันว่า <b>จุดสัมผัส</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูสร้างวงกลม <math>O</math> ใหม่บนกระดาษ แล้วใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอลสเตอร์สร้าง <math>\overleftrightarrow{AB}</math> ให้สัมผัสวงกลม <math>O</math> ที่จุด <math>P</math> เป็นจุดสัมผัส ดังรูป</li> </ol>

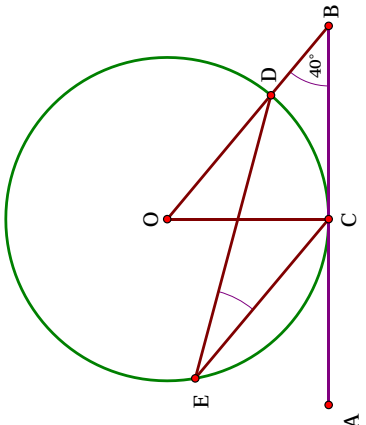
<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5</b> <b>เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 2 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4</b> กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5</b> <b>เรื่องที่ 4.5</b> กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>	<b>ชื่องาน/ภาระงาน</b> 1. แบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับรัศมี 2. แบบฝึกหัด 8 : เส้นสัมผัส ไม่ต่อจุดกึ่ง
<b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นักเรียนสามารถ 1. สื่อสารแนวคิดในการหาค่าตอบของปัญหาเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม 2. ให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์	 <p>จากนั้น ครูอธิบายความหมายของเส้นสัมผัสและจุดสัมผัสว่า <b>เส้นสัมผัสวงกลม</b> คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดนั้นว่า <b>จุดสัมผัส</b> จากรูป <math>\overline{AB}</math> เป็นเส้นสัมผัสวงกลม <math>O</math> ที่จุด <math>P</math> โดยในการกล่าวถึงเส้นสัมผัสวงกลม อาจเป็นส่วนหนึ่งของ <math>\overline{AB}</math> ที่ผ่านจุด <math>P</math> ก็ได้ เช่น <math>\overline{AP}</math> หรือ <math>\overline{PB}</math> สัมผัสวงกลม <math>O</math> ที่จุด <math>P</math></p> <p><b>ขั้นตอน</b></p> 3. ครูสร้างวงกลม $O$ บนกระดาษ พร้อมกำหนดตำแหน่งของจุด $A$ จุด $B$ และจุด $C$ ดังรูป 	<b>การวัดและประเมินผล</b> 1. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 7 โดยตอบได้ถูกต้อง 1 ข้อ จาก 2 ข้อ 2. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 8 โดยตอบได้ถูกต้อง 1 ข้อ จาก 2 ข้อ
<b>ด้านคุณลักษณะ</b> 1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้ 2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือโต้แย้งแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล		



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม</p> <p><b>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมมาแก้ปัญหา</li> <li>2. การสื่อสาร โดยอธิบายผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม</li> </ol>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>จากนั้น ครูสร้างเส้นตรง <math>l</math>, <math>m</math> และ <math>n</math> โดยพยายามให้เส้นตรงเหล่านั้นสัมผัสวงกลมที่จุด <math>A</math>, <math>B</math> และ <math>C</math> ตามลำดับ แล้วสร้างรัศมี <math>OA</math>, <math>OB</math> และ <math>OC</math> ดังรูป</p>  <p>ต่อจากนั้น ครูสุ่มให้นักเรียน 1 คนนำขอบสมุดหรือหนังสือที่เป็นมุมฉากมาทาบเพื่อดูว่า รัศมี <math>OA</math>, <math>OB</math> และ <math>OC</math> ตั้งฉากกับเส้นตรง <math>l</math>, <math>m</math> และ <math>n</math> ตามลำดับหรือไม่ และให้นักเรียนอีก 2 คน มาใช้โปรแกรมเรกเตอร์วัดมุมระหว่างเส้นตรง <math>l</math>, <math>m</math> และ <math>n</math> กับรัศมี <math>OA</math>, <math>OB</math> และ <math>OC</math> ตามลำดับหรือไม่ ซึ่งควรจะได้คำตอบว่า ตั้งฉากกัน จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• รัศมี <math>OA</math> ทำมุมเท่าใดกับเส้นตรง <math>l</math> <math>[90^\circ]</math></li> <li>• รัศมี <math>OB</math> ทำมุมเท่าใดกับเส้นตรง <math>m</math> <math>[90^\circ]</math></li> <li>• รัศมี <math>OC</math> ทำมุมเท่าใดกับเส้นตรง <math>n</math> <math>[90^\circ]</math></li> <li>• ถ้าเรากำหนดจุด <math>D</math> บนเส้นรอบวงของวงกลม แล้วสร้างเส้นตรง <math>s</math> ให้สัมผัสกับวงกลมที่จุด <math>D</math> แล้วขนาดของมุมระหว่างเส้นตรง <math>s</math> กับรัศมี <math>OD</math> จะเป็นเท่าไร <math>[90^\circ]</math></li> </ul>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
--	---	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>3. การคิดขั้นสูง โดยคิดวิเคราะห์ปัญหา และให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม</p>	<p>ครูอธิบายและเขียนทฤษฎีบทต่อไปบนกระดาน เพื่อให้นักเรียนทราบว่า ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า</p> <div data-bbox="523 645 635 1438" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส</p> </div> <p>หรืออาจกล่าวว่า “รัศมีของวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากซึ่งกันและกันที่จุดสัมผัส”</p> <p>4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยวาดรูปแสดงบนกระดานและเขียนโจทย์ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b></p>	
	<div data-bbox="890 689 1232 1348" style="text-align: center;"> </div> <p>จากรูป ให้ <math>\overline{BD}</math> สัมผัสวงกลม <math>O</math> ที่จุด <math>A</math> รัศมี <math>OA</math> ยาว 5 เซนติเมตร และ <math>\overline{AB}</math> ยาว 12 เซนติเมตร จงหาความยาวของ <math>\overline{BC}</math></p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>วิธีทำ</p> <p>เนื่องจาก OAB เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี <math>\widehat{OAB}</math> เป็นมุมฉาก จะได้ <math>OB^2 = OA^2 + AB^2</math> จากสิ่งทีโจทย์กำหนด <math>OA = 5</math> และ <math>AB = 12</math> ดังนั้น <math>OB^2 = 5^2 + 12^2</math> <math>= 25 + 144</math> <math>= 169</math> <math>OB = 13</math> เนื่องจาก <math>BC = OB - OC</math> และ <math>OC = 5</math> ดังนั้น <math>BC = 13 - 5 = 8</math> เซนติเมตร</p> <p>ทั้งนี้ ในระหว่างการเรียนรู้แสดง ให้ครูใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อฝึกให้นักเรียน ได้วิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหา ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนจะหาความยาวของ <math>\overline{BC}</math> ได้ เมื่อเรารู้ความยาวของ ส่วนของเส้นตรงใด เพราะเหตุใด [เมื่อเรารู้ความยาวของ <math>\overline{OB}</math> เนื่องจาก <math>BC = OB - OC</math>]</li> <li>• นักเรียนจะหาความยาวของ <math>\overline{OB}</math> ได้ โดยใช้ความรู้เรื่องใด อย่างไร [ใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส จาก <math>OB^2 = OA^2 + AB^2</math> และเรารู้ค่าของสิ่งทีโจทย์กำหนดให้ว่า <math>OA = 5</math> และ <math>AB = 12</math>]</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยวาดรูปแสดงบนกระดานและเขียนโจทย์ดังนี้</p> <p>ตัวอย่างที่ 2</p>  <p>จากรูปให้ <math>\overline{AB}</math> สัมผัสวงกลม O ที่จุด C และ <math>\widehat{OBC} = 40^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{CED}</math></p> <p>วิธีทำ</p> <p>เนื่องจาก <math>\widehat{OBC} = 40^\circ</math>  <math>\widehat{OCB} = 90^\circ</math>  และ <math>\widehat{COD} + \widehat{OBC} + \widehat{OCB} = 180^\circ</math>  จะได้ <math>\widehat{COD} = 180 - (40 + 90) = 50^\circ</math>  เนื่องจาก <math>\widehat{CED} = \frac{1}{2}(\widehat{COD})</math>  ดังนั้น <math>\widehat{CED} = \frac{1}{2} \times 50 = 25^\circ</math></p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5</b> <b>เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b></p> <p>ทั้งนี้ ในระหว่างการเรียนรู้แสดงให้เห็นให้ครูใช้คำถามต่อไปเพื่อฝึกให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหา ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนจะหาขนาดของ <math>\widehat{CED}</math> ได้ เมื่อเรารู้ขนาดของมุมใด เพราะเหตุใด <b>[เมื่อเรารู้ขนาดของ <math>\widehat{COD}</math> เพราะ <math>\widehat{CED} = \frac{1}{2}(\widehat{COD})</math>]</b></li> <li>• นักเรียนจะหาขนาดของ <math>\widehat{COD}</math> จากความสัมพันธ์ใด และเราต้องทราบขนาดของมุมใด <b>[จากความสัมพันธ์ <math>\widehat{COD} + \widehat{OBC} + \widehat{OCB} = 180^\circ</math> ซึ่งเราต้องทราบขนาดของ <math>\widehat{OBC}</math> และ <math>\widehat{OCB}</math>]</b></li> <li>• จะทราบขนาดของ <math>\widehat{OBC}</math> ได้อย่างไร <b>[จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ <math>\widehat{OBC} = 40^\circ</math>]</b></li> <li>• จะทราบขนาดของ <math>\widehat{OCB}</math> ได้อย่างไร <b>[เนื่องจากเส้นสัมผัส <math>\overline{AB}</math> จะตั้งฉากกับรัศมี <math>OC</math> ที่จุด <math>C</math> ทำให้ <math>\widehat{OCB} = 90^\circ</math>]</b></li> </ul> <p>6. ครูให้นักเรียนเห็นว่าจากความสัมพันธ์เส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส จะทำให้ขนาดของมุมที่จุดสัมผัสเท่ากับ <math>90^\circ</math> ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 2 ลักษณะ คือ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• การหาขนาดของมุม โดยใช้สมบัติเกี่ยวกับวงกลมอื่น ๆ ที่เรียนมาแล้ว</li> <li>• การหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</li> </ul> <p>7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับรัศมี โดยแบบฝึกหัดนี้ จะเป็นการฝึกให้นักเรียนได้แสดงวิธีการเขียนตอบโดยให้นักเรียนจับคู่กันทำ ซึ่งในระหว่างที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูควรคอยสังเกตแนวคิดและให้คำแนะนำนักเรียน</p>	<p style="text-align: right;">เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
---	---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบพร้อมกัน ซึ่งนักเรียนอาจมีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างจากครูได้</p>	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>8. ครูสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมที่เรียนมาในชั่วโมงนี้ว่า “เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส” หรืออาจกล่าวว่า “รัศมีของวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากซึ่งกันและกันที่จุดสัมผัส” ซึ่งสามารถนำความรู้ไปใช้ร่วมกับทฤษฎีบทหรือสมบัติของวงกลมอื่น ๆ หรือทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปช่วยในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้</p>	
	<p><b>ชั่วโมงที่ 12</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมที่เรียนมาในชั่วโมงที่แล้วให้นักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ความหมายของเส้นสัมผัสวงกลม</li> </ul> <p><b>เส้นสัมผัสวงกลม</b> คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดนั้นว่า <b>จุดสัมผัส</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม</li> </ul> <p>เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส หรืออาจกล่าวว่ารัศมีของวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากซึ่งกันและกันที่จุดสัมผัส</p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

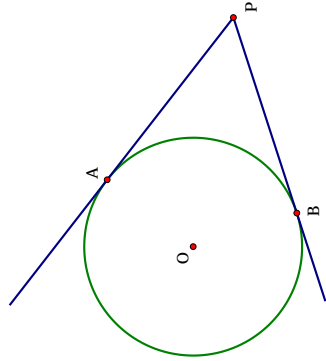
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5  
เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก  
รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

เวลา 2 ชั่วโมง  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

**ขั้นสอน**

2. ครูนำนักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ลากจากจุดภายนอกของวงกลมมาสัมผัสวงกลม ตามขั้นตอน ดังนี้

- ครูวาดวงกลมที่มีขนาดแตกต่างกัน 5 วง แต่ละวงมีจุด P ที่อยู่ภายนอกวงกลมซึ่งมีระยะจากจุด P กับวงกลมไม่เท่ากัน และสร้างเส้นจากจุด P มาสัมผัสวงกลมที่จุด A และจุด B ดังรูป



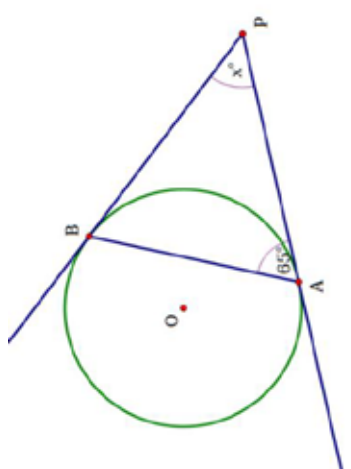
แล้วเขียนหมายเลขกำกับวงกลม 1-5 พร้อม

เขียนตารางเพื่อบันทึกผลการสำรวจบนกระดาน ดังนี้

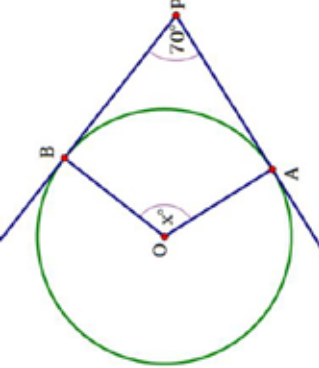
วงกลมที่	ความยาวของ $\overline{PA}$ (ซม.)	ความยาวของ $\overline{PB}$ (ซม.)
1		
2		
3		
4		
5		

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p style="text-align: right;">เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>																		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>ครูสุ่มนักเรียนหนึ่งคนใช้ไม้บรรทัดขนาดยาวพอสมควรวัดความยาวของ <math>\overline{PA}</math> และ <math>\overline{PB}</math> หน่วยเป็นเซนติเมตร แล้วให้นักเรียนบันทึกความยาวลงในตาราง</li> </ul> <table border="1" data-bbox="539 577 871 1491" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>วงกลมที่</th> <th>ความยาวของ <math>\overline{PA}</math> (ซม.)</th> <th>ความยาวของ <math>\overline{PB}</math> (ซม.)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td style="text-align: center;">22.5</td> <td style="text-align: center;">22.5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>ครูสุ่มนักเรียนอีก 4 คนออกมาวัดความยาวของ <math>\overline{PA}</math> และ <math>\overline{PB}</math> หน่วยเป็นเซนติเมตร ของวงกลมอีกสี่วงที่เหลือ แล้วบันทึกความยาวที่ได้ลงในตารางให้สมบูรณ์</li> </ul> <p>3. เมื่อนักเรียนเติมข้อมูลความยาวลงในตารางสมบูรณ์แล้ว ครูให้นักเรียนสังเกตว่าความยาวของ <math>\overline{PA}</math> และ <math>\overline{PB}</math> ของวงกลมแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งนักเรียนควรบอกได้ว่าความยาวจะเท่ากัน ในกรณีที่มีบางข้อมูลความยาวที่ไม่เท่ากัน ครูควรถามความเห็นนักเรียนว่าเป็นเพราะสาเหตุใด ซึ่งนักเรียนอาจบอกว่าเกิดจากความคลาดเคลื่อนจากการสร้างเส้นสัมผัส หรือความคลาดเคลื่อนจากการวัดความยาวก็ได้</p>	วงกลมที่	ความยาวของ $\overline{PA}$ (ซม.)	ความยาวของ $\overline{PB}$ (ซม.)	1	22.5	22.5	2			3			4			5		
วงกลมที่	ความยาวของ $\overline{PA}$ (ซม.)	ความยาวของ $\overline{PB}$ (ซม.)																	
1	22.5	22.5																	
2																			
3																			
4																			
5																			



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>4. ครูสรุปว่าข้อค้นพบดังกล่าวเป็นไปตามทฤษฎีบทเกี่ยวกับความยาวของ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม ทั่ว ส่วนของเส้นตรงสองเส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมา สัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยวาดรูปและเขียนโจทย์บนกระดาน ดังนี้ ตัวอย่างที่ 1</p>  <p>จากรูป <math>\overline{PA}</math> และ <math>\overline{PB}</math> เป็นเส้นสัมผัสวงกลม <math>O</math> ที่จุด <math>A</math> และจุด <math>B</math> <math>\widehat{PAB} = 65^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{APB}</math></p> <p>วิธีทำ เนื่องจาก <math>\overline{PA}</math> และ <math>\overline{PB}</math> เป็นเส้นสัมผัสวงกลม <math>O</math> ที่จุด <math>A</math> ดังนั้น <math>PA = PB</math> จะได้ว่า <math>\triangle ABP</math> เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เนื่องจาก <math>\widehat{PAB}</math> และ <math>\widehat{PBA}</math> เป็นมุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p>
---	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>จะได้ว่า <math>\widehat{P\hat{A}B} = \widehat{P\hat{B}A} = 65^\circ</math>          เนื่องจาก <math>\widehat{A\hat{P}B} + \widehat{P\hat{A}B} + \widehat{P\hat{B}A} = 180^\circ</math>          ดังนั้น <math>\widehat{A\hat{P}B} = 180 - (65 + 65) = 50^\circ</math></p> <p>ทั้งนี้ ในระหว่างการเรียนรู้เขียนแสดง ให้ครูใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อฝึกให้นักเรียน          ได้วิเคราะห์โจทย์และทำความเข้าใจปัญหา ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\widehat{A\hat{P}B}</math> เป็นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด              [เป็นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม PAB]</li> <li>• PAB เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด [PAB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้า              จั่ว เนื่องจาก <math>\widehat{P\hat{A}B}</math> และ <math>\widehat{P\hat{B}A}</math> เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่ลากจากจุด P              ทำให้ <math>PA = PB</math>]</li> <li>• เนื่องจาก PAB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เราจะทราบขนาดของมุมใด              ที่เท่ากันบ้าง และมีขนาดเท่าไร [<math>\widehat{P\hat{A}B}</math> และ <math>\widehat{P\hat{B}A}</math> เป็นมุมที่ฐานของ              รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะมีขนาดเท่ากัน ทำให้ <math>\widehat{P\hat{A}B} = \widehat{P\hat{B}A} = 65^\circ</math>]</li> <li>• นักเรียนจะหาขนาดของ <math>\widehat{A\hat{P}B}</math> จากความสัมพันธ์ใด              [<math>\widehat{A\hat{P}B} + \widehat{P\hat{A}B} + \widehat{P\hat{B}A} = 180^\circ</math>]</li> </ul>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>6. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยวาดรูปและเขียนโจทย์บนกระดาน ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b></p> <p>จากรูป <math>\overline{PA}</math> และ <math>\overline{PB}</math> เป็นเส้นสัมผัสวงกลม <math>O</math> ที่จุด <math>A</math> และ <math>B</math> <math>\widehat{APB} = 70^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{AOB}</math></p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p><b>วิธีทำ</b> เนื่องจาก <math>\overline{PA}</math> และ <math>\overline{PB}</math> เป็นเส้นสัมผัสวงกลม <math>O</math> จะได้ว่า <math>\widehat{OAP} = \widehat{OBP} = 90^\circ</math> เนื่องจาก ขนาดของมุมภายในทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันได้ <math>360^\circ</math> จะได้ว่า <math>\widehat{AOB} + \widehat{OAP} + \widehat{OBP} + \widehat{APB} = 360^\circ</math> และจากที่โจทย์กำหนดให้ <math>\widehat{APB} = 70^\circ</math> ดังนั้น <math>\widehat{AOB} = 360 - (90 + 90 + 70) = 110^\circ</math></p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 4.5 กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 8 : เส้นสัมผัส ไม่ต้องจำกัดรู้ โดยในระหว่างที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูคอยสังเกตแนวความคิดและให้คำแนะนำนักเรียน เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วครูร่วมกันเฉลยคำตอบและวิธีคิดกับนักเรียน โดยนักเรียนอาจมีวิธีคิดในแต่ละข้อที่แตกต่างกัน แต่ควรได้คำตอบเหมือนกัน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>8. ครูสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอก มาสัมผัสวงกลมที่เรียนมาในช่วงนี้ว่า “ส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน”</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>สาระการเรียนรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การแก้ปัญหาวงกลมสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม</li> <li>• คอร์ดของวงกลม</li> <li>• เส้นสัมผัสวงกลม</li> </ol>	<p>ชั่วโมงที่ 13 ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยใช้คำถามดังนี้</li> <li>• ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวางเดียวกันสองมุมมีขนาดเท่ากัน ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้น จะเป็นอย่างไร <b>[มีขนาดเท่ากัน]</b></li> <li>• มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นอย่างไรกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมเดียวกันที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน <b>[มีขนาดเป็นสองเท่า]</b></li> <li>• ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมวางเดียวกันสองมุมมีขนาดเท่ากัน ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้น จะเป็นอย่างไร <b>[มีความยาวเท่ากัน]</b></li> <li>• มุมในส่วนโค้งของวงกลมเดียวกันสองมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเป็นอย่างไร <b>[เท่ากัน]</b></li> <li>• มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่าไร <b>[90° หรือหนึ่งมุมฉาก]</b></li> <li>• เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะมีความสัมพันธ์อย่างกับจุดศูนย์กลางของวงกลม <b>[เส้นตรงจะผ่านจุดศูนย์กลาง]</b></li> <li>• เส้นสัมผัสวงกลมจะทำมุมเท่าไรกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส <b>[90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก]</b></li> <li>• ส่วนของเส้นตรงสองเส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวางเดียวกัน จะสัมพันธ์กันอย่างไร <b>[มีความยาวเท่ากัน]</b></li> </ol>	<p>สื่อ/แหล่งเรียนรู้ ชั่วโมงที่ 13</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แผนโน้ตย่อวงกลมหมายเลข 1 ถึง 15</li> </ol> <p>ชั่วโมงที่ 14</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. อุปกรณ์กิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม <ul style="list-style-type: none"> <li>• บัตรกิจกรรม</li> <li>วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม</li> </ul> </li> <li>• ใบกิจกรรม 5 : วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม</li> <li>• ปากกาไวท์บอร์ด</li> <li>• แปรงลบบัตรงาน</li> </ol>
<p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>ด้านความรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม ไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>ชั่วโมงที่ 13</p>	<p>ขั้นงาน/ภาระงาน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แผนโน้ตย่อวงกลม</li> <li>2. ใบกิจกรรม 5 : วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม</li> </ol>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สื่อสารแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม</li> <li>2. ให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> </ol>	<p>ขั้นตอน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้ปัญหาวงกลม โดยให้นักเรียนจับคู่กันทำ และครูเตรียมแผ่นโจทย์วงกลมหมายเลข 1 ถึง 15 ให้นักเรียนเพียงพอกับที่จะให้นักเรียนแต่ละคู่ได้รับโจทย์ที่แตกต่างกันคู่ละ 5 ข้อ จากนั้น ครูสุ่มแจกแผ่นโจทย์ให้นักเรียน โดยนักเรียนแต่ละคู่จะได้รับโจทย์ที่แตกต่างกัน 5 ข้อ และโจทย์แต่ละข้อควรมีจำนวนนักเรียนที่ได้รับอย่างน้อย 2 คู่</li> <li>3. ครูอธิบายวิธีการทำกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ปัญหาวงกลม แก่นักเรียน ดังนี้             <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ให้นักเรียนแต่ละคู่ศึกษาแผ่นโจทย์วงกลมที่ได้รับจำนวน 5 ข้อ จากนั้น ให้นักเรียนเลือกเขียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์จำนวน 3 ข้อ ที่นักเรียนสามารถทำได้</li> <li>2) เมื่อนักเรียนทำโจทย์ได้ครบ 3 ข้อแล้ว ให้นักเรียนไปจับคู่กับนักเรียนที่ได้โจทย์หมายเลขตรงกัน โดยหาให้นักเรียนพบคู่ที่ทำโจทย์ข้อเดียวกัน ให้ตรวจสอวิธีทำและคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าคำตอบไม่ตรงกัน ให้ร่วมกันตรวจสอบวิธีทำของแต่ละคู่จนกระทั่งได้คำตอบตรงกัน แต่ถ้านักเรียนพบคู่ที่ไม่มีโจทย์ข้อเดียวกันนักเรียนไม่ได้ทำ แต่เพื่อนทำเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้เพื่อนคู่อื่นอธิบายวิธีทำ โดยนักเรียนจะต้องช่วยเพื่อนตรวจสอบความถูกต้องด้วย เมื่อมั่นใจแล้วให้นักเรียนที่ยังไม่ได้ทำโจทย์ข้อนั้น จดวิธีทำจากเพื่อน แล้วให้เพื่อนเขียนชื่อว่าถ่ายถอดความรู้ให้แล้ว</li> </ol> </li> </ol>	<p>การวัดและประเมินผล</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ตรวจแผนโจทย์วงกลม โดยตอบได้ถูกต้อง 3 ข้อจาก 5 ข้อ</li> <li>2. ตรวจใบกิจกรรม 5 : วงกลม             <ul style="list-style-type: none"> <li>• ตอนที่ 1 โดยตอบได้ถูกต้อง 6 ข้อ จาก 8 ข้อ</li> <li>• ตอนที่ 2 โดยตอบถูกต้อง 6 ตำแหน่ง จาก 8 ตำแหน่ง</li> </ul> </li> </ol>
<p>ด้านคุณลักษณะ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ</li> <li>3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือโต้แย้ง แนวคิดได้อย่างสมเหตุผล</li> </ol>		

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม</p> <p><b>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน</b></p> <p>1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม มาแก้ปัญหา</p> <p>2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความ เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม</p>	<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6</b> เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>3) ให้นักเรียนหาเพื่อนคู่ที่มีเจตย์ข้อเดียวกันได้คำตอบและวิธีทำจนครบ หากมีเจตย์ข้อเดียวที่ไม่มีนักเรียนคู่ใดทำ ให้นักเรียนช่วยกันกับเพื่อนคู่อื่น ๆ ร่วมกันทำเจตย์ข้อนั้น</p> <p>4. เมื่อนักเรียนเข้าใจขั้นตอนแล้ว ครูให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรม โดยครูคอยตรวจสอบการทำกิจกรรมของนักเรียน และให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนติดปัญหา</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>5. ครูสรุปผลการทำกิจกรรมในช่วงนี้ โดยสรุปว่าในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับวงกลมนั้น นักเรียนจะต้องใช้ทั้งความรู้เดิมเกี่ยวกับเรขาคณิตที่นักเรียนเรียนมา และความรู้จากทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่นักเรียนในบทนี้ และปัญหาบางข้อก็อาจจะมีคำตอบซับซ้อน และต้องอาศัยการร่วมมือกัน ช่วยกันคิดของนักเรียน เพื่อนำความรู้ต่าง ๆ ที่นักเรียนแต่ละคนมีมาใช้ในการแก้ปัญหา</p>	<p><b>ชั่วโมงที่ 14</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูทบทวนการทำกิจกรรมวัดผลสัมฤทธิ์ที่นักเรียนเคยทำมาแล้วในช่วงที่ 6 โดยนำบัตรภาพและเฉลยคำตอบมาให้ให้นักเรียนดู พร้อมทั้งเน้นเกี่ยวกับกระบวนการกลุ่ม และแจ้งให้นักเรียนทราบว่าในช่วงนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้การแก้ปัญหาเกี่ยวกับวงกลมผ่านกิจกรรมดังกล่าวเป็นการสรุปบทเรียน</p>
---	--	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยร่วมกันทำกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้สู่ปัญหาวงกลม และกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม สัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลมวางแผนการทำงานร่วมกันในการแก้ปัญหาตามโจทย์ที่ได้รับ</p> <p>4. การคิดขั้นสูง โดยคิดวิเคราะห์ปัญหาและให้เหตุผลประกอบแนวคิดในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p><b>ขั้นตอน</b></p> <p>2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 4 คน เพื่อทำกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม ครูแจกบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลมให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มจะได้รับโจทย์จำนวน 8 ใบ แล้วอธิบายวิธีการทำกิจกรรม ดังนี้</p> <p>1) ครูจะแสดงตัวอย่างบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนสัญลักษณ์ต่าง ๆ ปัญหา ที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความรู้ในการหาค่า <math>x</math> และคำตอบ ซึ่งคำตอบนี้จะไม่ใช่คำตอบของข้อนี้ในนั้น แต่จะเป็นคำตอบของข้อถัดไป</p> <p>2) ครูให้นักเรียนในกลุ่มแบ่งหน้าที่กัน โดยนักเรียนจะต้องช่วยกันหาคำตอบของโจทย์ในบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ทั้ง 8 ใบ โดยอาจเริ่มจากใบใดใบหนึ่งซึ่งนักเรียนสามารถใช้ปากกาไวท์บอร์ดเขียนลงบนบัตรเพื่อช่วยในการคิดหาคำตอบได้ เมื่อได้คำตอบแล้ว ให้หาบัตรที่มีคำตอบตรงกับคำตอบที่หาได้ มาวางเรียงเป็นลำดับถัดไป แล้วหาคำตอบของปัญหาในบัตรใบใหม่นั้นต่อไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 8 ใบ</p> <p>3) ครูอธิบายว่าคำตอบของโจทย์ในบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม จะเรียงต่อกันจนได้ครบวงพอดี เมื่อนักเรียนเรียงบัตรคำตอบได้ครบแล้วให้นักเรียนแต่ละคนวาดรูปสัญลักษณ์ตามลำดับลงในใบกิจกรรม 5 : วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม โดยจะเริ่มจากสัญลักษณ์ใดก็ได้ ณ ตำแหน่ง 12:00 นาฬิกา จากนั้นให้วาดสัญลักษณ์ในลำดับต่อ ๆ ไปวนตามเข็มนาฬิกาไปเรื่อย ๆ จนครบวง</p>
---	--



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>4) ครูเน้นให้นักเรียนทราบว่าความล้ำเลิศของกิจกรรมนี้คือการใช้กระบวนการกลุ่มในการทำงานเป็นทีม ซึ่งแต่ละกลุ่มจะต้องแบ่งหน้าที่กันในการคิดแก้ปัญหา โดยจะต้องมีการอภิปราย ปรึกษาและแนะนำกัน ทั้งนี้ครูจะประเมินผลกิจกรรมร่วมกันทั้งด้านกระบวนการและผลลัพธ์</p> <p>3. เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีการทำกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลมแล้ว ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมนี้ โดยในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมครูคอยสังเกตกระบวนการทำงานเป็นทีม การเป็นสมาชิกของทีมที่ดี ภาวะผู้นำ จุดเด่น จุดที่ต้องพัฒนา รวมทั้งแนะนำแนวคิดในการแก้ปัญหาเพิ่มเติมในกรณีที่ไม่สามารถหาคำตอบบางข้อได้</p> <p>4. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูเฉลยกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลมบนกระดาน โดยอธิบายว่าตำแหน่งของสัญลักษณ์ของนักเรียนอาจไม่ตรงกับเฉลย แต่การเรียงลำดับของสัญลักษณ์ตามเข็มนาฬิกาควรจะต้องเหมือนกัน พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบถูกต้อง</p> <div data-bbox="1002 869 1353 1214" data-label="Diagram"> </div>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>5. ครูให้กลุ่มของนักเรียนออกมาเล่ากระบวนการทำงานร่วมกันของกลุ่ม พร้อมระบุจุดเด่นและจุดที่ต้องปรับปรุง โดยครูเพิ่มเติมในส่วนที่สังเกตจากการทำกิจกรรมของกลุ่มของนักเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>6. ครูสุรุษให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการทำงานเป็นทีม ในการร่วมกันหาคำตอบของโจทย์ปริศนากิจกรรณจำนวน 8 ข้อ ซึ่งจำเป็นต้องใช้ความรู้ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ซึ่งการช่วยเหลือร่วมมือกันของนักเรียนจะทำให้นักเรียนสามารถร่วมกันหาคำตอบของกิจกรรมนี้ได้โดยเฉพาะในกิจกรรมที่นักเรียนไม่สามารถทำตามลำพังในเวลาที่กำหนด</p> <p>7. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม และเส้นสัมผัสวงกลม ที่นักเรียนเรียนมาในบทนี้ โดยใช้คำถามต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวางเคียงกันสองมุมมีขนาดเท่ากัน ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้น จะเป็นอย่างไร <b>[มีขนาดเท่ากัน]</b></li> <li>• มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นอย่างไรกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมเคียงกันที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน <b>[มีขนาดเป็นสองเท่า]</b></li> <li>• ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมวางเคียงกันสองมุมมีขนาดเท่ากัน ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้น จะเป็นอย่างไร <b>[มีขนาดเท่ากัน]</b></li> </ul>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลิ้งกับสิ่งน่ารู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องที่ 4.6 ปริศนาปัญหากลมกลิ้ง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• มุมในส่วนโค้งของวงกลมเดียวกันสองมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเป็นอย่างไร <b>[เท่ากัน]</b></li> <li>• มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่าไร <b>[<math>90^\circ</math> หรือหนึ่งมุมฉาก]</b></li> <li>• เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะมีความสัมพันธ์อย่างไร กับจุดศูนย์กลางของวงกลม <b>[เส้นตรงจะผ่านจุดศูนย์กลาง]</b></li> <li>• เส้นสัมผัสวงกลมจะทำมุมเท่าไรกับรัศมีของวงกลมที่มีจุดปลายจุดหนึ่งเป็นจุดสัมผัส <b>[<math>90</math> องศา หรือหนึ่งมุมฉาก]</b></li> <li>• ส่วนของเส้นตรงสองเส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะสัมพันธ์กันอย่างไร <b>[มีความยาวเท่ากัน]</b></li> </ul>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
---	---	--	--	---

**แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 : กลมกึ่งกับสิ่งน่ารู้**

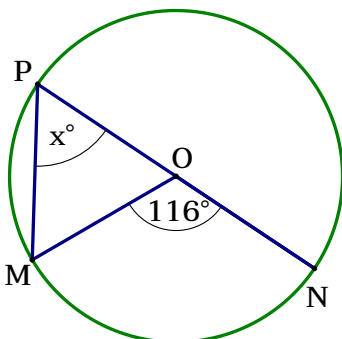
เวลาสอบ 40 นาที

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

ชื่อ – สกุล..... ชั้น ม..... ห้อง..... เลขที่.....

**คำชี้แจง**   แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นข้อสอบแบบเติมคำ มีทั้งหมด 8 ข้อ  
ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

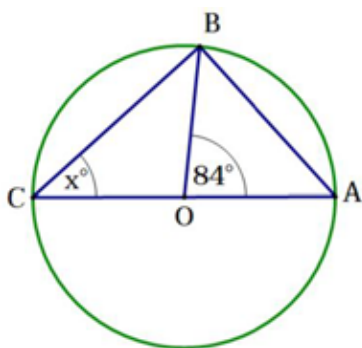
1.



จากรูป ให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{MON} = 116^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{OPM}$  (1 คะแนน)

ตอบ.....

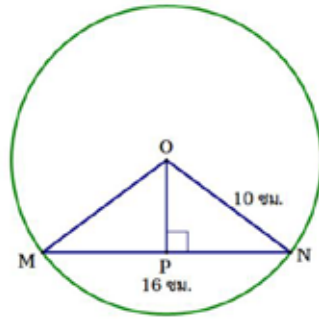
2.



จากรูป ให้  $\overline{AC}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง และ  $\widehat{AOB} = 84^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{OCB}$  (1 คะแนน)

ตอบ.....

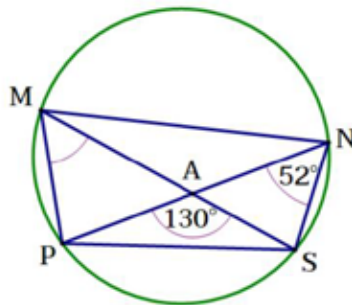
3.



จากรูป วงกลม O มี  $\overline{MN}$  เป็นคอร์ด ตั้งฉากกับ  $\overline{MN}$  ที่จุด P ถ้า  $\overline{MN}$  ยาว 16 เซนติเมตร และรัศมีของวงกลม O ยาว 10 เซนติเมตร จงหาว่าจุด O อยู่ห่างจาก  $\overline{MN}$  กี่เซนติเมตร (1 คะแนน)

ตอบ .....

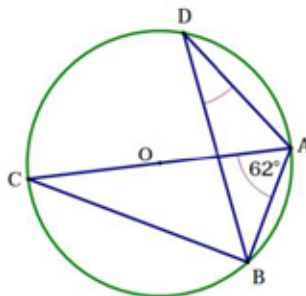
4.



จากรูป ให้  $\overline{PN}$  และ  $\overline{MS}$  ตัดกันที่จุด A โดยที่  $\widehat{ANS} = 52^\circ$  และ  $\widehat{PAS} = 130^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{AMP}$  (1 คะแนน)

ตอบ .....

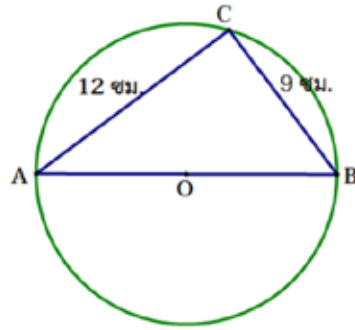
5.



จากรูป ให้  $\overline{AC}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ  $\widehat{BAC} = 62^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ADB}$  (1 คะแนน)

ตอบ .....

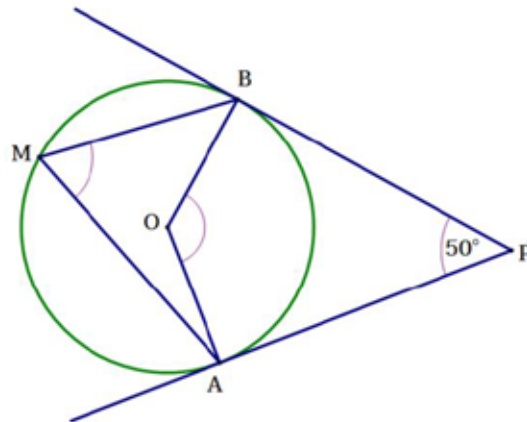
6.



จากรูป ให้  $\overline{AB}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ถ้า  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  ยาว 12 และ 9 เซนติเมตร ตามลำดับ จงหาว่ารัศมีของวงกลมายาวกี่เซนติเมตร (1 คะแนน)

ตอบ.....

ข้อมูลต่อไปนี้ ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 7 – 8



จากรูป ให้  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และจุด B ตามลำดับ และ  $\widehat{APB} = 50^\circ$

7. จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$  (2 คะแนน)

ตอบ.....

8. จงหาขนาดของ  $\widehat{AMB}$  (2 คะแนน)

ตอบ.....

**เฉลยแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 : กลมกึ่งกับสิ่งน่ารู้**

1.  $58^\circ$

**แนวคิด** เนื่องจาก  $\widehat{M\hat{O}N} = 2(\widehat{O\hat{P}M})$   
และ  $\widehat{M\hat{O}N} = 116^\circ$   
ดังนั้น  $\widehat{O\hat{P}M} = \frac{1}{2} \times 116 = 58^\circ$

2.  $42^\circ$

**แนวคิด** เนื่องจาก  $\widehat{O\hat{C}B} = \frac{1}{2}(\widehat{A\hat{O}B})$   
และ  $\widehat{A\hat{O}B} = 84^\circ$   
ดังนั้น  $\widehat{O\hat{C}B} = \frac{1}{2} \times 84 = 42^\circ$

3. 6 เซนติเมตร

**แนวคิด**  $ON = 10$  ,  $PN = \frac{MN}{2} = \frac{16}{2} = 8$   
เนื่องจาก OPN เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี  $\widehat{OPN}$  เป็นมุมฉาก  
จะได้  $OP^2 = ON^2 - PN^2$   
 $= 10^2 - 8^2$   
 $= 100 - 64$   
 $= 36$   
 $OP = 6$   
ดังนั้น จุด O อยู่ห่างจาก  $\overline{MN}$  6 เซนติเมตร

4.  $52^\circ$

**แนวคิด** เนื่องจาก  $\widehat{A\hat{M}P} = \widehat{A\hat{N}S}$   
และ  $\widehat{A\hat{N}S} = 52^\circ$   
ดังนั้น  $\widehat{A\hat{M}P} = 52^\circ$

5.  $28^\circ$

**แนวคิด** เนื่องจาก  $\widehat{A\hat{B}C} = 90^\circ$  (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด  $90^\circ$ )  
 $\widehat{B\hat{A}C} = 62^\circ$  (กำหนดให้)  
และ  $\widehat{A\hat{C}B} + \widehat{A\hat{B}C} + \widehat{B\hat{A}C} = 180^\circ$  (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น  $180^\circ$ )

$$\begin{aligned} \widehat{ACB} + 90 + 62 &= 180 \\ \widehat{ACB} &= 180 - (90 + 62) = 28^\circ \\ \text{ดังนั้น } \widehat{ADB} &= \widehat{ACB} = 28^\circ \quad (\text{มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับ} \\ &\quad \text{ด้วยส่วนโค้งเดียวกันมีขนาดเท่ากัน}) \end{aligned}$$

6. 7.5 เซนติเมตร

**แนวคิด** เนื่องจาก  $\widehat{ABC} = 90^\circ$  (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด  $90^\circ$ )

จะได้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี  $\widehat{ACB}$  เป็นมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= 12^2 + 9^2 \\ &= 144 + 81 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$AB = 15$$

$$\text{ดังนั้น } OA = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ เซนติเมตร}$$

นั่นคือ รัศมีของวงกลมยาว 7.5 เซนติเมตร

7.  $130^\circ$

**วิธีทำ** เนื่องจาก

$$\begin{aligned} \widehat{APB} &= 50^\circ && (\text{กำหนดให้}) \\ \widehat{OAP} &= 90^\circ && (\text{เส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่} \\ &&& \text{จุดสัมผัส}) \\ \widehat{OBP} &= 90^\circ && (\text{เส้นสัมผัสจะตั้งฉากกับรัศมีที่} \\ &&& \text{จุดสัมผัส}) \end{aligned}$$

และ  $\widehat{AOB} + \widehat{APB} + \widehat{OAP} + \widehat{OBP} = 360^\circ$  (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น  $180^\circ$ )

$$\text{จะได้ } \widehat{AOB} + 50 + 90 + 90 = 360$$

$$\text{ดังนั้น } \widehat{AOB} = 360 - (50 + 90 + 90) = 130^\circ$$

8.  $65^\circ$

**วิธีทำ** เนื่องจาก  $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})$  (มุมในส่วนโค้งของวงกลมจะมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)

$$\text{ดังนั้น } \widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times 130 = 65^\circ$$



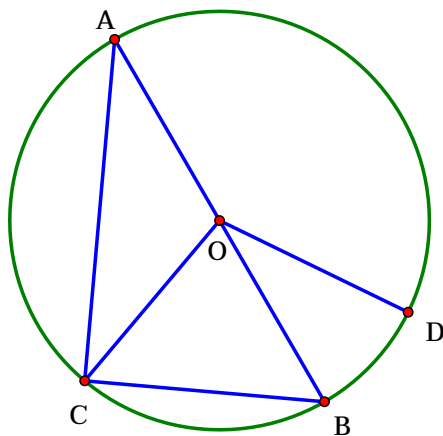
## เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม

## เฉลยแบบฝึกหัด 1 : ส่วนไหน ชื่ออะไร

คำชี้แจง

กำหนดให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ดังรูป

จงระบุชื่อส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลม O อย่างน้อยส่วนประกอบละ 1 ชื่อ



1. ส่วนโค้งใหญ่ ..... เช่น  $\widehat{ADC}$  ,  $\widehat{CAB}$
2. ส่วนโค้งน้อย ..... เช่น  $\widehat{AC}$  ,  $\widehat{CB}$
3. ส่วนโค้งที่เป็นครึ่งวงกลม .....  $\widehat{ACB}$  และ  $\widehat{ADB}$
4. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ..... เช่น  $\angle AOC$  ,  $\angle BOC$  ,  $\angle BOD$
5. มุมในส่วนโค้งของวงกลม ..... เช่น  $\angle BAC$  ,  $\angle ACB$
6. มุมในครึ่งวงกลม .....  $\angle ACB$



## เฉลยใบกิจกรรม 1 : สํารวจมุมในวงกลม

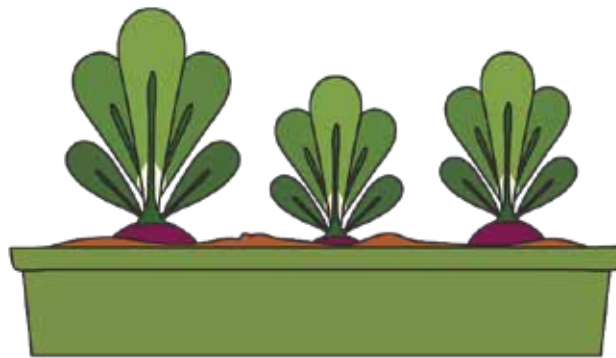
- คำตอบของนักเรียนมีได้หลากหลาย แตกต่างกันตามวงกลมและมุมที่สร้าง -

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อมูลและตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนบันทึกขนาดของมุมต่าง ๆ ที่วัดได้ลงในตาราง

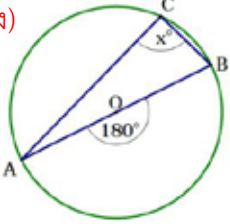
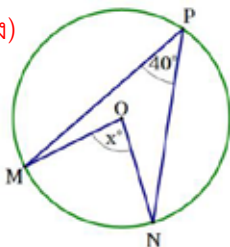
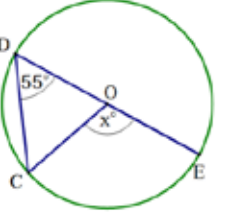
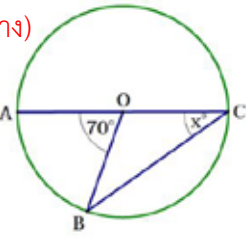
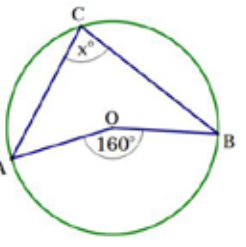
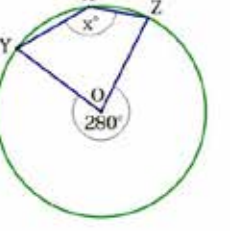
วงกลม	ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง	ขนาดของมุมในส่วนโค้ง
A		
B		
C		
D		
E		

2. ให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
  - มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
  - ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมจะมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



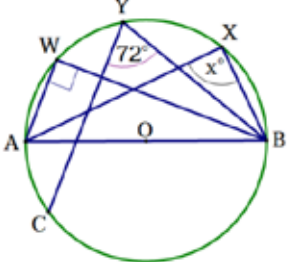
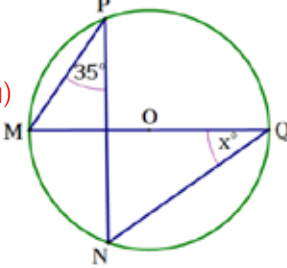
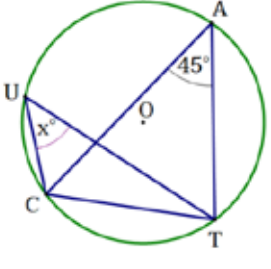
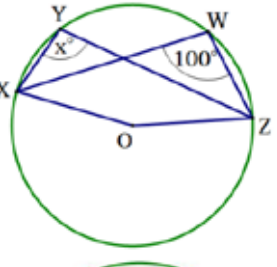
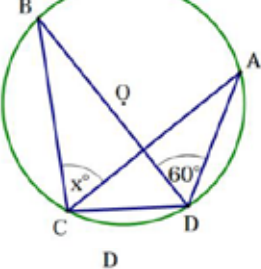
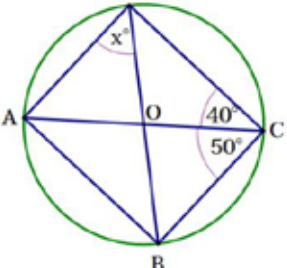
## เฉลยแบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบถอดรหัส (1)

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้ กับคำตอบด้านขวามือ (ดังตัวอย่าง) แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

	แนวคิด	คำตอบ												
1. (ตัวอย่าง)	 $  \begin{aligned}  x &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\  &= \frac{1}{2} \times 180 \\  &= 90  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">K : 20</div>												
2. (ตัวอย่าง)	 $  \begin{aligned}  x &= 2(\widehat{MPN}) \\  &= 2 \times 40 \\  &= 80  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">T : 35</div>												
3.	 $  \begin{aligned}  x &= 2(\widehat{CDE}) \\  &= 2 \times 55 \\  &= 110  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">E : 80</div>												
4. (ตัวอย่าง)	 $  \begin{aligned}  x &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\  &= \frac{1}{2} \times 70 \\  &= 35  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">C : 90</div>												
5.	 $  \begin{aligned}  x &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\  &= \frac{1}{2} \times 160 \\  &= 80  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">N : 110</div>												
6.	 $  \begin{aligned}  x &= \frac{1}{2}(\text{มุมกลับ } \widehat{YOZ}) \\  &= \frac{1}{2} \times 280 \\  &= 140  \end{aligned}  $	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">R : 140</div>												
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">M : 160</div>												
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">P : 320</div>												
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <b>รหัสที่ได้คือ</b> <table border="1" style="margin: 5px auto; text-align: center;"> <tr> <td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td> </tr> <tr> <td>C</td><td>E</td><td>N</td><td>T</td><td>E</td><td>R</td> </tr> </table> </div>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	C	E	N	T	E	R
1.	2.	3.	4.	5.	6.									
C	E	N	T	E	R									

## เฉลยแบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบถอดรหัส (2)

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้ กับคำตอบด้านขวามือ (ดังตัวอย่าง) แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

	แนวคิด	คำตอบ
1.	 <p>เนื่องจาก <math>A\hat{X}B = A\hat{W}B</math> และ <math>A\hat{W}B = 90^\circ</math> ดังนั้น <math>x = 90</math></p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">A : 35</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">D : 45</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">E : 70</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">I : 100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">M : 72</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">R : 90</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">S : 50</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">T : 40</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">U : 60</div>
2. (ตัวอย่าง)	 <p>เนื่องจาก <math>M\hat{Q}N = M\hat{P}N</math> และ <math>M\hat{P}N = 35^\circ</math> ดังนั้น <math>x = 35</math></p>	
3.	 <p>เนื่องจาก <math>C\hat{U}T = C\hat{A}T</math> และ <math>C\hat{A}T = 45^\circ</math> ดังนั้น <math>x = 45</math></p>	
4.	 <p>เนื่องจาก <math>X\hat{Y}Z = X\hat{W}Z</math> และ <math>X\hat{W}Z = 100^\circ</math> ดังนั้น <math>x = 100</math></p>	
5.	 <p>เนื่องจาก <math>A\hat{C}B = A\hat{D}B</math> และ <math>A\hat{D}B = 60^\circ</math> ดังนั้น <math>x = 60</math></p>	
6.	 <p>เนื่องจาก <math>A\hat{D}B = A\hat{C}B</math> และ <math>A\hat{C}B = 50^\circ</math> ดังนั้น <math>x = 50</math></p>	

รหัสที่ได้คือ

1.	2.	3.	4.	5.	6.
R	A	D	I	U	S

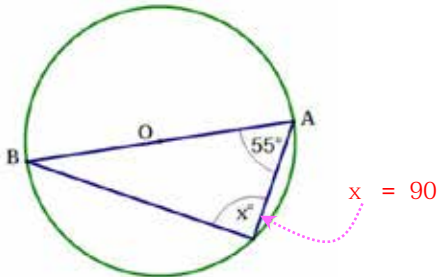
## เฉลยแบบฝึกหัด 4 : จับคู่คำตอบข้อรหัส (3)

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้ กับคำตอบด้านขวามือ (ดังตัวอย่าง) แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

**โจทย์**

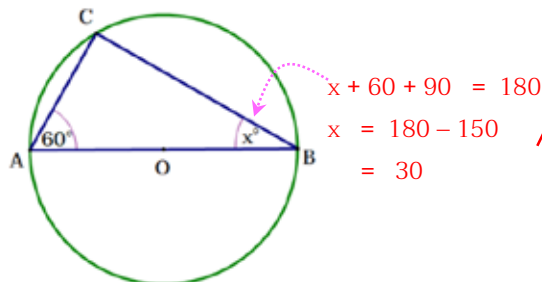
**คำตอบ**

1.



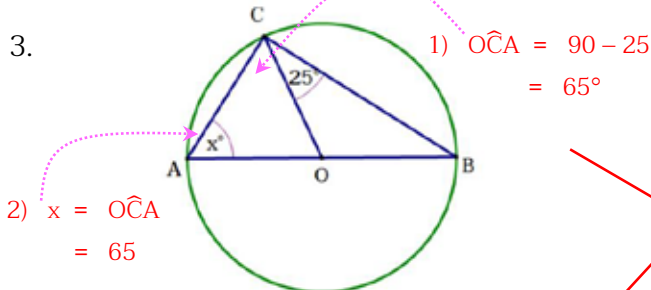
H : 30

2.



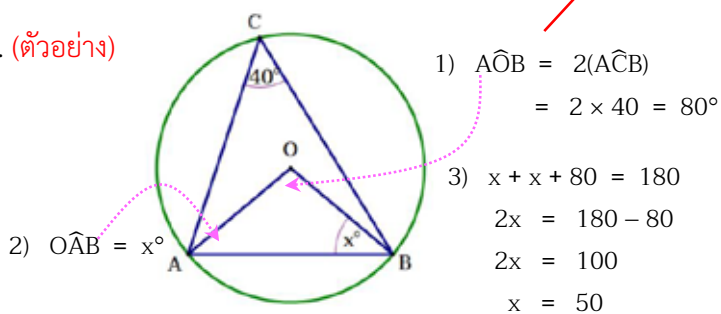
M : 35

3.



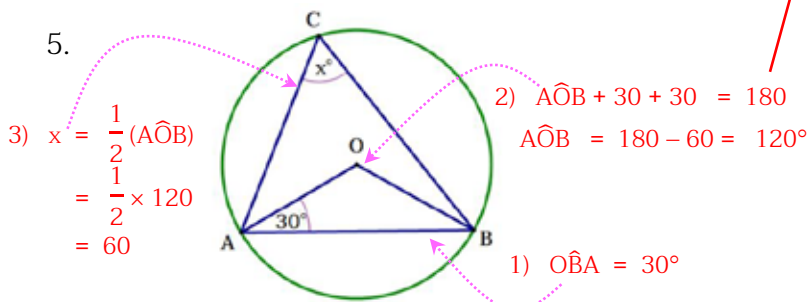
R : 50

4. (ตัวอย่าง)



D : 60

5.



O : 65

C : 90

K : 120

**รหัสที่ได้คือ**

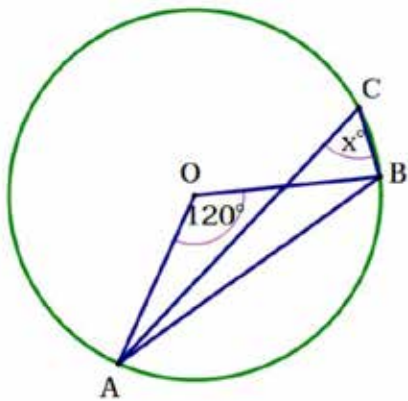
1.	2.	3.	4.	5.
C	H	O	R	D

## เฉลยใบกิจกรรม 2 : วงล้อมวลีสัญลักษณ์

ตอนที่ 1      ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของบัตรกิจกรรมวงล้อมวลีสัญลักษณ์ต่อไปนี้

<b>สัญลักษณ์</b>  <span style="font-size: 2em; color: green;">π</span>	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em; color: blue;">30</span>
--	--

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x

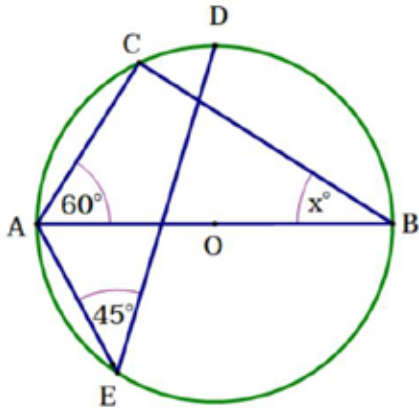


$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1}{2} (\widehat{AOB}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 120 \\
 &= 60
 \end{aligned}$$



<b>สัญลักษณ์</b> 	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em;">35</span>
---	---

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x




$$x + 60 + 90 = 180$$

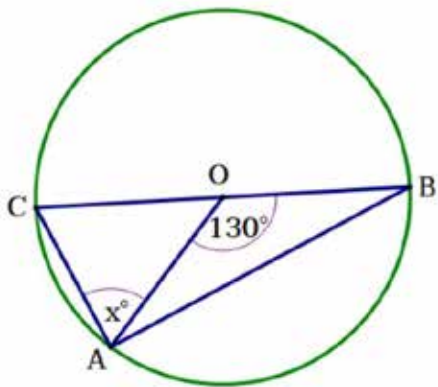
$$x + 150 = 180$$

$$x = 180 - 150$$

$$x = 30$$

<b>สัญลักษณ์</b> 	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em;">40</span>
---	---

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



$$\widehat{OCA} = x$$

$$x + x = 130$$

$$2x = 130$$

$$x = 65$$

$$x = 65^\circ$$



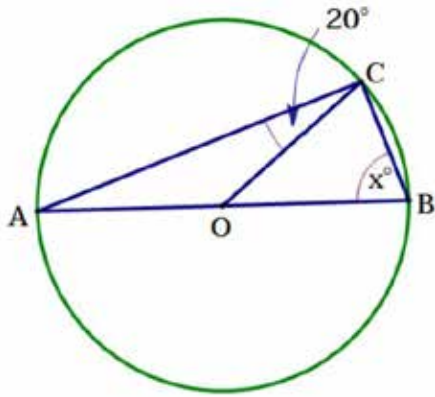
สัญลักษณ์



คำตอบ

65

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



$$\widehat{OCB} = 90 - 20 = 70^\circ$$

$$x = \widehat{OCB}$$

$$x = 70$$

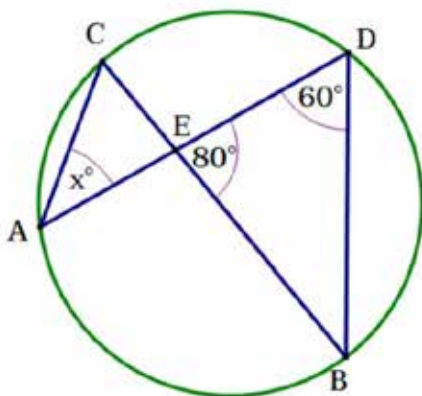
สัญลักษณ์



คำตอบ

60

ปัญหา : จากรูป จงหาค่า x



$$\widehat{CBD} + 80 + 60 = 180$$

$$\widehat{CBD} = 180 - 140 = 40^\circ$$

$$x = \widehat{CBD}$$

$$x = 40$$

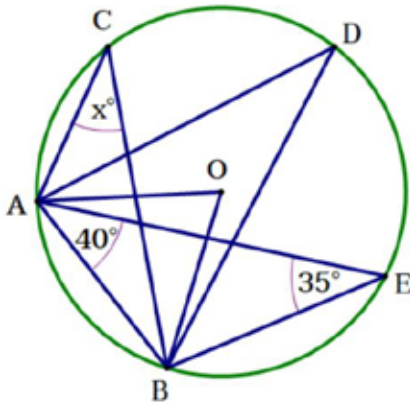
สัญลักษณ์



คำตอบ

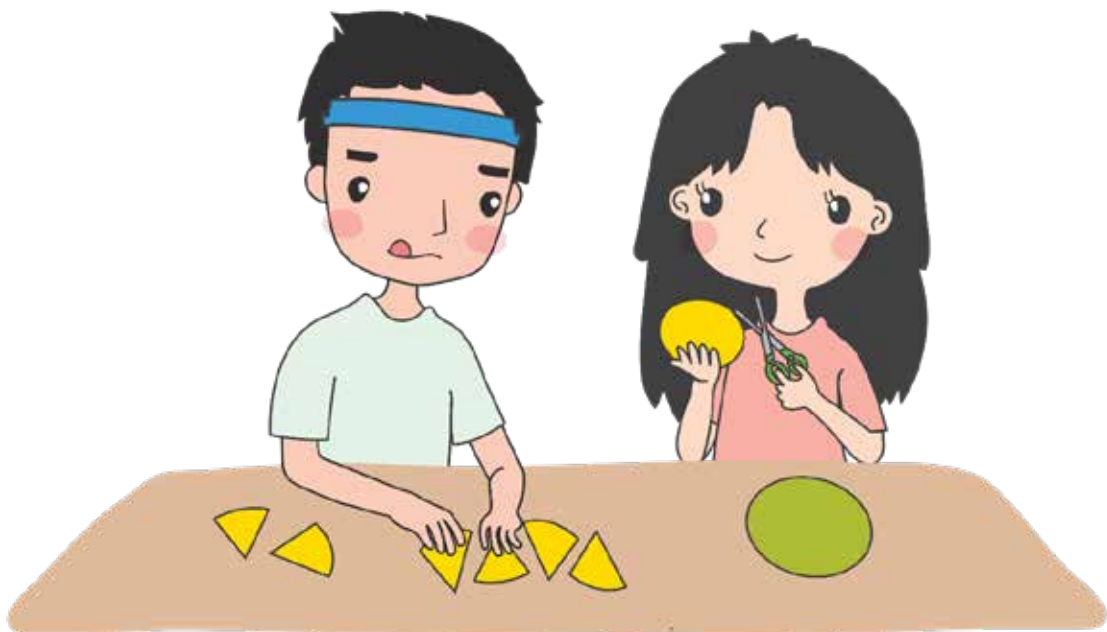
70

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x

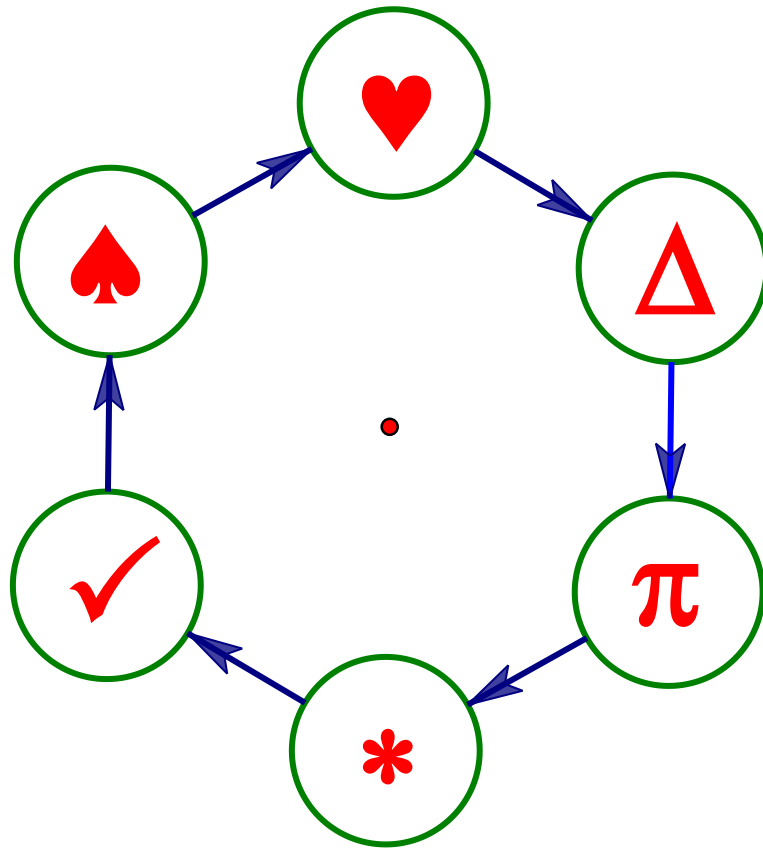


$x = \widehat{AEB}$

$x = 35$



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนวาดสัญลักษณ์ตามลำดับของบัตรกิจกรรมที่เรียงได้ โดยเริ่มสัญลักษณ์แรกที่ตำแหน่ง 12 นาฬิกา จากนั้นให้วาดสัญลักษณ์ลำดับถัดมาวนตามเข็มนาฬิกาไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 6 สัญลักษณ์



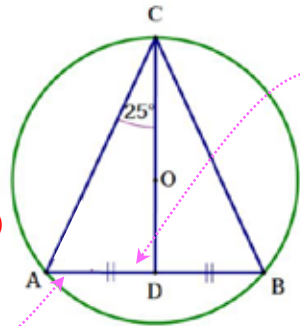
## เฉลยแบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบถอดรหัส ep.4

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบของโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อได้คำตอบแล้ว ให้โยงเส้นจับคู่กับคำตอบด้านขวามือ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

**โจทย์**

**คำตอบ**

1. จากรูปที่กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  มีรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ที่  $AD = BD$   $\overline{CD}$  ผ่านจุด  $O$  และ  $\widehat{ACD} = 25^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BAC}$



2)  $\widehat{BAC} + 25 + 90 = 180^\circ$   
 $\widehat{BAC} = 180 - (25 + 90)$   
 $= 65^\circ$

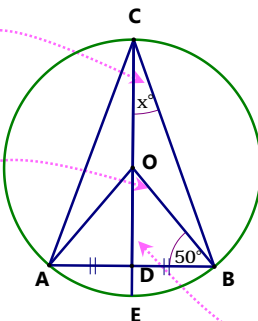
1)  $\widehat{ADC} = 90^\circ$

R :  $20^\circ$

I :  $35^\circ$

F :  $40^\circ$

2. จากรูปที่กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  มี  $AD = BD$  และ  $\widehat{ABO} = 50^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BCD}$



3)  $\widehat{BCe} = \frac{1}{2}(\widehat{BOe})$   
 $= \frac{1}{2} \times 40 = 20^\circ$

2)  $\widehat{BOD} = 180 - (50 + 90)$   
 $= 40^\circ$

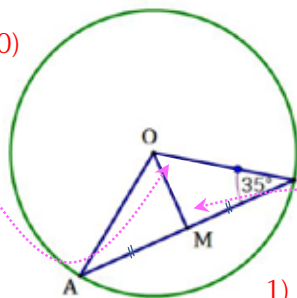
1)  $\widehat{BDC} = 90^\circ$

C :  $55^\circ$

M :  $60^\circ$

A :  $65^\circ$

3. จากรูปที่กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  มี  $AM = BM$  และ  $\widehat{OBA} = 35^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BOM}$



2)  $\widehat{BOM} = 180 - (35 + 90)$   
 $= 55^\circ$

1)  $\widehat{OMB} = 90^\circ$

K :  $90^\circ$

รหัสที่ได้คือ

1.	2.	3.
A	R	C

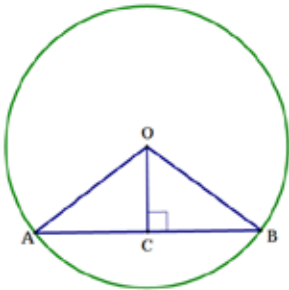
## เฉลยแบบฝึกหัด 6 : จับคู่คำตอบข้อที่ 5

**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบของโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อได้คำตอบแล้ว ให้โยงเส้นจับคู่กับคำตอบด้านขวามือ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

### โจทย์

### คำตอบ

1. จากรูป  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  และ  $\overline{OC}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด  $C$   
 ถ้า  $OC = 3$  เซนติเมตร และ  $AB = 8$  เซนติเมตร  
 จงหาความยาวของรัศมีของวงกลม  $O$

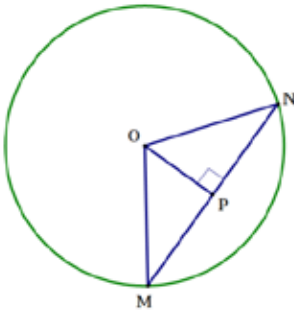


เนื่องจาก  $\triangle ACO$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
 จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } OA^2 &= OC^2 + AC^2 \\ &= 3^2 + 4^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $OA = 5$  เซนติเมตร

2. จากรูป  $\overline{MN}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  และ  $\overline{OP}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{MN}$  ที่จุด  $P$   
 ถ้า  $\overline{MN}$  ยาว 16 เซนติเมตร และรัศมีของวงกลมายาว 10 เซนติเมตร  
 จงหาว่า  $\overline{MN}$  อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่าไร

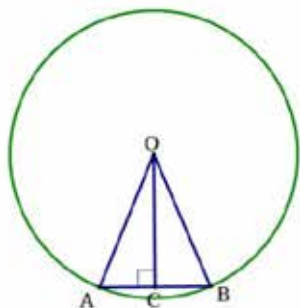


เนื่องจาก  $\triangle MPO$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
 จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } OP^2 &= OM^2 - PM^2 \\ &= 10^2 - 8^2 \\ &= 36 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $OP = 6$  เซนติเมตร

3. จากรูป  $\overline{AB}$  เป็นคอร์ดของวงกลม  $O$  และ  $\overline{OC}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด  $C$   
 ถ้า  $OC = 12$  เซนติเมตร และรัศมีของวงกลม ยาว 13 เซนติเมตร  
 จงหาว่า  $\overline{AB}$  ยาวเท่าไร



เนื่องจาก  $\triangle ACO$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
 จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } AC^2 &= OA^2 - OC^2 \\ &= 13^2 - 12^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $AC = 5$

จะได้  $AB = 2(AC) = 2 \times 5 = 10$  เซนติเมตร

A : 3 เซนติเมตร

K : 4 เซนติเมตร

O : 5 เซนติเมตร

M : 6 เซนติเมตร

C : 8 เซนติเมตร

G : 10 เซนติเมตร

D : 12 เซนติเมตร

รหัสที่ได้คือ

1.	2.	3.
O	M	G

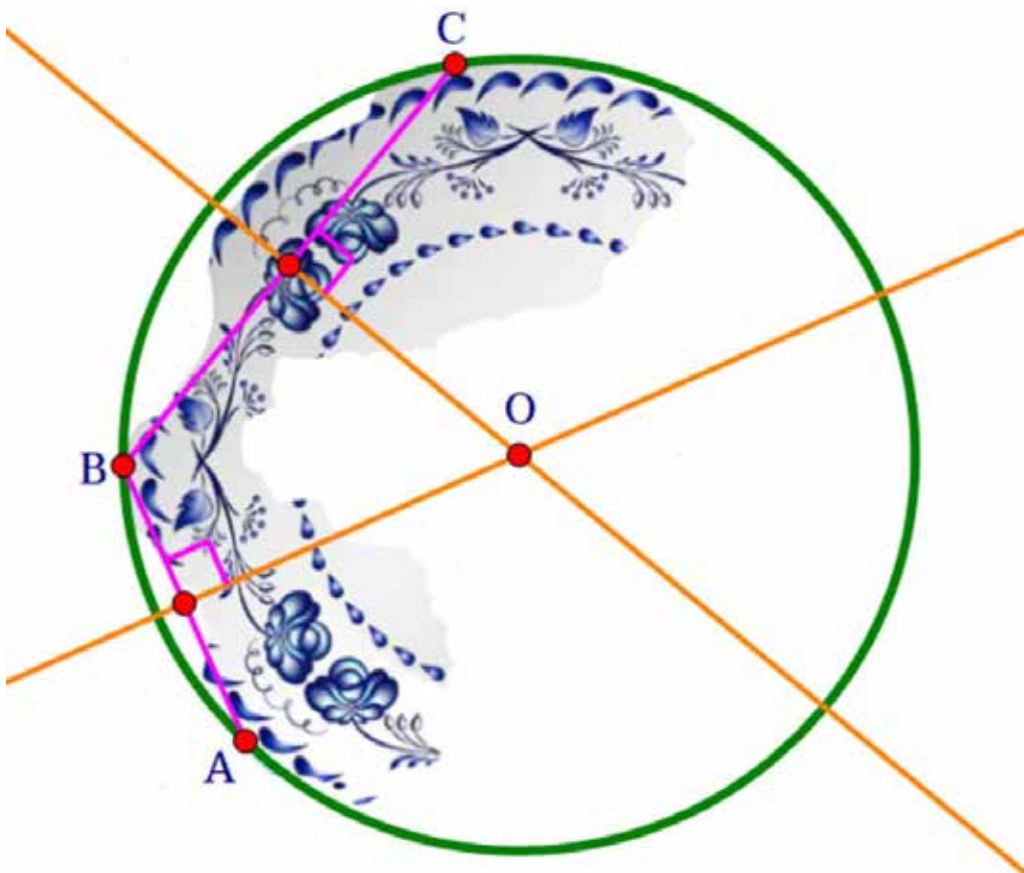
## เฉลยใบกิจกรรม 3 : งานกระเบื้องโบราณ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ต่อไปนี้ แล้วเขียนแสดงวิธีหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางของงานกระเบื้องโบราณ ลงในภาพที่กำหนดให้

### สถานการณ์

นักประวัติศาสตร์พบเศษงานกระเบื้องโบราณที่ยังหลงเหลืออยู่ดังแสดงในรูปด้านล่าง จากข้อมูลในบันทึกโบราณ บอกไว้ว่า เศษงานกระเบื้องโบราณใบนี้มีลักษณะเป็นวงกลม หากนักประวัติศาสตร์ต้องการทราบความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของงานกระเบื้องใบนี้ เขาจำเป็นต้องหาจุดศูนย์กลางให้ได้เสียก่อน

นักเรียนจะช่วยนักประวัติศาสตร์คนนี้หาจุดศูนย์กลางของงานกระเบื้องโบราณใบนี้ได้อย่างไร

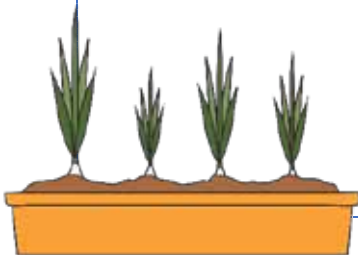


## เฉลยใบกิจกรรม 4 : หาดำแหน่งปลูกต้นไม้

-คำตอบของนักเรียนแตกต่างกันตามแผนผังต้นไม้ที่ได้รับ-

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนบันทึกแผนผังต้นไม้ที่ได้รับจากครู แล้วเขียนแสดงวิธีการตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้ต้นที่สี่

แผนผังต้นไม้



## วิธีคิด

นักเรียนสามารถเขียนแสดงวิธีการหาตำแหน่งของต้นไม้ต้นที่ 4 ได้หลากหลายรูปแบบ  
เฉลยนี้ จึงเฉลยเพียงแนวการหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลางเท่านั้น

1) สมมุติให้จุด A, B และ C แทนตำแหน่งของต้นไม้แต่ละต้น สร้าง  $\overline{AB}$  และ  $\overline{BC}$   
โดยซึ่งเชื่อมพางระหว่างต้นไม้ที่แทนตำแหน่งของจุด A, B และ C

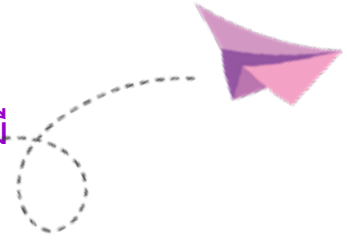
2) สร้างรังสี 2 เส้น ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  และ  $\overline{BC}$  โดยซึ่งเชื่อมพางออกจาก  
จุดกึ่งกลางของเชื่อมพางที่ซึ่งเป็น  $\overline{AB}$  และ  $\overline{BC}$  ทำมุม 90 องศา กับเชื่อมพางเดิม

3) จุดตัดของรังสีทั้งสอง จะเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม หรือตำแหน่งที่จะปลูกต้นไม้ต้นที่ 4  
นั่นเอง



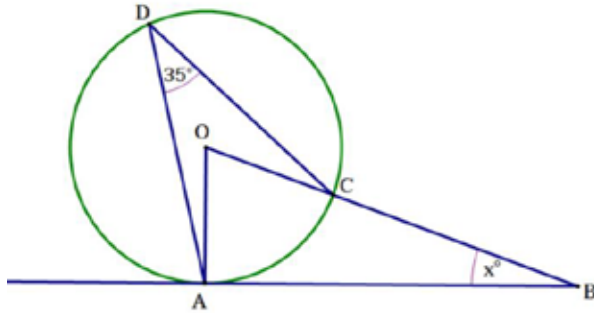


## เฉลยแบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับรัศมี



คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จากรูป  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $\widehat{ADC} = 35^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ABC}$



วิธีทำ เนื่องจาก  $\widehat{ADC} = 35^\circ$

จะได้  $\widehat{AOC} = 2(\widehat{ADC}) = 2 \times 35 = 70^\circ$

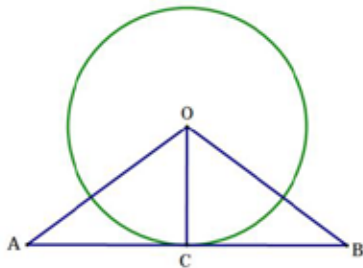
เนื่องจาก  $\widehat{OAB} = 90^\circ$

และ  $\widehat{ABC} + \widehat{AOC} + \widehat{OAB} = 180^\circ$

จะได้  $\widehat{ABC} + 70 + 90 = 180$

ดังนั้น  $\widehat{ABC} = 180 - (70 + 90) = 20^\circ$

2. จากรูป  $\triangle ABO$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีฐาน  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $C$  ถ้ารัศมี  $CO$  ยาว 6 เซนติเมตร และ  $\overline{BO}$  ยาว 10 เซนติเมตร จงหาความยาวฐาน  $\overline{AB}$



วิธีทำ เนื่องจาก  $\triangle BCO$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้  $BC^2 = BO^2 - CO^2$

$= 10^2 - 6^2$

$= 64$

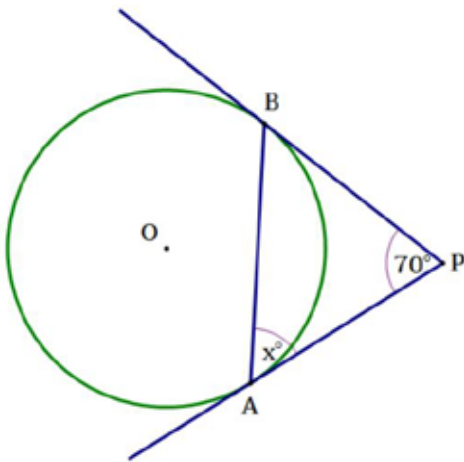
ดังนั้น  $BC = 8$

นั่นคือ  $AB = 2(BC) = 2 \times 8 = 16$  เซนติเมตร

## เฉลยแบบฝึกหัด 8 : เส้นสัมผัส ไม่ต้องวัดก็รู้

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  เป็นเส้นสัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $B$  ตามลำดับ และ  $\widehat{APB} = 70^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{PAB}$



**วิธีทำ**

เนื่องจาก  $PA = PB$

จะได้ว่า  $\triangle PAB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น  $\widehat{PAB} = \widehat{PBA} = x^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{PAB} + \widehat{PBA} + \widehat{APB} = 180^\circ$

จะได้  $x + x + 70 = 180$

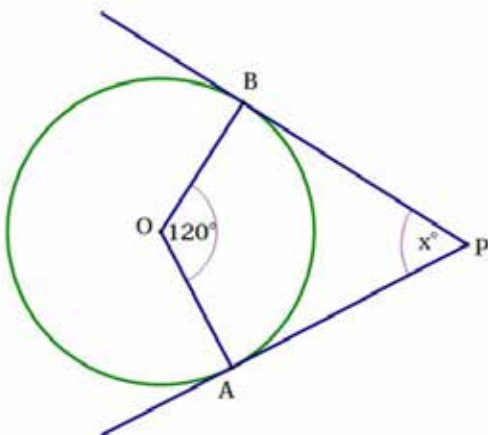
$$2x + 70 = 180$$

$$2x = 110$$

$$x = 55$$

ดังนั้น  $\widehat{PAB} = 55^\circ$

2. จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  เป็นเส้นสัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $B$   $\widehat{AOB} = 120^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{APB}$



**วิธีทำ**

$\widehat{OAP} = 90^\circ$  และ  $\widehat{OBP} = 90^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{APB} + \widehat{OAP} + \widehat{OBP} + \widehat{AOB} = 360^\circ$

จะได้  $x + 90 + 90 + 120 = 360$

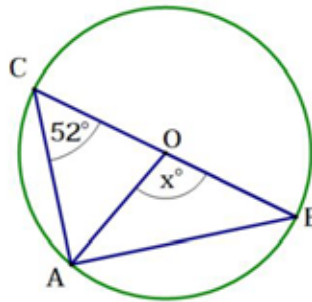
$$x = 360 - (90 + 90 + 120)$$

$$= 60$$

ดังนั้น  $\widehat{APB} = 60^\circ$

## เฉลยกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ผู้ปัญหาวงกลม

### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 1

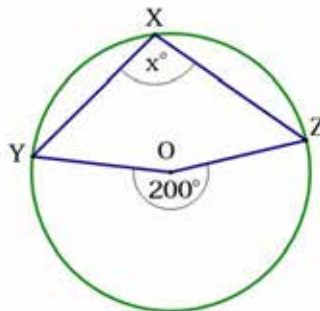


จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{ACB} = 52^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } \widehat{AOB} &= 2(\widehat{ACB}) \\ \text{และ } \widehat{ACB} &= 52^\circ \\ \text{ดังนั้น } \widehat{AOB} &= 2 \times 52 = 104^\circ \end{aligned}$$

### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 2

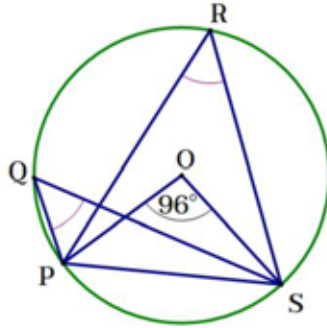


จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมกลับ  $\widehat{YOZ} = 200^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{YXZ}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } \widehat{YXZ} &= \frac{1}{2}(\widehat{YOZ}) \\ \text{และ } \widehat{YOZ} &= 200^\circ \\ \text{ดังนั้น } \widehat{YXZ} &= \frac{1}{2} \times 200 = 100^\circ \end{aligned}$$

แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 3

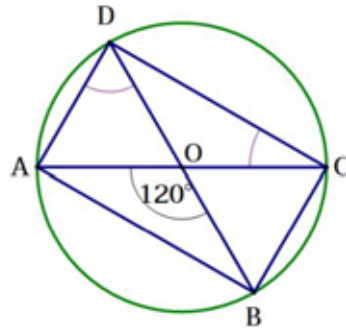


จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{POQ} = 96^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{PQS}$  และ  $\widehat{PRS}$

วิธีทำ

เนื่องจาก  $\widehat{PQS} = \frac{1}{2}(\widehat{POQ})$   
 และ  $\widehat{POQ} = 96^\circ$   
 ดังนั้น  $\widehat{PQS} = \frac{1}{2} \times 96 = 48^\circ$   
 และ  $\widehat{PRS} = \widehat{PQS} = 48^\circ$

แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 4

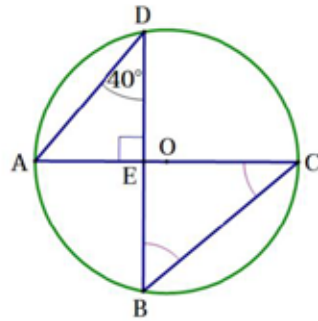


จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BD}$  ตัดกันที่จุด O  
ถ้า  $\widehat{AOB} = 120^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{ADB}$  และ  $\widehat{ACD}$

วิธีทำ

เนื่องจาก  $\widehat{ADB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})$   
 และ  $\widehat{AOB} = 120^\circ$   
 ดังนั้น  $\widehat{ADB} = \frac{1}{2} \times 120 = 60^\circ$   
 เนื่องจาก  $\widehat{ACD} + \widehat{ACB} = 90^\circ$   
 และ  $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 60^\circ$   
 จะได้  $\widehat{ACD} + 60 = 90$   
 ดังนั้น  $\widehat{ACD} = 90 - 60 = 30^\circ$

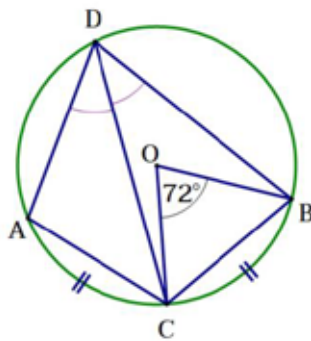
### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 5



จากรูป ให้  $\overline{AC}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $O$  โดยที่  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BD}$  ตั้งฉากและตัดกันที่จุด  $E$   
 ถ้า  $\widehat{ADB} = 40^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{ACB}$  และ  $\widehat{CBD}$

วิธีทำ      เนื่องจาก  $\widehat{ACB} = \widehat{ADB}$   
                  และ  $\widehat{ADB} = 40^\circ$   
                  ดังนั้น  $\widehat{ACB} = 40^\circ$   
 เนื่องจาก  $\widehat{CBD} + \widehat{ACB} + \widehat{BEC} = 180^\circ$   
                  และ  $\widehat{BEC} = 90^\circ$   
 จะได้  $\widehat{CBD} + 40 + 90 = 180$   
 ดังนั้น  $\widehat{CBD} = 180 - (40 + 90) = 50^\circ$

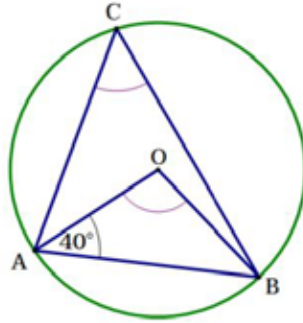
### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 6



จากรูป ให้วงกลม  $O$  มีส่วนโค้ง  $AC$  ยาวเท่ากับส่วนโค้ง  $BC$  ถ้า  $\widehat{BOC} = 72^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{BDC}$  และ  $\widehat{ADC}$

วิธีทำ      เนื่องจาก  $\widehat{BDC} = \frac{1}{2}(\widehat{BOC})$   
                  และ  $\widehat{BOC} = 72^\circ$   
                  ดังนั้น  $\widehat{BDC} = \frac{1}{2} \times 72 = 36^\circ$   
 เนื่องจาก ส่วนโค้ง  $AC$  ยาวเท่ากับส่วนโค้ง  $BC$   
 จะได้  $\widehat{ADC} = \widehat{BDC}$   
 ดังนั้น  $\widehat{ADC} = 36^\circ$

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 7



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{OAB} = 40^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$  และ  $\widehat{ACB}$

วิธีทำ

$$\text{เนื่องจาก } \widehat{AOB} + \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ$$

$$\text{และ } \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ$$

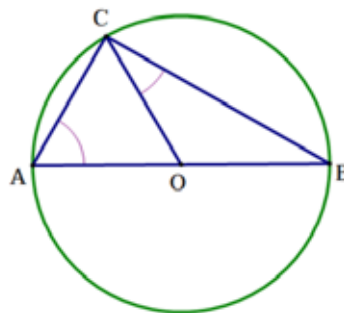
$$\text{จะได้ } \widehat{AOB} + 40 + 40 = 180$$

$$\text{ดังนั้น } \widehat{AOB} = 180 - (40 + 40) = 100^\circ$$

$$\text{เนื่องจาก } \widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})$$

$$\text{ดังนั้น } \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times 100 = 50^\circ$$

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 8



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\triangle AOC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า  
จงหาขนาดของ  $\widehat{OAC}$  และ  $\widehat{OCB}$

วิธีทำ

เนื่องจาก  $\triangle AOC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

$$\text{ดังนั้น } \widehat{OAC} = 60^\circ$$

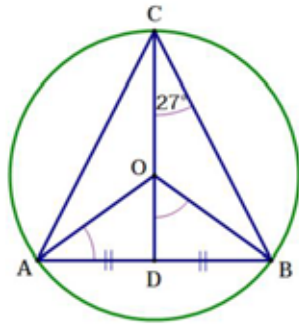
$$\text{เนื่องจาก } \widehat{OCB} = \widehat{ACB} - \widehat{OCA}$$

$$\widehat{ACB} = 90^\circ$$

$$\text{และ } \widehat{OCA} = 60^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \widehat{OCB} = 90 - 60 = 30^\circ$$

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 9



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี  $\overline{CD}$  ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม O และแบ่งครึ่งคอร์ด AB ที่จุด D และ  $\widehat{BCD} = 27^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BOD}$  และ  $\widehat{OAB}$

วิธีทำ

เนื่องจาก  $\triangle OBC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะได้  $\widehat{OCB} = \widehat{OBC} = 27^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{BOD} = \widehat{OCB} + \widehat{OBC} = 27 + 27 = 54^\circ$

จะได้  $\widehat{BOD} = 27 + 27 = 54^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{OBD} + \widehat{BOD} + \widehat{ODB} = 180^\circ$

$\widehat{ODB} = 90^\circ$

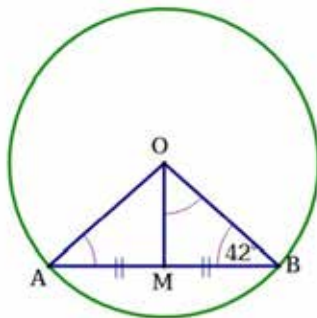
จะได้  $\widehat{OBD} = 180 - 54 - 90 = 36^\circ$

ดังนั้น  $\widehat{OBD} = 180 - (54 + 90) = 36^\circ$

เนื่องจาก  $\triangle OAB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น  $\widehat{OAB} = \widehat{OBD} = 36^\circ$

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 10



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี  $\overline{OM}$  แบ่งครึ่งคอร์ด AB ที่จุด M และ  $\widehat{OBM} = 42^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BOM}$  และ  $\widehat{OAM}$

วิธีทำ

เนื่องจาก  $\widehat{BOM} + \widehat{OBM} + \widehat{OMB} = 180^\circ$

$\widehat{OBM} = 42^\circ$  และ  $\widehat{OMB} = 90^\circ$

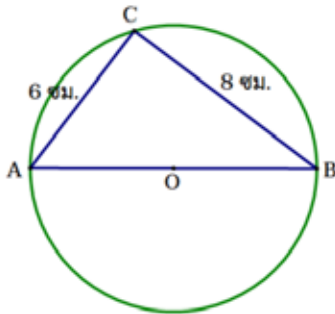
จะได้  $\widehat{BOM} + 42 + 90 = 180$

ดังนั้น  $\widehat{BOM} = 180 - (42 + 90) = 48^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{OAM} = \widehat{OBM}$

ดังนั้น  $\widehat{OAM} = 42^\circ$

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 11



จากรูป ให้  $\overline{AB}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ถ้า  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  ยาว 6 และ 8 เซนติเมตร ตามลำดับ จงหาว่ารัศมีของวงกลม O ยาวกี่เซนติเมตร

วิธีทำ เนื่องจาก  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } AB^2 &= BC^2 + AC^2 \\ &= 8^2 + 6^2 \\ &= 64 + 36 \\ &= 100 \end{aligned}$$

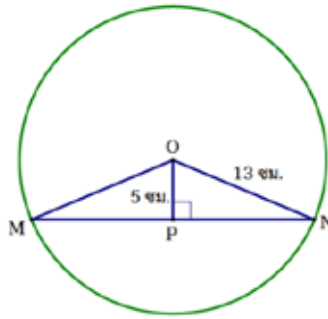
$$AB = 10$$

$$\text{ดังนั้น } OA = \frac{10}{2} = 5 \text{ เซนติเมตร}$$

นั่นคือ รัศมีของวงกลม O ยาว 5 เซนติเมตร



## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 12



จากรูป ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยที่  $\overline{OP}$  ตั้งฉากกับคอร์ด  $MN$  ที่จุด  $P$  ถ้าคอร์ด  $MN$  อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร และรัศมีของวงกลม  $O$  ยาว 13 เซนติเมตร จงหาความยาวของคอร์ด  $MN$

วิธีทำ เนื่องจาก  $\triangle ONP$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี  $OP \perp N$  เป็นมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

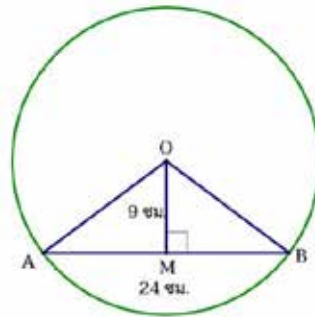
$$\begin{aligned} \text{จะได้ } PN^2 &= ON^2 - OP^2 \\ &= 13^2 - 5^2 \\ &= 169 - 25 \\ &= 144 \end{aligned}$$

$$PN = 12$$

$$\text{ดังนั้น } MN = 2PN = 2 \times 12 = 24 \text{ เซนติเมตร}$$

นั่นคือ คอร์ด  $MN$  ยาว 24 เซนติเมตร

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 13



จากรูป ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยที่  $\overline{OM}$  ตั้งฉากกับคอร์ด  $AB$  ที่จุด  $M$  ถ้าคอร์ด  $AB$  ยาว 24 เซนติเมตร และจุด  $O$  อยู่ห่างจากคอร์ด  $AB$  9 เซนติเมตร จงหาว่ารัศมีของวงกลม  $O$  ยาวกี่ เซนติเมตร

วิธีทำ เนื่องจาก  $\triangle OAM$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี  $OM \perp A$  เป็นมุมฉาก

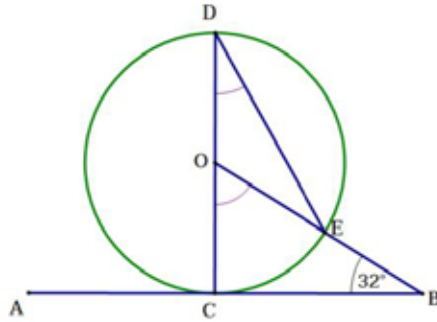
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } OA^2 &= OM^2 + AM^2 \\ &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$OA = 15$$

ดังนั้น รัศมีของวงกลม  $O$  ยาว 15 เซนติเมตร

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 14



จากรูป ให้  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $C$  และ  $\overline{CD}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง ถ้า  $\widehat{OBC} = 32^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BOC}$  และ  $\widehat{ODE}$

วิธีทำ เนื่องจาก  $\widehat{BOC} + \widehat{OBC} + \widehat{OCB} = 180^\circ$   
 $\widehat{OBC} = 32^\circ$  และ  $\widehat{OCB} = 90^\circ$

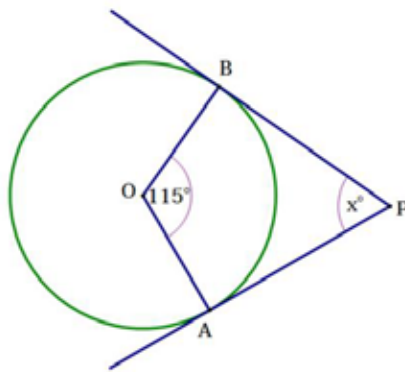
จะได้  $\widehat{BOC} + 32 + 90 = 180$

ดังนั้น  $\widehat{BOC} = 180 - (32 + 90) = 58^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{ODE} = \frac{1}{2}(\widehat{BOC})$

ดังนั้น  $\widehat{ODE} = \frac{1}{2} \times 58 = 29^\circ$

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 15



จากรูป ให้  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และจุด  $B$  ตามลำดับ ถ้า  $\widehat{AOB} = 115^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{APB}$

วิธีทำ เนื่องจาก  $\widehat{AOB} = 115^\circ$

$\widehat{OAP} = 90^\circ$  และ  $\widehat{OBP} = 90^\circ$

และ  $\widehat{APB} + \widehat{AOB} + \widehat{OAP} + \widehat{OBP} = 360^\circ$

จะได้  $\widehat{APB} + 115 + 90 + 90 = 360$

ดังนั้น  $\widehat{APB} = 360 - (115 + 90 + 90) = 65^\circ$

## เฉลยใบกิจกรรม 5 : วงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของบัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์ต่อไปนี้

<b>สัญลักษณ์</b> $\Sigma$	<b>คำตอบ</b>  $30^\circ$
<p>โจทย์</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมกลับ XOZ มีขนาด <math>240^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{XYZ}</math></p>	

เนื่องจาก  $\widehat{XOZ} = 360 - 240 = 120^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{XYZ} = \frac{1}{2}(\widehat{XOZ})$

ดังนั้น  $\widehat{XYZ} = \frac{1}{2} \times 120 = 60^\circ$

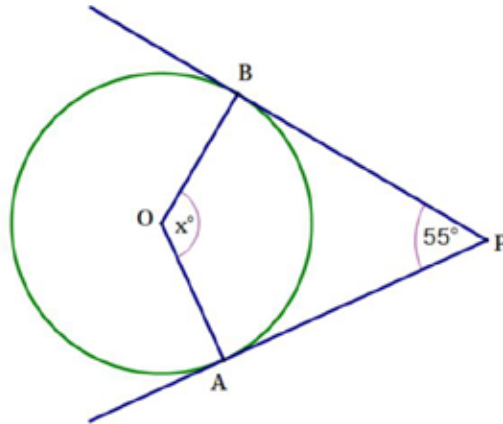
สัญลักษณ์

%

คำตอบ

32°

โจทย์



จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B  $\widehat{APB} = 55^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$

เนื่องจาก  $\widehat{APB} = 55^\circ$

$\widehat{OAP} = 90^\circ$  และ  $\widehat{OBP} = 90^\circ$

พิจารณารูปสี่เหลี่ยม APBO

จะได้  $\widehat{AOB} + \widehat{APB} + \widehat{OAP} + \widehat{OBP} = 360^\circ$

จะได้  $\widehat{AOB} + 55 + 90 + 90 = 360$

ดังนั้น  $\widehat{AOB} = 360 - (55 + 90 + 90)$

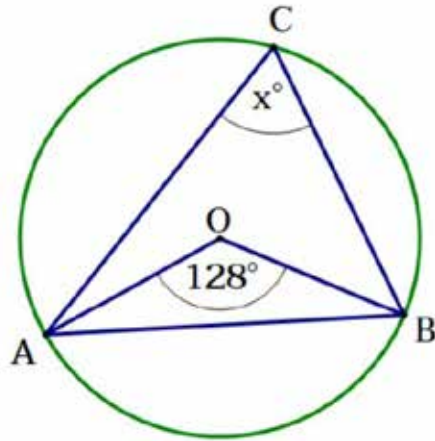
$= 125^\circ$

สัญลักษณ์  
&

คำตอบ

$40^\circ$

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี  $\widehat{AOB} = 128^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ACB}$

เนื่องจาก  $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})$

และ  $\widehat{AOB} = 128^\circ$

ดังนั้น  $\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times 128 = 64^\circ$

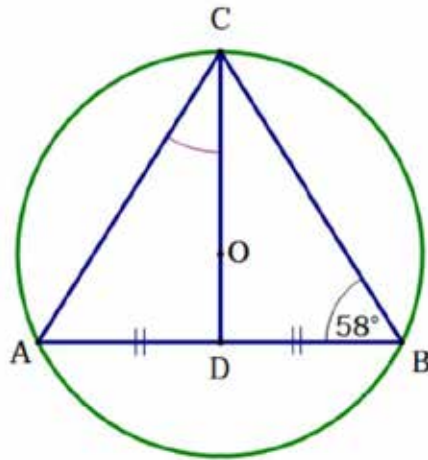
สัญลักษณ์

~

คำตอบ

$50^\circ$

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $\overline{CD}$  แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB ที่จุด D และ  $\widehat{CBD} = 58^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ACD}$

เนื่องจาก  $AD = BD$

$$\widehat{ADC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$$

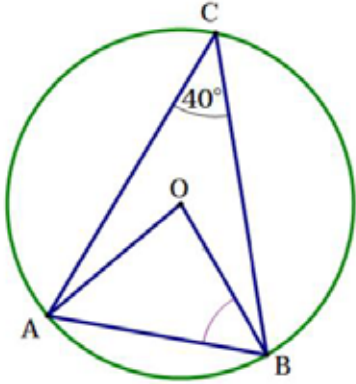
$$DC = DC$$

ดังนั้น  $\triangle ADC \cong \triangle BDC$  แบบ ค.ม.ค.

$$\text{จะได้ } \widehat{CAD} = \widehat{CBD} = 58^\circ$$

$$\text{เนื่องจาก } \widehat{ACD} + \widehat{ADC} + \widehat{CAD} = 180^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \widehat{ACD} = 180 - (90 + 58) = 32^\circ$$

<b>สัญลักษณ์</b>  <	<b>คำตอบ</b>  $57^\circ$
<b>โจทย์</b>  <div style="text-align: center;">  </div> <p>จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ <math>\widehat{ACB} = 40^\circ</math> จงหาขนาดของ <math>\widehat{OBA}</math></p>	

เนื่องจาก  $\widehat{AOB} = 2(\widehat{ACB})$

ดังนั้น  $\widehat{AOB} = 2 \times 40 = 80^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{OBA} + \widehat{OAB} + \widehat{AOB} = 180^\circ$

$\widehat{OBA} + \widehat{OAB} = 180 - 80 = 100^\circ$

และ  $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$

ดังนั้น  $\widehat{OBA} = \frac{100}{2} = 50^\circ$

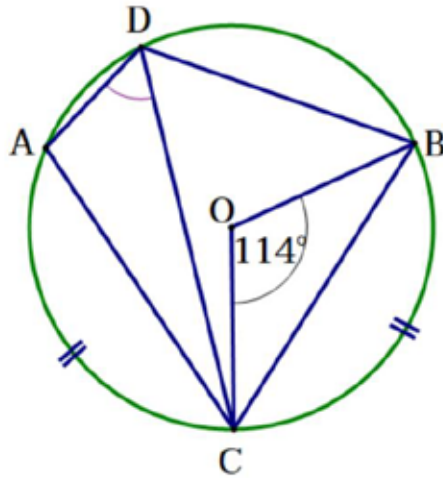
สัญลักษณ์



คำตอบ

$60^\circ$

โจทย์



จากรูป วงกลม O มีส่วนโค้ง AC ยาวเท่ากับส่วนโค้ง BC  
ถ้า  $\widehat{BOC} = 114^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{ADC}$

เนื่องจาก  $\widehat{BDC} = \frac{1}{2}(\widehat{BOC})$

และ  $\widehat{BOC} = 114^\circ$

ดังนั้น  $\widehat{BDC} = \frac{1}{2} \times 114 = 57^\circ$

เนื่องจาก ส่วนโค้ง AC ยาวเท่ากับส่วนโค้ง BC

ดังนั้น  $\widehat{ADC} = \widehat{BDC} = 57^\circ$



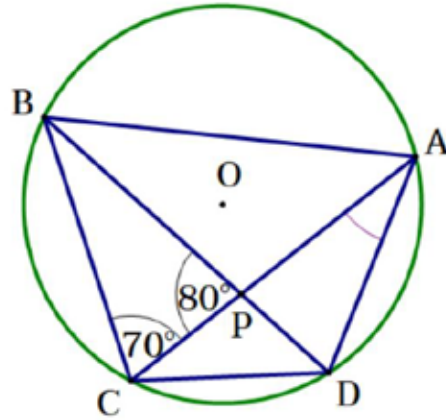
สัญลักษณ์

∇

คำตอบ

64°

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี  $\widehat{ACB} = 70^\circ$  และ  $\widehat{BPC} = 80^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{CAD}$

พิจารณารูปสามเหลี่ยม BCP

เนื่องจาก  $\widehat{CBP} + \widehat{PCB} + \widehat{BPC} = 180^\circ$

$\widehat{PCB} = 70^\circ$

และ  $\widehat{BPC} = 80^\circ$

ดังนั้น  $\widehat{CBP} = 180 - (70 + 80) = 30^\circ$

นั่นคือ  $\widehat{CBD} = 30^\circ$

เนื่องจาก  $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$

ดังนั้น  $\widehat{CAD} = 30^\circ$

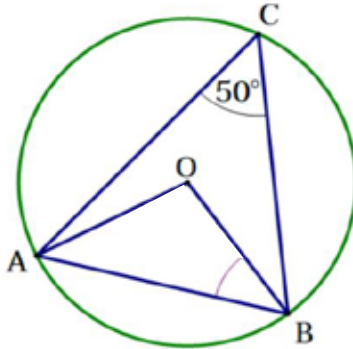
สัญลักษณ์



คำตอบ

125°

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{ACB} = 50^\circ$

จงหาขนาดของ  $\widehat{OBA}$

เนื่องจาก  $\widehat{AOB} = 2(\widehat{ACB})$

ดังนั้น  $\widehat{AOB} = 2 \times 50 = 100^\circ$

พิจารณา  $\triangle AOB$

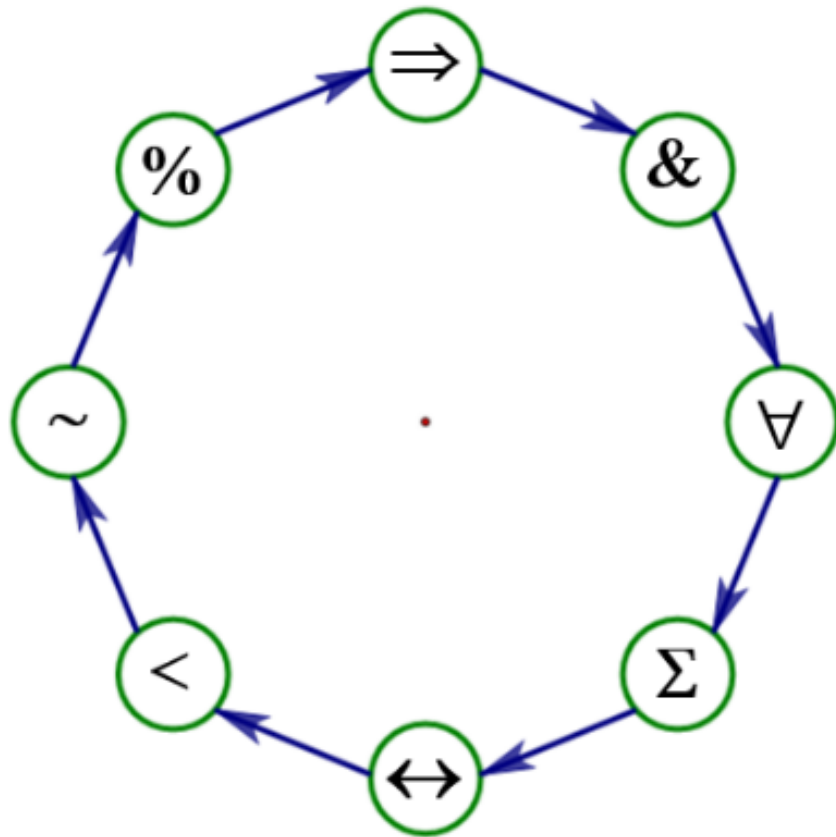
เนื่องจาก  $\widehat{OBA} + \widehat{OAB} + \widehat{AOB} = 180^\circ$

ดังนั้น  $\widehat{OBA} + \widehat{OAB} = 180 - 100 = 80^\circ$

$\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$

ดังนั้น  $\widehat{OBA} = \frac{80}{2} = 40^\circ$

**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนวาดสัญลักษณ์ตามลำดับของบตรกัการรรมที่เรียงได้ โดยเริ่มสัญลักษณ์แรกที่ตำแหน่ง 12 นาฬิกา จากนั้นให้วาดสัญลักษณ์ลำดับถัดมววนตามเข็มนาฬิกาไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 8 สัญลักษณ์

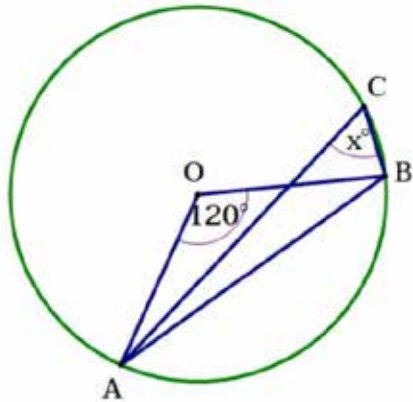


## บัตรคำ บัตรภาพ และสื่อต่าง ๆ

บัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์  
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 6

<b>สัญลักษณ์</b>  <span style="font-size: 2em; color: green;">π</span>	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em; color: blue;">30</span>
--	--

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



.....

.....

.....

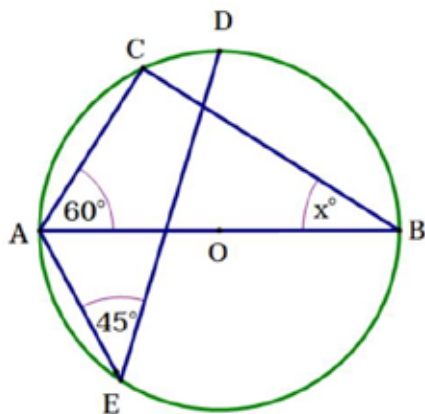
.....

.....

.....

<b>สัญลักษณ์</b>  <span style="font-size: 2em; color: green;">Δ</span>	<b>คำตอบ</b>  <span style="font-size: 2em; color: blue;">35</span>
--	--

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



.....

.....

.....

.....

.....

.....

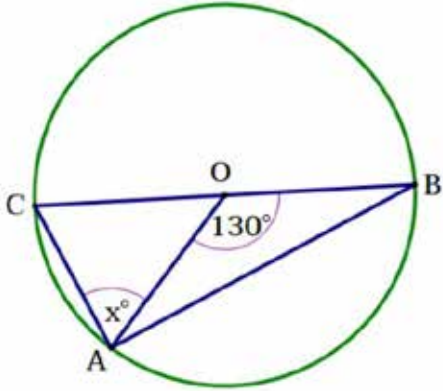
สัญลักษณ์



คำตอบ

40

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

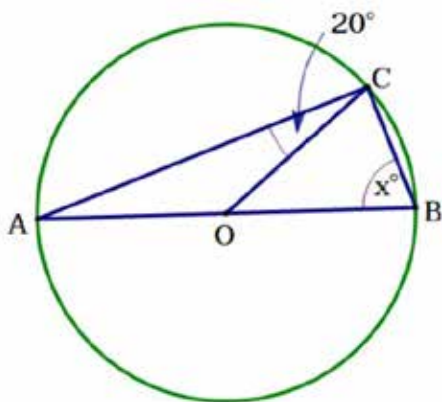
สัญลักษณ์



คำตอบ

65

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



.....

.....

.....

.....

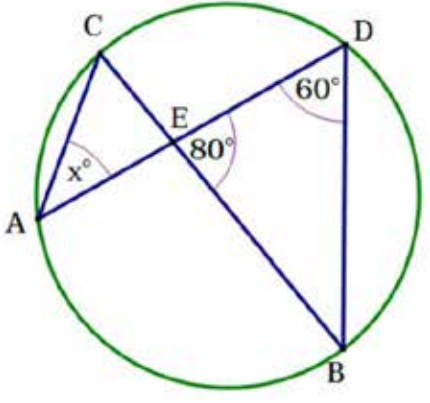
.....

.....

.....

<b>สัญลักษณ์</b>  *	<b>คำตอบ</b>  60
---------------------------	------------------------

ปัญหา : จากรูป จงหาค่า  $x$



.....

.....

.....

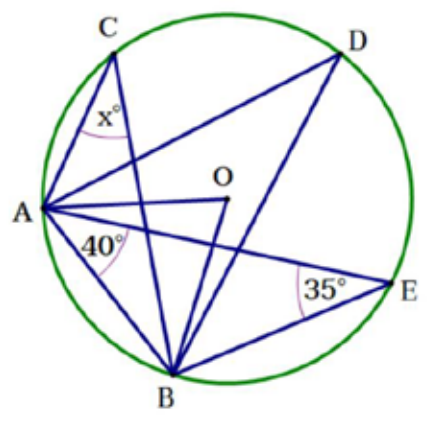
.....

.....

.....

<b>สัญลักษณ์</b>  ♥	<b>คำตอบ</b>  70
---------------------------	------------------------

ปัญหา : จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า  $x$



.....

.....

.....

.....

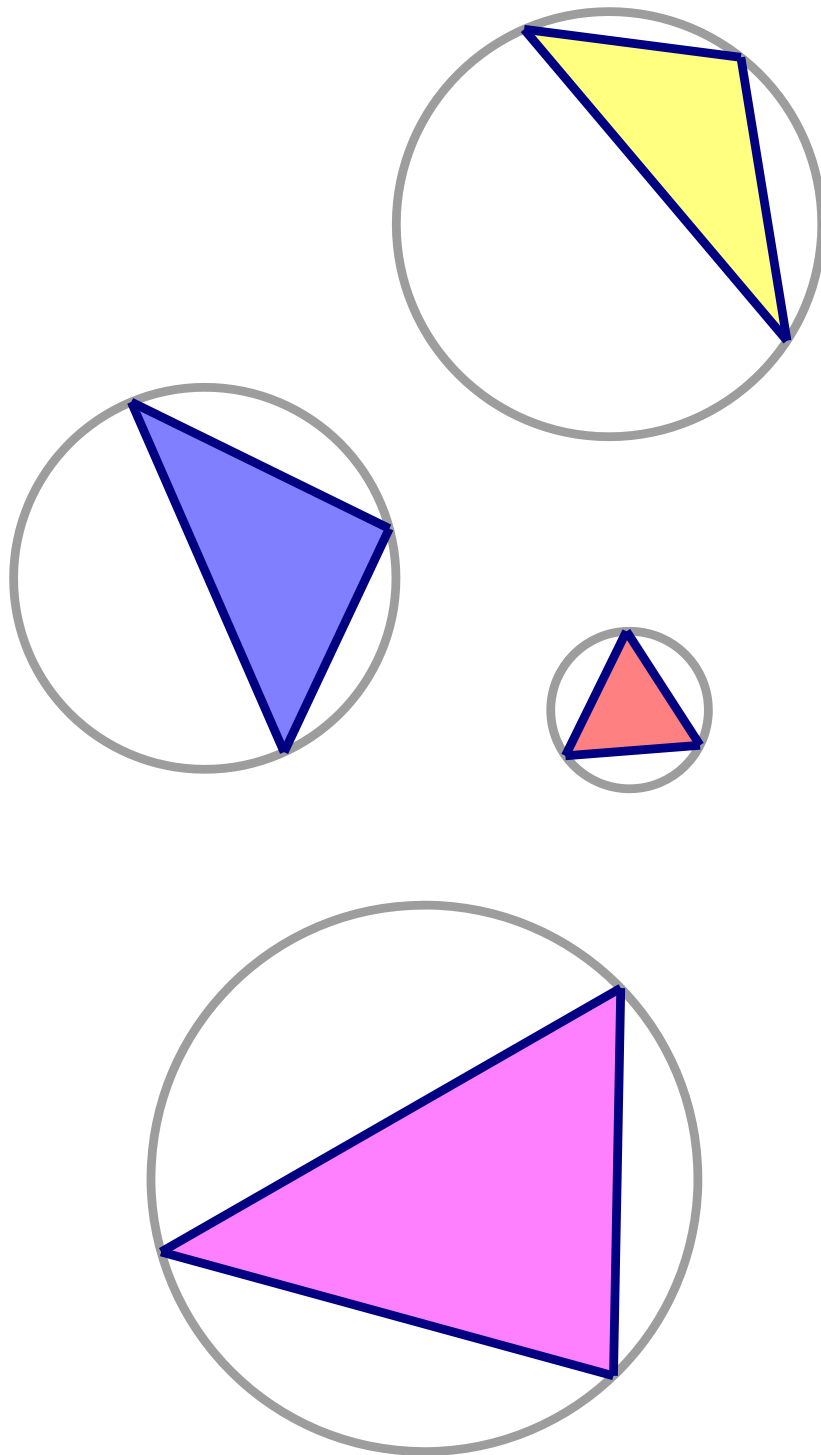
.....

.....

บัตรภาพรูปสามเหลี่ยมที่มีวงกลมล้อมรอบ

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 9

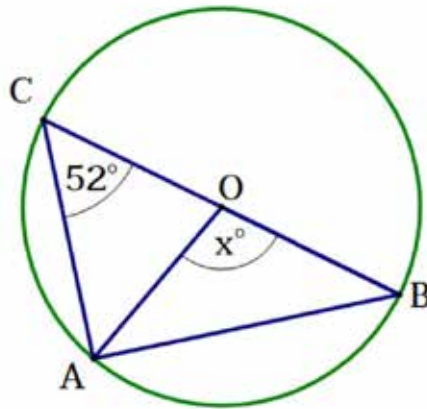
## รูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะมีวงกลมล้อมรอบเสมอ





แผนโจทย์วงกลม หมายเลข 1 ถึง 15  
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ชั่วโมงที่ 13

# แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 1



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{ACB} = 52^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

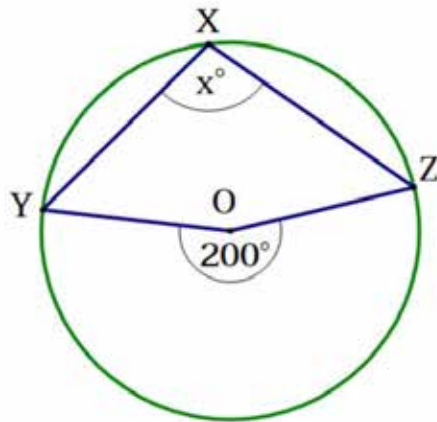
.....

.....

.....

.....

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 2



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมกลับ  $\widehat{YOZ} = 200^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{YXZ}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

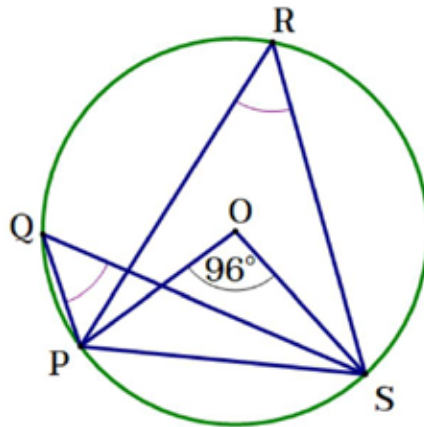
.....

.....

.....

.....

### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 3



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{POQ} = 96^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{PQS}$  และ  $\widehat{PRS}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

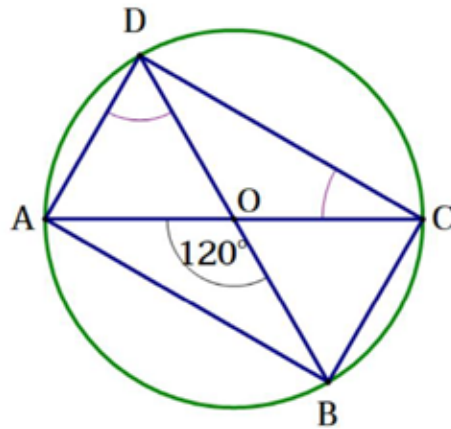
.....

.....

.....

.....

### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 4



จากรูป ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BD}$  ตัดกันที่จุด  $O$   
ถ้า  $\widehat{AOB} = 120^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{ADB}$  และ  $\widehat{ACD}$

วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

---

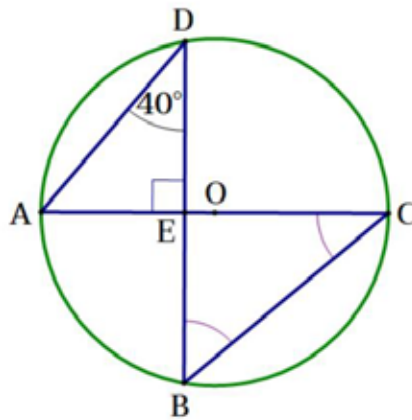
---

---

---

---

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 5



จากรูป ให้  $\overline{AC}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $O$  โดยที่  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BD}$  ตั้งฉากและตัดกันที่จุด  $E$   
ถ้า  $\widehat{ADB} = 40^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{ACB}$  และ  $\widehat{CBD}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

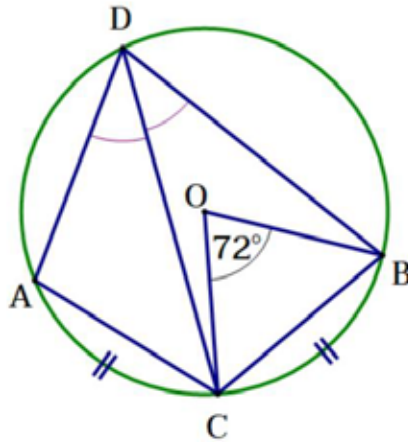
.....

.....

.....

.....

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 6



จากรูป ให้วงกลม O มีส่วนโค้ง AC ยาวเท่ากับส่วนโค้ง BC  
ถ้า  $\widehat{BOC} = 72^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{BDC}$  และ  $\widehat{ADC}$

วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

---

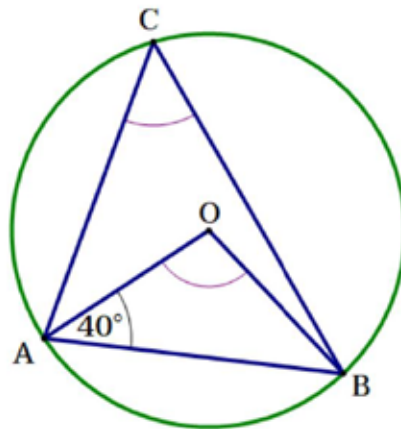
---

---

---

---

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 7



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{AOB} = 40^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$  และ  $\widehat{ACB}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

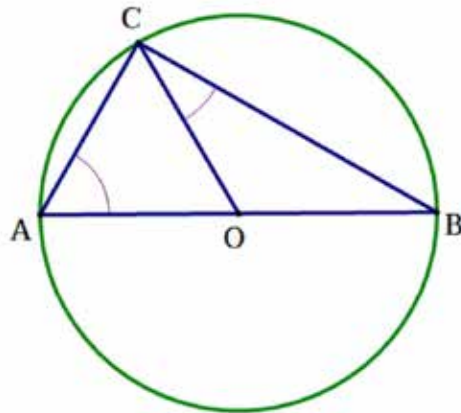
.....

.....

.....



## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 8



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\triangle AOC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า  
จงหาขนาดของ  $\widehat{OAC}$  และ  $\widehat{OCB}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

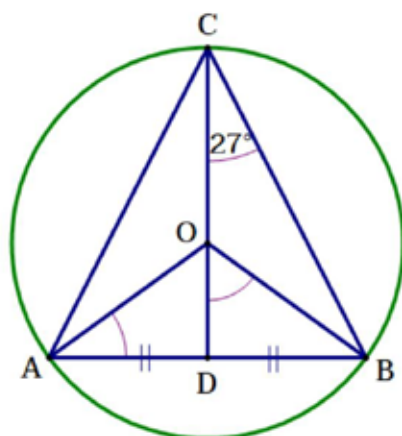
.....

.....

.....

.....

### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 9



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี  $\overline{CD}$  ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม O และแบ่งครึ่งคอร์ด AB ที่จุด D และ  $\widehat{BCD} = 27^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BOD}$  และ  $\widehat{OAB}$

#### วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

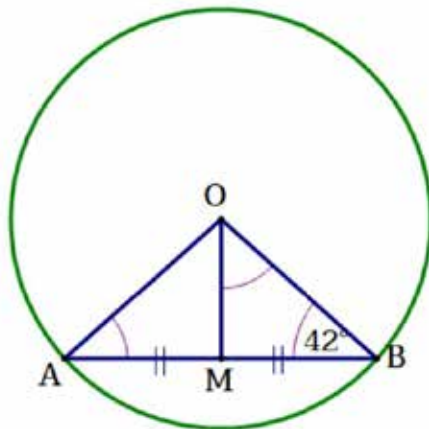
.....

.....

.....

.....

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 10



จากรูป ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี  $\overline{OM}$  แบ่งครึ่งคอร์ด  $AB$  ที่จุด  $M$   
และ  $\widehat{OBM} = 42^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BOM}$  และ  $\widehat{OAM}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

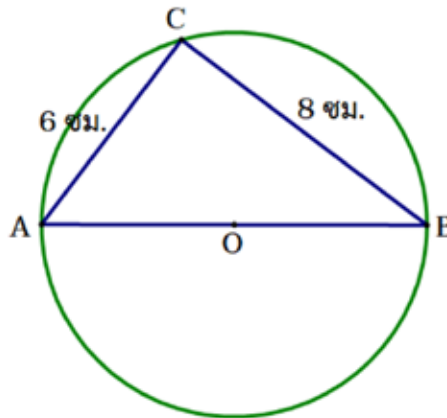
.....

.....

.....

.....

### แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 11



จากรูป ให้  $\overline{AB}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $O$   
ถ้า  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  ยาว 6 และ 8 เซนติเมตร ตามลำดับ  
จงหาว่ารัศมีของวงกลม  $O$  ยาวกี่เซนติเมตร

วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

---

---

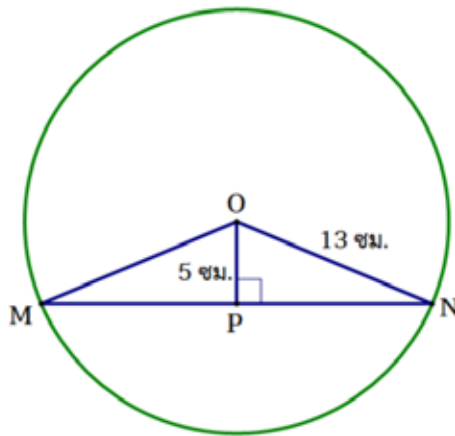
---

---

---

---

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 12



จากรูป ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยที่  $\overline{OP}$  ตั้งฉากกับคอร์ด  $MN$  ที่จุด  $P$   
ถ้าคอร์ด  $MN$  อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร และรัศมีของวงกลม  $O$  ยาว 13 เซนติเมตร  
จงหาความยาวของคอร์ด  $MN$

วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

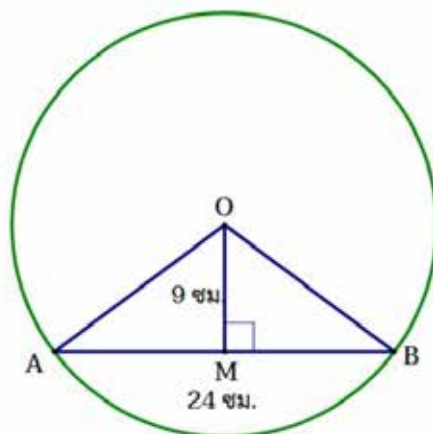
---

---

---

---

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 13



จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยที่  $\overline{OM}$  ตั้งฉากกับคอร์ด AB ที่จุด M ถ้าคอร์ด AB ยาว 24 เซนติเมตร และจุด O อยู่ห่างจากคอร์ด AB 9 เซนติเมตร จงหาว่ารัศมีของวงกลม O ยาวกี่เซนติเมตร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

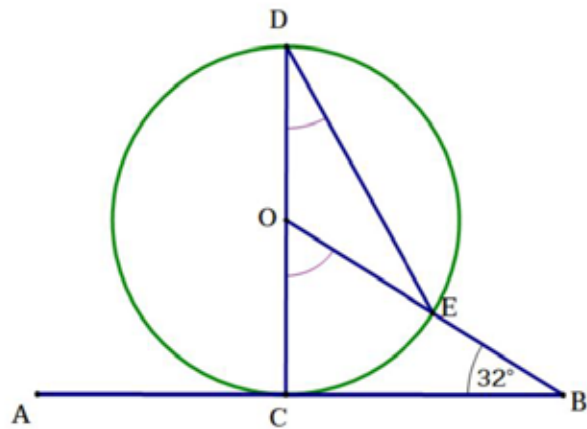
.....

.....

.....

.....

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 14



จากรูป ให้  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $C$  และ  $\overline{CD}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง  
ถ้า  $\angle OBC = 32^\circ$  จงหาขนาดของ  $\angle BOC$  และ  $\angle ODE$

**วิธีทำ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

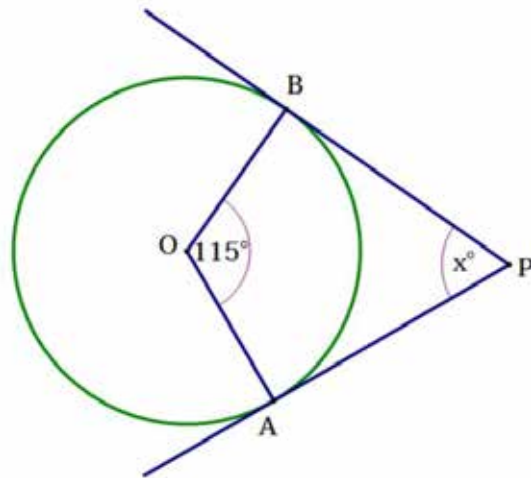
.....

.....

.....

.....

## แผ่นโจทย์วงกลม หมายเลข 15



จากรูป ให้  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และจุด  $B$  ตามลำดับ  
ถ้า  $\widehat{AOB} = 115^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{APB}$

วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

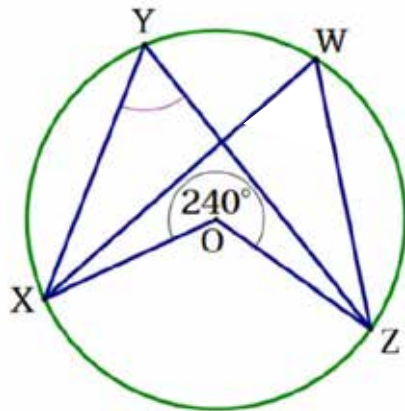


## บัตรกิจกรรมวงล้อสัญลักษณ์รวมเรื่องวงกลม

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ชั่วโมงที่ 14

<b>สัญลักษณ์</b> $\Sigma$	<b>คำตอบ</b>  30°
------------------------------	-------------------------

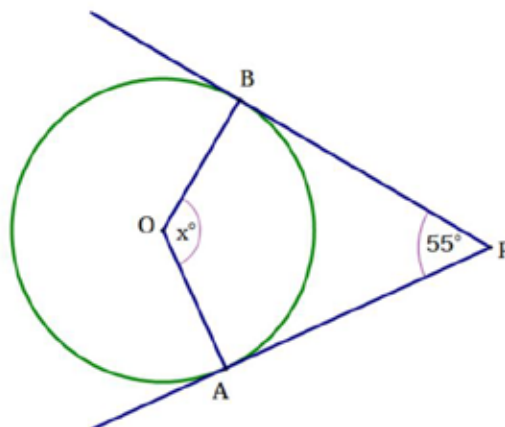
โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมกลับ XOZ มีขนาด 240°  
จงหาขนาดของ  $\widehat{XYZ}$

<b>สัญลักษณ์</b> %	<b>คำตอบ</b>  32°
-----------------------	-------------------------

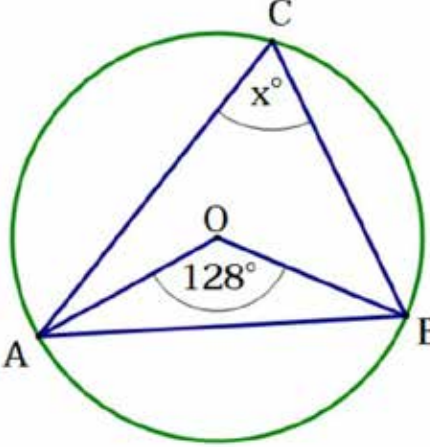
โจทย์



จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{PB}$  สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B  $\widehat{APB} = 55^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{AOB}$

<b>สัญลักษณ์</b> &	<b>คำตอบ</b>  40°
-----------------------	-------------------------

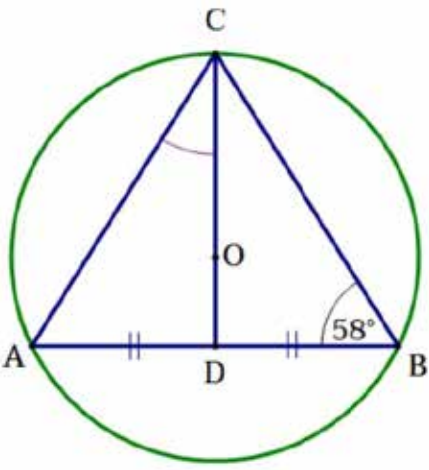
โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี  $\widehat{AOB} = 128^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ACB}$

<b>สัญลักษณ์</b> ~	<b>คำตอบ</b>  50°
-----------------------	-------------------------

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $\overline{CD}$  แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB ที่จุด D และ  $\widehat{CBD} = 58^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{ACD}$

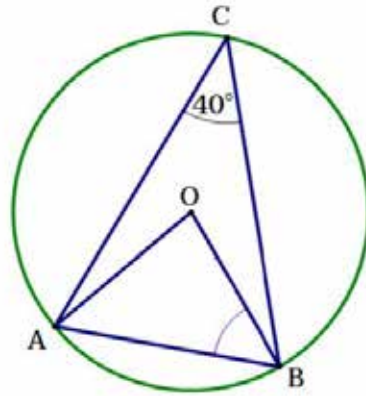
สัญลักษณ์

<

คำตอบ

$57^\circ$

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{ACB} = 40^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{OBA}$

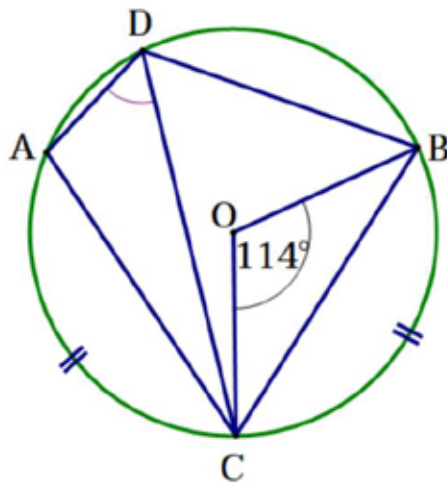
สัญลักษณ์

$\leftrightarrow$

คำตอบ

$60^\circ$

โจทย์



จากรูป วงกลม O มีส่วนโค้ง AC ยาวเท่ากับส่วนโค้ง BC  
ถ้า  $\widehat{BOC} = 114^\circ$  แล้ว จงหาขนาดของ  $\widehat{ADC}$

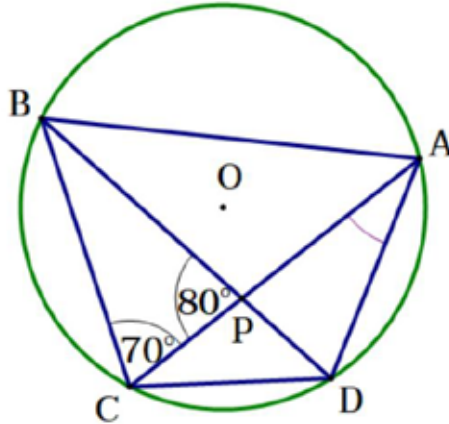
สัญลักษณ์

∇

คำตอบ

64°

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี  $\widehat{ACB} = 70^\circ$  และ  $\widehat{BPC} = 80^\circ$   
 จงหาขนาดของ  $\widehat{CAD}$

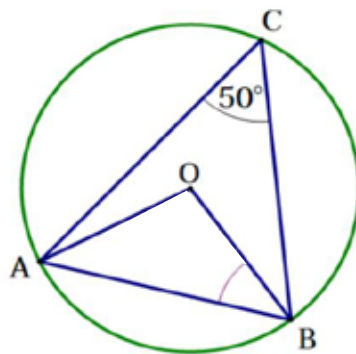
สัญลักษณ์

⇒

คำตอบ

125°

โจทย์



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ  $\widehat{ACB} = 50^\circ$   
 จงหาขนาดของ  $\widehat{OBA}$

## คณะผู้จัดทำ

ที่ปรึกษาสำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

คุณหญิงเกษมา วรวรรณ ณ อยู่ธยา	ที่ปรึกษาโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี
นายสมเกียรติ ชอบผล	ประจำสำนักพระราชวังพิเศษ ระดับ ๑๐
นางมณฑนา ศังฆะภุชณ	ข้าราชการบำนาญ

## ที่ปรึกษา

นายอัมพร พิณะสา	เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายวินทร์เกียรติ นนธ์พล	รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายสุชาติ วงศ์สุวรรณ	ข้าราชการบำนาญ
นายชัยพฤกษ์ เสรีรักษ์	ผู้ทรงคุณวุฒิ สำนักนโยบายและแผนการศึกษาขั้นพื้นฐาน
รองศาสตราจารย์ทศนา เขมมณี	สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นางเบญจลักษณ์ น้ำฟ้า	ราชบัณฑิต
นางวัฒนาพร ระงับทุกข์	ที่ปรึกษาพิเศษ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
ศาสตราจารย์ชูกิจ ลิ้มปิ๋นงค์	ที่ปรึกษาพิเศษ ศูนย์บริหารงานการพัฒนาศักยภาพบุคคลเพื่อความเป็นเลิศ
นางศรีนทร วิหะสิรินันท์	ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวรัตนา แสงบัวเฟื่อน	ผู้อำนวยการโรงเรียนนานาชาติ เซนต์ แอนดรูวส์ กรุงเทพฯ
	ผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

## ที่ปรึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวสุพรรณณี ชาญประเสริฐ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายศรเทพ วรณรัตน์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

## คณะผู้จัดทำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

- |     |                              |   |
|-----|------------------------------|---|
| ๑.  | นายถนอมเกียรติ งานสกุล       | ข้าราชการบำนาญ  |
| ๒.  | นางชนิสรา เมธภัทรศิริณู      | อาจารย์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต   |
| ๓.  | นางสาววัฒนิตา นำแสงวานิช     | อาจารย์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม                              |
| ๔.  | นายรัฐพล กัลพล               | อาจารย์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”<br>มหาวิทยาลัยบูรพา                           |
| ๕.  | นายจักรพงษ์ ผิวฉนวน          | อาจารย์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์<br>ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา     |
| ๖.  | นางสาวดนิตา ขึ้นอารมณ        | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๗.  | นางสาววรรณารถ อยู่สุข        | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๘.  | นายอลงกต ใหม่ด้วง            | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๙.  | นางสาวจันทร์นภา อุตตะมะ      | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๐. | นางสาวศศิวรรณ เมลืองนนท์     | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๑. | นางสาวสิริวรรณ จันทร์กุล     | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๒. | นายจิระเมศร์ รุจิกรศิริณย์   | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๓. | นางสาวเสาวลักษณ์ สุวรรณชัยรบ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๔. | นางสาวใบอ้อ สามะกิจ          | ครู โรงเรียนดาราสมุทร ศรีราชา<br>สำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน          |
| ๑๕. | นางสาวสุวิรัตน์ ทองพันซัง    | ครู โรงเรียนปัญญาवरคุณ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต ๑ |
| ๑๖. | นางสาวอภิรดา ทั่นเส็ง        | ครู โรงเรียนวิสุทธิรังษี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาญจนบุรี         |
| ๑๗. | นางอรทัย ย่อมสรระน้อย        | ครู โรงเรียนร่องคำ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์               |
| ๑๘. | นางสาวแพรวไหม สามารถ         | ครู โรงเรียนอนุกุลนารี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์           |
| ๑๙. | นายนาคิน สัจจะเขตต์          | ครู โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาขอนแก่น         |
| ๒๐. | นายพจนวัฒน์ จารย์พรหมมา      | ครู โรงเรียนชลบุรี “สุขุบท”<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาชลบุรี ระยอง   |

๒๑. นางปาจรีย์ ชัยเพชร  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย ตรัง  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาตรัง กระบี่
๒๒. นางสาวรัตน์ รามแก้ว  
ครู โรงเรียนทุ่งสง  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา นครศรีธรรมราช
๒๓. นางสาวมิตา จันพูน  
ครู โรงเรียนทุ่งช้าง  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา น่าน
๒๔. นางจริยา จันทรเรือง  
ครู โรงเรียนประจวบวิทยาลัย  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาประจวบคีรีขันธ์
๒๕. นางสาวเกศินี เพ็ชรรุ่ง  
ครู โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร”  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาปราจีนบุรี นครนายก
๒๖. นายภาณุวัฒน์ เกียรติินฤมล  
ครู โรงเรียนบรบือ  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามหาสารคาม
๒๗. นางสาวอัจฉรา วันฤกษ์  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย มุกดาหาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา มุกดาหาร
๒๘. นายศรารุฒิ คล่องดี  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย มุกดาหาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา มุกดาหาร
๒๙. นางสาวพรปวีณ์ ตาลจรุง  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย มุกดาหาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา มุกดาหาร
๓๐. นายวีรยุทธ สร้อยเพชร  
ครู โรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ ในพระบรมราชานุเคราะห์  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๑. นายสุทธิรักษ์ สุขศิริสวัสดิกุล  
ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๒. นางสาวศศิศา อ่อนจร  
ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๓. นางมานิตา เจริญองอาจ  
ครู โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๔. นางสาวธิดารัตน์ นิมนุช  
ครู โรงเรียนศรีประจันต์ “เมธีประมุข”  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี
๓๕. นางสาวขวัญหทัย พิกุลทอง  
ครู โรงเรียนสวนแตงวิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี

- |     |                     |  |
|-----|---------------------|--|
| ๓๖. | นายภาณุพงษ์ วิยะบุญ | ครู โรงเรียนกุมภวาปี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี       |
| ๓๗. | นายธนกร ชันตรีสกุล  | ครู โรงเรียนอุดรพิทยานุกูล<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี |

### คณะบรรณาธิการ

- |     |  |   |
|-----|--|---|
| ๑.  | รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง           | ข้าราชการบำนาญ  |
| ๒.  | ผู้ช่วยศาสตราจารย์ลัดดาวัลย์ เพ็ญสุภา  | ข้าราชการบำนาญ  |
| ๓.  | ผู้ช่วยศาสตราจารย์มาลินท์ อธิธิรส      | ข้าราชการบำนาญ  |
| ๔.  | นางสุวรรณา คล้ายกระแสด                 | ข้าราชการบำนาญ  |
| ๕.  | นายถนอมเกียรติ งานสกุล                 | ข้าราชการบำนาญ  |
| ๖.  | นางสาวจำเริญู เจียวหวาน                | ข้าราชการบำนาญ  |
| ๗.  | นายदनัย ยังก                           | นักวิชาการอิสระ   |
| ๘.  | นายสมนึก บุญพาไสว                      | นักวิชาการอิสระ   |
| ๙.  | ผู้ช่วยศาสตราจารย์จินดิษฐ์ ละออปักซิณ  | อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย   |
| ๑๐. | ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรจน์ น่วมนุ่ม     | อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย   |
| ๑๑. | ศาสตราจารย์วิเชียร เลาทโกศล            | อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  |
| ๑๒. | ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์  | อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  |
| ๑๓. | ผู้ช่วยศาสตราจารย์วันดี เกษมสุขพิพัฒน์ | อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  |
| ๑๔. | รองศาสตราจารย์เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร   | อาจารย์ มหาวิทยาลัยบูรพา  |
| ๑๕. | นางนงนุช ผลทวี                         | ครู โรงเรียนทับปุดวิทยา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพังงา ภูเก็ต ระนอง |
| ๑๖. | นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์              | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๗. | นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม             | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๘. | ว่าที่ร้อยเอกภณัฐ ก้วยเจริญพานิช์      | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |
| ๑๙. | นางสาววรรณารถ อยู่สุข                  | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี                                       |



## ผู้รับผิดชอบโครงการ

นางพาณิต ทวีศักดิ์

นางสาวพรทิพย์ ดินดี

นางสาวภัทรา ต่านวิวัฒน์

นางสาวอริฐาน คงช่วยสถิตย์

นายอภิศักดิ์ สิทธิเวช

นางสาวอัจฉราพร เทียงภักดิ์

นางสาวปรมาพร เรืองเจริญ

นางสาววศินี เขียวเขิน

รองผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

ข้าราชการบำนาญ

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

พนักงานธุรการ

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา



โครงการจัดทำสื่อ ๒๕ พรรษา  
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

