



โครงการจัดทำสื่อ ๒๕ พรรษา  
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์  
หน่วยที่ 1 กำลังสองลองแปลงร่าง



สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์  
หน่วยที่ 1 กำลังสองลองแปลงร่าง

สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



## คำนำ

ตามที่ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี ทรงมีพระราชดำริ เมื่อวันที่ ๒๑ พฤษภาคม ๒๕๖๓ ให้จัดทำสื่อการเรียนรู้เป็นชุดการเรียนรู้สมบูรณ์แบบ (Comprehensive Learning Package) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็ก สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สังกัดกองบัญชาการตำรวจตระเวนชายแดน โรงเรียนพระปริยัติธรรม สังกัดสำนักงานพระพุทธศาสนาแห่งชาติ และโรงเรียนเอกชน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และพัฒนาคุณภาพของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเน้นการใช้บริบทชีวิตจริงของผู้เรียนและชุมชนเป็นฐานในการเรียน ทำการบูรณาการสาระตามหลักสูตรให้เชื่อมโยงกับการดำรงชีวิตทั้งปัจจุบันและอนาคต ตามแนวพระราชดำริ ที่ทรงแนะนำให้ใช้โครงการศึกษาที่ค้นของพระบาทสมเด็จพระบรมชนกาธิเบศร มหาภูมิพลอดุลยเดชมหาราช บรมนาถบพิตร มาเป็นแนวทางในการพัฒนาสื่อการเรียนรู้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงได้จัดทำชุดการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) ให้สอดคล้องกับหลักสูตรที่อิงมาตรฐานและเชื่อมโยงไปสู่สมรรถนะ เน้นการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความรู้ ทักษะ และพฤติกรรมผู้เรียนรอบด้าน ทั้งยังส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถค้นคว้าต่อเนื่องในลักษณะการเรียนรู้ตามความสนใจได้ และเพื่อให้สะดวกต่อการนำไปใช้ จึงจัดแยกเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ และแยกเป็นภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒ ทั้ง ๕ กลุ่มสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย

- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาต่างประเทศ (ภาษาอังกฤษ) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒

การนำชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้ ครูผู้สอนต้องศึกษาเอกสาร คู่มือการใช้ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และศึกษาคำชี้แจงในเอกสารชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เพื่อให้ทราบถึงแนวคิดการจัดกระบวนการเรียนรู้ การเตรียมตัวของครู สื่อการจัดการเรียนรู้ ลักษณะชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ แนวทางการวัดและประเมินผลของแต่ละหน่วยการเรียนรู้

หวังว่าชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) และชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับนักเรียน) นี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอน อันจะส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต่อไป

ขอขอบคุณ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้บริหารสถานศึกษา ศึกษาานิเทศก์ ครู อาจารย์ นักวิชาการ และทุกท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการจัดทำเอกสารมา ณ โอกาสนี้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

## คำชี้แจง

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เล่มที่ ๑ กำลังสองลองแปงร่าง เล่มนี้ เป็น ๑ ใน ๓๔ เล่ม ของชุดสื่อการเรียนรู้สมบูรณแบบ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ใช้กับนักเรียนช่วงชั้นที่ ๓ (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑-๓) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียนในถิ่นทุรกันดาร ซึ่งผ่านการวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ เมื่อสอนครบทั้ง ๓๔ เล่ม นักเรียนจะได้เรียนรู้ครบถ้วนครอบคลุมทุกตัวชี้วัดของหลักสูตร

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เล่มที่ ๑ กำลังสองลองแปงร่าง เล่มนี้เป็นเอกสารที่นำเสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ภาคเรียนที่ ๑ ซึ่งก่อนการสอนเรื่อง กำลังสองลองแปงร่าง ครูผู้สอนควรศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารเล่มนี้อย่างละเอียด จะทำให้ทราบว่าต้องสอนเนื้อหาอย่างไร และต้องเตรียมสื่อ/อุปกรณ์ประกอบการสอนอะไร อย่างไร ซึ่งจะทำให้การจัดการเรียนรู้ของครูมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สอน

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เล่มที่ ๑ กำลังสองลองแปงร่าง เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ให้กับนักเรียนในโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียนในถิ่นทุรกันดาร เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอนของครู และเสริมสร้างการเรียนรู้ของนักเรียนให้เต็มศักยภาพต่อไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
กระทรวงศึกษาธิการ

# สารบัญ

เนื้อหา	หน้า
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลองแปลงร่าง .....	1
ผังมโนทัศน์ .....	2
เส้นทางการจัดการเรียนรู้ .....	3
โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ .....	4
ภาพรวมหน่วยการเรียนรู้ .....	5
<b>เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวางเทียบรูปทั่วไป</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 .....	9
<b>เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบก็ตอบได้</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 .....	18
<b>เรื่องที่ 1.3 คำตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 .....	32
<b>เรื่องที่ 1.4 สวนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่</b>	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 .....	41
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้และเฉลย .....	55
เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม .....	61



# หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : กำลังสองลองแปรงร่าง

## สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

### มาตรฐาน ค 1.3

ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

### ตัวชี้วัด ค 1.3 ม.3/2

ประยุกต์ใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

### สาระการเรียนรู้

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

- สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
- การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
- การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา

### ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
3. การเชื่อมโยง

### คุณลักษณะอันพึงประสงค์ทางคณิตศาสตร์

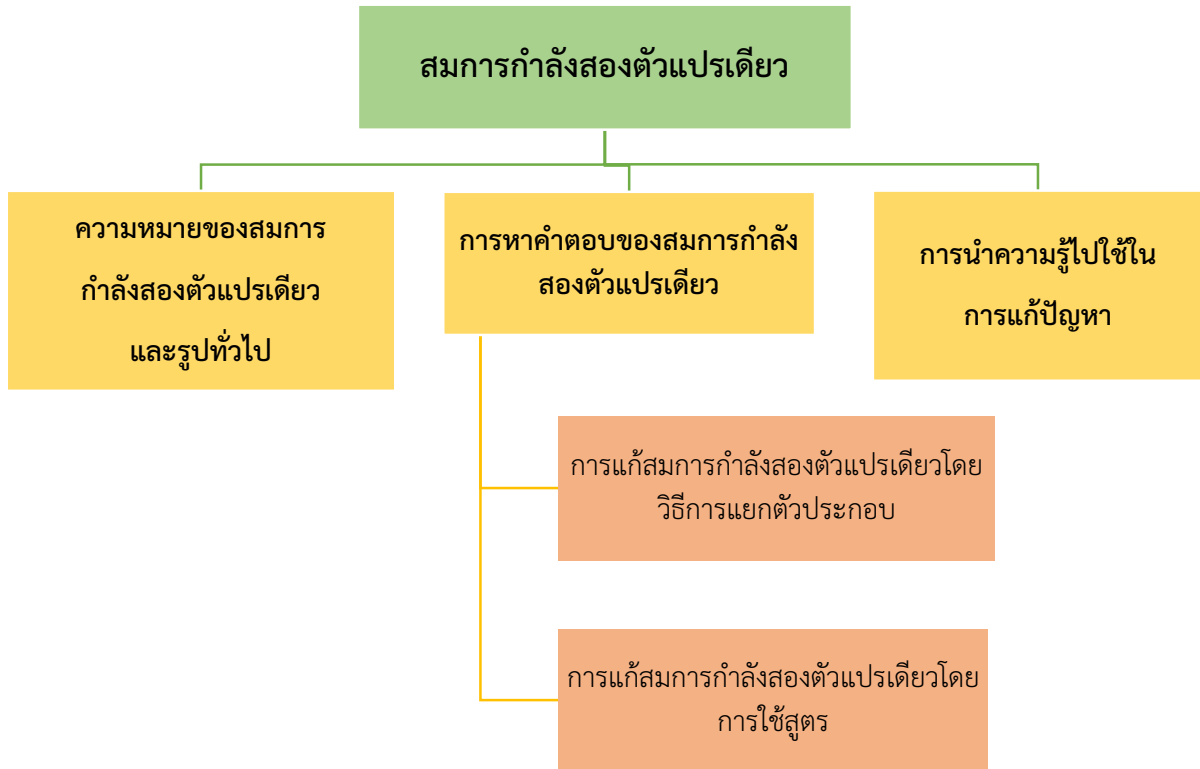
1. ใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น
2. มุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ
3. มีเหตุผล
4. คิดอย่างเป็นระบบ
5. คิดอย่างมีวิจารณญาณ

### สมรรถนะ

1. การจัดการตนเอง
2. การสื่อสาร
3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม
4. การคิดขั้นสูง



ผังมโนทัศน์  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : กำลังสองลองแปงร่าง



# เส้นทางการจัดการเรียนรู้

## หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : กำลังสองลองแปลงร่าง

อธิบายเกี่ยวกับความหมายและรูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว รวมถึงวิธีการจัดรูปสมการกำลังสองตัวแปรเดียวให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยใช้สมบัติการเท่ากัน



อภิปรายเกี่ยวกับความหมายของคำตอบของสมการและใช้วิธีลองแทนค่าตัวแปรเพื่อหาจำนวนของคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว



แนะนำวิธีการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบแล้วใช้สมบัติของจำนวนจริง และฝึกการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบ



ทบทวนการแยกตัวประกอบกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างของกำลังสอง และฝึกแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ และผลต่างของกำลังสอง



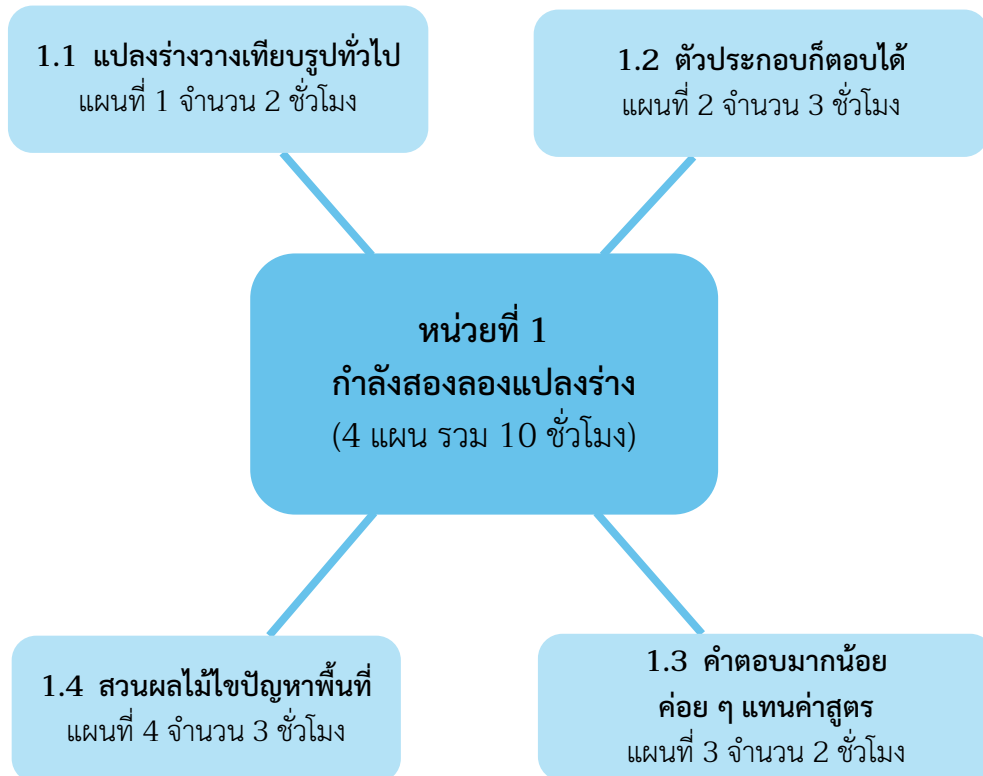
แนะนำวิธีการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตรและอภิปรายหาจำนวนคำตอบของสมการ โดยการใช้สูตร รวมถึงฝึกการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตร



อภิปรายขั้นตอนในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ และฝึกการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : กำลังสองลองแปลงร่าง

---



## หน่วยการเรียนรู้

กำลังสองสองแปลงร่าง

รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

เวลา 10 ชั่วโมง

หน่วยที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
<b>เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวงเทียบบรูบ์ทั่วไป (2 ชั่วโมง)</b>						
1-2	ค 1.3 ม.3/2	1. การสื่อสาร	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีรูปทั่วไปคือ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $x$ เป็นตัวแปร $a, b$ และ $c$ เป็น ค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$ เป็นสมการ ที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมี เลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2	1. ทำกิจกรรมพา ข่าวลือกันไปสวน เพื่อใช้ความรู้ เรื่องรูปทั่วไปของ สมการกำลังสอง ตัวแปรเดียวมาใช้ ในการตรวจสอบ เงื่อนไข	1. แบบฝึกหัด 1 : ใช่หรือไม่ 2. ใบกิจกรรม 1 : พาข่าวลือลงไป สวน	<b>1. การสื่อสาร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถสื่อสารด้วยการเขียนและอธิบายลักษณะของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้</li> <li>นักเรียนสามารถตอบคำถามระหว่างเรียนโดยอธิบายแนวคิดด้วยภาษาของตนเอง และสามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมายเรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้</li> </ul>

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
<b>เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้ (3 ชั่วโมง)</b>						
3-5	ค 1.3 ม.3/2	1. การลือสาร	<p>1. คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงซึ่งเมื่อแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริงซึ่งคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีได้ไม่เกินสองคำตอบ</p> <p>2. การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว อาจใช้การแทนค่าตัวแปร หรือการแก้สมการโดยวิธีแยกตัวประกอบแล้วใช้สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า ถ้า <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริงและ <math>ab = 0</math> แล้ว <math>a = 0</math> หรือ <math>b = 0</math></p>	-	<p>1. แบบฝึกหัด 2 : สมการนี้มีคำตอบ (1)</p> <p>2. แบบฝึกหัด 3 : สมการนี้มีคำตอบ (2)</p> <p>3. แบบฝึกหัด 4 : สมการนี้มีคำตอบ (3)</p>	<p><b>1. การลือสาร</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถสื่อสารด้วยการอธิบายลักษณะคำตอบ รวมถึงหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้วิธีแยกตัวประกอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบที่ได้</li> <li>นักเรียนสามารถตอบคำถามระหว่างเรียนโดยอธิบายแนวคิดด้วยภาษาของตนเอง และสามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมายเรื่องคำตอบและวิธีการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้</li> </ul>

ชั่วโมง ที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
<b>เรื่องที่ 1.3 คำตอบมากมาย แทนค่าสูตร (2 ชั่วโมง)</b>						
6-7	ค 1.3 ม.3/2	1. การสื่อสาร 2. การรวมพลัง ทำงาน เป็นทีม 3. การคิดขั้นสูง	คำตอบของสมการกำลังสอง ตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $x$ เป็น ตัวแปร $a, b$ และ $c$ เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$ เป็นต้นนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>ถ้า <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> แล้วจะมีจำนวนจริง 2 จำนวนเป็นคำตอบของสมการซึ่งหาได้จากสูตร <math display="block">x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math> </li> <li>ถ้า <math>b^2 - 4ac = 0</math> แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวนเป็นคำตอบของสมการคือ <math>-\frac{b}{2a}</math></li> <li>ถ้า <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</li> </ul>	1. ทำกิจกรรม ข้าวกล้องชวนคิด เพื่อวิเคราะห์และอภิปรายหาข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยการใส่สูตร	1. ใบกิจกรรม 2 : ข้าวกล้องชวนคิด 2. แบบฝึกหัด 5 : มีหรือไม่มีคำตอบ	<b>1. การสื่อสาร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถตอบคำถามระหว่างเรียนโดยอธิบายแนวคิดด้วยภาษาของตนเอง และสามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมายเรื่องลักษณะคำตอบและการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตรได้</li> </ul> <b>2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถทำงานตามบทบาทหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายร่วมกันวางแผนคิดแก้ปัญหา และตัดสินใจร่วมกันโดยใช้ความรู้ที่เรียนมา จนสามารถทำกิจกรรมข้าวกล้องชวนคิดได้สำเร็จ</li> </ul> <b>3. การคิดขั้นสูง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถสังเกตและใช้การคิดอย่างมีวิจารณญาณ ผ่านการอภิปรายร่วมกัน ในการหาข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะคำตอบซึ่งได้จากการแก้สมการโดยการใส่สูตรได้สำเร็จ</li> </ul>

ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด	สถานการณ์ เพื่อการจัดการ เรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อ การวัดผลและประเมินผล
8-10	ค 1.3 ม.3/2	1. การสื่อสาร 2. การรวมพลัง ทำงาน เป็นทีม 3. การคิดขั้นสูง	การนำความรู้เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียวและการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มา และสิ่งที่โจทย์ถามหา ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1. ทำกิจกรรมขนาด ส่วนของข่าวกล้อ ง เพื่อ คี ก ซ า กระบวนการใน การ แก่ โจทย์ ปัญหา และนำไปสู่ ข้อสรุปเกี่ยวกับ ขั้นตอนในการแก ้โจทย์ปัญหา	1. แบบฝึกหัด 6 : โจทย์นี้มีคำตอบ (1) 2. ใบกิจกรรม 3 : ขนาดสวนของ ข่าวกล้อ 3. แบบฝึกหัด 7 : โจทย์นี้มีคำตอบ (2)	<b>1. การสื่อสาร</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถหาคำถามระหว่างเรียนโดยอธิบายแนวคิดด้วยภาษาของตนเอง และสามารถใช้อัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมายเรื่อง การ แก่ ปัญหา หรือ หาคำตอบทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้</li> </ul> <b>2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถทำงานตามบทบาทหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายร่วมกันวางแผน แก้ปัญหา และตัดสินใจร่วมกัน จนสามารถทำกิจกรรมขนาดสวนของข่าวกล้อได้สำเร็จ</li> </ul> <b>3. การคิดขั้นสูง</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาในการวิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหา และสามารถใช้การคิดอย่างเป็นระบบ เพื่อให้แก้ปัญหาได้อย่างมีแบบแผน เป็นขั้นตอน และสามารถแก้ปัญหาได้</li> </ul>
<b>เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ไขปัญหาพื้นที่ (3 ชั่วโมง)</b>						

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองและแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวงที่ยปรูปทั่วไป รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>		<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p><b>สาระการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว (quadratic equation with one variable) เป็นสมการที่มีรูปทั่วไปคือ <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math></li> <li>2. การเขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน</li> </ol>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั่วโมงที่ 1</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครุณำนักเรียนสนทนาเกี่ยวกับสมการโดยให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่นักเรียนรู้จัก จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของสมการว่า สมการคือ ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมายเท่ากับ</li> <li>2. ครุณำนักเรียนทบทวนเรื่องพหุนามดีกรีสองโดยให้นักเรียนยกตัวอย่างพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวที่นักเรียนรู้จัก แล้วสุ่มให้นักเรียนเขียนคำตอบบนกระดาน (ตัวอย่างของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว <math>10x^2 = 0, -5x^2 = -5, 4m^2 - 2m = 0, y^2 + 2y + 1 = 0</math>) จากนั้นร่วมกันสรุปว่า พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว คือ พหุนามที่เขียนได้ในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math></li> </ol>	<p><b>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั่วโมงที่ 1</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แบบฝึกหัด 1 : ไซหรือไม</li> </ol> <p><b>ชั่วโมงที่ 2</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรม 1 : พาช่าวกัลองไปสวน</li> </ol> <p><b>ชิ้นงาน/ภาระงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แบบฝึกหัด 1 : ไซหรือไม</li> <li>2. ใบกิจกรรม 1 : พาช่าวกัลองไปสวน</li> </ol>	<p><b>การวัดและประเมินผล</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ตรวจแบบฝึกหัด 1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• ตอนที่ 1 โดยตอบได้ ถูกต้อง 6 ข้อ จาก 10 ข้อ</li> <li>• ตอนที่ 2 โดยตอบได้ ถูกต้อง 3 ข้อ จาก 5 ข้อ</li> </ul> </li> </ol>
<p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกความหมายของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> <li>2. บอกได้ว่าสมการใดเป็นหรือไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> <li>3. เขียนรูปสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่กำหนดให้อยู่ในรูปทั่วไป</li> </ol>	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. ครูเขียนความหมายของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ให้นักเรียนดูบนกระดาน ดังนี้ <b>สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เป็นสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2 และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปคือ <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math></b></li> </ol> <p>จากนั้นครูเขียนสมการ <math>x^2 = 2x - 1</math> ลงบนกระดาน แล้วอภิปรายร่วมกับนักเรียนในการหาว่า สมการนี้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว หรือไม่ โดยใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการนี้มีตัวแปรกี่ตัว และมีตัวแปรใดบ้าง [1 ตัว คือตัวแปร <math>x</math>]</li> </ul>	<p><b>การวัดและประเมินผล</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ตรวจแบบฝึกหัด 1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• ตอนที่ 1 โดยตอบได้ ถูกต้อง 6 ข้อ จาก 10 ข้อ</li> <li>• ตอนที่ 2 โดยตอบได้ ถูกต้อง 3 ข้อ จาก 5 ข้อ</li> </ul> </li> </ol>	



<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b>		<b>เวลา 2 ชั่วโมง</b>
<b>เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวางเทียบรูปทั่วไป</b>		<b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		
<p><b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง</b></p> <p><b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b></p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>นำความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการสื่อสารและสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</li> <li>เชื่อมโยงความรู้เดิมเรื่องความหมายของสมการและพหุนามดีกรีสองมาสู่ความหมายของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> </ol> <p><b>ด้านคุณลักษณะ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนมีความไม่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>เลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็นเท่าใด [2] จากนั้นครูนำนักเรียนเขียนสมการ <math>x^2 = 2x - 1</math> ให้อยู่ในรูปทั่วไป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> ดังนี้</li> </ul> <p><b>วิธีทำ 1</b> นำ <math>(-x^2)</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ</p> $x^2 - x^2 = 2x - 1 - x^2$ $0 = -x^2 + 2x - 1$ $-x^2 + 2x - 1 = 0$ <p>จากรูปทั่วไปจะได้ว่า <math>a = -1, b = 2</math> และ <math>c = -1</math></p> <p>ดังนั้น สมการ <math>x^2 = 2x - 1</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p> <p>หรือทำได้อีกวิธีหนึ่ง ดังนี้</p> <p><b>วิธีทำ 2</b> นำ <math>-2x</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x^2 - 2x = 2x - 1 - 2x$ $x^2 - 2x = -1$ <p>นำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x^2 - 2x + 1 = -1 + 1$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ <p>และ จากรูปทั่วไปจะได้ว่า <math>a = 1, b = -2</math> และ <math>c = 1</math></p> <p>ดังนั้น สมการ <math>x^2 = 2x - 1</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p>	<p>2. ตรวจสอบใบกิจกรรม 1 โดยเขียนเส้นทางการเดินทางของข้าวกลองได้ถูกต้อง 5 ตำแหน่งจาก 8 ตำแหน่ง</p>

<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b>		เวลา 2 ชั่วโมง
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลองแปดร่าง</b>		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
<b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>		
<p>3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือโต้แย้งแนวคิดได้อย่าง สมเหตุสมผล</p> <p>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่าง เป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p style="text-align: center;"><b>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน</b></p> <p>1. การสื่อสาร โดยเขียนและอธิบาย ความที่แสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p>	<p>ซึ่งถึงแม้ว่าวิธีทำ 2 นี้ จะได้รูปทั่วไปของสมการแตกต่างจากรูปทั่วไปของสมการ ในวิธีทำ 1 แต่ก็สามารถสรุปได้ว่า สมการที่กำหนดให้เป็นสมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว</p> <p>4. ครูแนะนำนักเรียนว่าบางครั้งสมการที่กำหนด อาจไม่อยู่ในรูปทั่วไป แต่เราสามารถ ใช้ สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปแล้วจึงพิจารณาว่าสมการนั้น เป็นสมการกำลังสองหรือไม่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงพิจารณาว่า สมการ <math>x - 2x^2 = x + 5</math> เป็นสมการกำลังสอง ตัวแปรเดียวหรือไม่</p> <p><b>วิธีทำ 1</b> เขียนสมการให้อยู่ในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> ดังนี้</p> <p>นำ <math>2x^2 - x</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x - 2x^2 + 2x^2 = x + 5 + 2x^2$ $x = 2x^2 + x + 5$ <p>นำ <math>-x</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x - x = 2x^2 + x + 5 - x$ $0 = 2x^2 + 5$ $2x^2 + 5 = 0$ <p>จากรูปทั่วไปจะได้ว่า <math>a = 2, b = 0</math> และ <math>c = 5</math> ดังนั้น สมการ <math>x - 2x^2 = x + 5</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลงแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวงเทียรูปทั่วไป รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>หรือทำได้วิธีหนึ่ง ดังนี้</p> <p>วิธีทำ 2 เขียนสมการให้อยู่ในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> ดังนี้</p> <p>นำ <math>-x</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x - 2x^2 - x = x + 5 - x$ $-2x^2 = 5$ <p>นำ <math>-5</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $-2x^2 - 5 = 5 - 5$ $-2x^2 - 5 = 0$ <p>จากรูปทั่วไป จะได้ว่า <math>a = -2, b = 0</math> และ <math>c = -5</math> ดังนั้น สมการ <math>x - 2x^2 = x + 5</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างสมการ <math>x = 3</math> และ <math>x^2 - 2y = 3</math> บนกระดาน จากนั้นใช้คำถามต่อไปให้นักเรียนเพื่อตรวจสอบว่า สมการทั้งสองนี้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการ <math>x = 3</math> มีตัวแปรที่ตัว คือตัวแปรใดบ้าง [1 ตัว คือ ตัวแปร x]</li> <li>• สมการ <math>x = 3</math> มีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปร เป็นเท่าใด [1]</li> <li>• สมการ <math>x = 3</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ เพราะเหตุใด [สมการ <math>x = 3</math> ไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เนื่องจากเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปร ไม่เท่ากับ 2]</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวงที่ยับรูปทั่วไป รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการ <math>x^2 - 2y = 3</math> มีตัวแปรกี่ตัว คือตัวแปรใดบ้าง [2 ตัว คือ ตัวแปร <math>x</math> และตัวแปร <math>y</math>]</li> <li>• สมการ <math>x^2 - 2y = 3</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ เพราะเหตุใด [สมการ <math>x^2 - 2y = 3</math> ไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เนื่องจากมีตัวแปรสองตัวคือ <math>x</math> และ <math>y</math>]</li> </ul> <p>โดยครูเขียนสรุปให้นักเรียนดูบนกระดานด้วยว่า สมการทั้งสองไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เพราะเหตุใด</p> <p>6. ครูเขียนตัวอย่างที่ 2 และ 3 ซึ่งแสดงการพิจารณาว่า สมการที่กำหนดให้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ บนกระดาน ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงพิจารณาว่า <math>x(x - 3) = 0</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่</p> <p><b>วิธีทำ</b></p> $x(x - 3) = 0$ $x^2 - 3x = 0$ <p>จากรูปทั่วไป จะได้ว่า <math>a = 1, b = -3</math> และ <math>c = 0</math> ดังนั้น <math>x(x - 3) = 0</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 3</b> จงพิจารณาว่า <math>1 + m^2 - 3m = m^2 - 5m</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่</p> <p><b>วิธีทำ</b></p> $1 + m^2 - 3m = m^2 - 5m$ <p>นำ <math>-m^2 + 5m</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแฉ่งแปลงร่าง</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b></p> <p style="text-align: center;"><b>เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวางเทียบรูปทั่วไป</b></p> <p style="text-align: center;"><b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b></p> <p>จะได้ <math>1 + m^2 - 3m - m^2 + 5m = m^2 - 5m - m^2 + 5m</math>  <math>1 + 2m = 0</math>  <math>2m + 1 = 0</math></p> <p>จะเห็นว่า สมการนี้ไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ถึงแม้ว่าจะมีตัวแปรเพียงตัวเดียว คือ <math>m</math> แต่เลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรไม่เป็น 2</p> <p>จากนั้นครูชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป เพื่อตรวจสอบว่าสมการที่กำหนดให้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ ดังแสดงในตัวอย่างที่ 2 และ 3</p> <p>7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 : ไขหรือไขไม่ โดยครูอธิบายคำสั่งแต่ละตอนให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และอาจยกตัวอย่างคำตอบให้นักเรียนเพื่อเป็นแนวทางการเมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว จึงเฉลยคำตอบพร้อมกันในชั้นเรียน</p> <p style="text-align: center;"><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวว่าเป็นสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2 และสามารถเขียนอยู่ในรูปทั่วไปคือ <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math></p> <p>9. ครูเน้นย้ำให้นักเรียนว่า ในการพิจารณาว่าสมการที่กำหนดให้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ นอกจากจะพิจารณาว่า สมการมีตัวแปรอยู่เพียงตัวเดียวหรือไม่แล้ว</p>
--	---

เวลา 2 ชั่วโมง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองและแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวงเทียบรูปทั่วไป รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>จะต้องเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป เพื่อพิจารณาว่า เลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปร เป็น 2 หรือไม่ จึงจะสามารถสรุปได้ว่าสมการที่กำหนดเป็นหรือไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p>	<p>ข้อสังเกต</p>	
<p>ชั่วโมงที่ 2 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูทบทวนเรื่องความหมายของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ด้วยการให้นักเรียนพิจารณาว่า สมการ <math>x^2 + x = x^2 - 4</math> เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ โดยใช้คำถามต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการนี้มีตัวแปรกี่ตัว และเป็นตัวแปรใดบ้าง [1 ตัว คือ ตัวแปร x]</li> <li>• สมการนี้มีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็นเท่าใด [2]</li> <li>• ดังนั้น สมการนี้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวใช่หรือไม่</li> </ul> <p>[ยังสรุปไม่ได้ ต้องเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปก่อน]</p> <p>จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป ดังนี้</p>	<p>นำ <math>-x^2</math> มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x^2 + x - x^2 = x^2 - 4 - x^2$ $x = -4$ <p>นำ + 4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x + 4 = -4 + 4$ $x + 4 = 0$	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองตรงแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 1.1 แปดร่างวางเทียบรูปทั่วไป รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>เนื่องจากสมการนี้มีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 1 ดังนั้น <math>x^2 + x = x^2 - 4</math> ไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p> <p><b>ขั้นตอน</b></p> <p>2. ครูเขียนสมการ <math>(x - 2)(x + 3) = 0</math> บนกระดาน แล้วใช้คำถามเพื่อร่วมอภิปรายกับนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการนี้มีตัวแปรกี่ตัว คือตัวแปรใดบ้าง [1 ตัว คือ ตัวแปร x]</li> <li>• สมการนี้มีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 1 จึงไม่ป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ใช่หรือไม่ [ยังสรุปไม่ได้ เนื่องจากต้องลงเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปก่อน]</li> <li>• นักเรียนจะเขียนสมการนี้ให้อยู่ในรูปทั่วไปได้อย่างไร [ใช้การคูณพหุนามด้วยพหุนาม]</li> </ul> <p>จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป เพื่อพิจารณาว่าเป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ ดังนี้</p> $(x - 2)(x + 3) = 0$ $x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$ $x^2 - x - 6 = 0$ <p>จากรูปทั่วไป จะได้ว่า a = 1, b = -1 และ c = -6 ดังนั้น สมการนี้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 1.1 แปลงร่างวงเทียรูปทั่วไป รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อช่วยกันทำกิจกรรมพาข้าวกล้องไปสวนโดยใช้ใบกิจกรรม 1 : พาข้าวกล้องไปสวน โดยในขณะนี้นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูควรหมั่นเดินดูว่านักเรียนได้เขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปก่อนพิจารณาว่าเป็นสมการที่กำหนดให้ว่าเป็นกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ ซึ่งหากนักเรียนยังไม่ได้ทำตามขั้นตอนดังกล่าวครูควรแนะนำให้ นักเรียนเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปก่อน จึงจะสามารถพิจารณาได้ว่าแต่ละสมการ เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่</p> <p>4. ครูและนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเฉลยใบกิจกรรม 1 : พาข้าวกล้องไปสวน โดยครูเขียนคำตอบตามเส้นทางให้นักเรียนดูบนกระดาน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า ก่อนพิจารณาว่าสมการที่กำหนดให้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ นักเรียนควรเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปคือ <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> ถ้าสามารถเขียนสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยที่ <math>a \neq 0</math> ได้ ก็จะสรุปได้ว่าสมการที่กำหนดเป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p>



<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</b> <b>เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้</b> <b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 3 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>สาระการเรียนรู้</b> 1. คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงซึ่งเมื่อแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง ซึ่งคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีได้ไม่เกินสองคำตอบ 2. การหาคำตอบของสมการทำได้โดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปร หรือใช้วิธีการแยกสมการโดยการแยกตัวประกอบของพหุนาม $ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูปการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่ง 2 พหุนาม แล้วใช้สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า “ถ้า $a, b$ เป็นจำนวนจริง และ $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$ ”	<b>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</b> <b>ชั่วโมงที่ 3</b> 1. แบบฝึกหัด 2 : สมการนี้มีคำตอบ (1) <b>ชั่วโมงที่ 4</b> 1. แบบฝึกหัด 3 : สมการนี้มีคำตอบ (2) <b>ชั่วโมงที่ 5</b> 1. แบบฝึกหัด 4 : สมการนี้มีคำตอบ (1)
<b>ชั่วโมงที่ 3</b> <b>ขั้นนำ</b> 1. ครูทบทวนความหมายของคำตอบของสมการว่าคือ จำนวนจริงที่เมื่อนำไปแทนค่าตัวแปรแล้ว ทำให้สมการนั้นเป็นจริง โดยวิธีการหนึ่งของการหาคำตอบของสมการคือการลองแทนค่าตัวแปรในสมการ จากนั้นครูยกตัวอย่างการหาคำตอบของสมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรบนกระดานให้นักเรียนดู ดังนี้ ในการหาคำตอบของสมการ $2x + 4 = 0$ เมื่อลองแทนค่า $x$ ด้วย $-2$ ลงในสมการ $2x + 4 = 0$ จะได้ $2(-2) + 4 = 0$ $-4 + 4 = 0$ ดังนั้น $-2$ เป็นคำตอบของสมการ $2x + 4 = 0$	<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> 2. ครูอธิบายว่า การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หรือการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือการหาค่าจำนวนจริงที่เมื่อนำไปแทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง ลักษณะเดียวกับการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากนั้นครูยกตัวอย่างการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีการลองแทนค่าบนกระดาน ดังนี้	<b>ชิ้นงาน/ภาระงาน</b> 1. แบบฝึกหัด 2 : สมการนี้มีคำตอบ (1) 2. แบบฝึกหัด 3 : สมการนี้มีคำตอบ (2) 3. แบบฝึกหัด 4 : สมการนี้มีคำตอบ (3)

<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</b>		เวลา 3 ชั่วโมง
<b>เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้</b>		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
<b>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</b>		<b>การจัดและประเมินผล</b>
<p><b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1</b> กำลังสองของแปดร่าง</p> <p><b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b></p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายลักษณะคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวและใช้วิธีลองแทนค่าเพื่อหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> <li>แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้วิธีแยกตัวประกอบ</li> </ol> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>วิเคราะห์ วางแผน และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง</li> </ol>	<p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงหาคำตอบของสมการ <math>(x - 3)^2 = 0</math> โดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปร</p> <p><b>วิธีทำ</b> จากสมการ <math>(x - 3)^2 = 0</math> จะเห็นได้ว่า ค่าของ <math>x</math> ที่จะทำให้สมการเป็นจริง จะต้องทำให้ <math>x - 3 = 0</math> นั่นคือ <math>x = 3</math> ดังนั้น 3 เป็นคำตอบของสมการ <math>(x - 3)^2 = 0</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงหาคำตอบของสมการ <math>x^2 + 4 = 0</math> โดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปร</p> <p><b>วิธีทำ</b> จากสมการ <math>x^2 + 4 = 0</math> จะได้ <math>x^2 = -4</math></p> <p>เนื่องจาก จำนวนจริงใด ๆ ยกกำลังสองแล้วจะต้องเป็นจำนวนบวก หรือศูนย์ ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดยกกำลังสองแล้วได้ผลลัพธ์เป็น <math>-4</math> นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ <math>x^2 + 4 = 0</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 3 บนกระดาน ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 3</b> จงหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว <math>x^2 + 2x - 8 = 0</math> โดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปร</p> <p><b>วิธีทำ</b> จากสมการ <math>x^2 + 2x - 8 = 0</math> เมื่อแทนค่า <math>x = 2</math> จะได้ <math>(2)^2 + 2(2) - 8 = 0 = 0</math> และเมื่อแทนค่า <math>x = -4</math> จะได้ <math>(-4)^2 + 2(-4) - 8 = 0 = 0</math></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>ตรวจแบบฝึกหัด 2 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</li> <li>ตรวจแบบฝึกหัด 3 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 4 ข้อ</li> <li>ตรวจแบบฝึกหัด 4 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</li> </ol>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบก็ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>2. นำความรู้เกี่ยวกับคำตอบและวิธีการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีแยกตัวประกอบไปใช้ในการสื่อสารและสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>3. เชื่อมโยงความรู้เดิมเรื่องการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นและการแยกตัวประกอบของพหุนามมาใช้ในการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p>	<p>จะเห็นได้ว่า <math>x = 2</math> และ <math>-4</math> ทำให้สมการนี้เป็นจริง ดังนั้น <math>2</math> และ <math>-4</math> เป็นคำตอบของสมการ <math>x^2 + 2x - 8 = 0</math></p> <p>5. ครูกล่าวจากตัวอย่างที่ 1-3 ว่า แสดงให้เห็นว่า สมการกำลังสองตัวแปรเดียวอาจมี 1 คำตอบ 2 คำตอบ หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ ในทางคณิตศาสตร์สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีคำตอบได้ไม่เกิน 2 คำตอบ</p> <p>6. ครูถามนักเรียนว่า ในการหาคำตอบของสมการด้วยวิธีการลงแทนค่า ในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 3 นักเรียนคิดว่าสมการใดลงแทนค่าเพื่อหาคำตอบได้ยากกว่า ซึ่งนักเรียนควรตอบว่า สมการในตัวอย่างที่ 3 จากนั้นครูจึงสรุปว่า การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีลงแทนค่าตัวแปร บางสมการอาจไม่สะดวกและใช้เวลามาก และนักเรียนบางคนอาจไม่สามารถหาจำนวนจริงที่เมื่อนำไปแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริงได้ครบถ้วน ดังนั้น เราจึงจะใช้การแก้สมการซึ่งเป็นการหาคำตอบทั้งหมดของสมการนั้น ๆ เพื่อให้มั่นใจว่า คำตอบของสมการที่หามาได้นั้นครบถ้วน ทั้งนี้การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวสามารถทำได้หลายวิธี และในชั่วโมงนี้เราจะศึกษากฎการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีแยกตัวประกอบ ซึ่งจะต้องใช้สมบัติของจำนวนจริงมาช่วยในการหาคำตอบ</p> <p>7. ครูทบทวนเกี่ยวกับ การแยกตัวประกอบของพหุนามว่า การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ในรูปการคูณกันของตัวประกอบของพหุนามตั้งแต่ 2 พหุนามขึ้นไป เรียกว่า การแยกตัวประกอบ จากนั้นครูยกตัวอย่างการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยเขียนบนกระดานดังนี้</p>
<p><b>ด้านคุณลักษณะ</b></p> <p>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</p> <p>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือโต้แย้งแนวคิดได้อย่าง สมเหตุสมผล</p> <p>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่าง เป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้ อย่างเหมาะสม</p> <p><b>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน</b></p> <p>1. การสื่อสาร โดยสามารถเขียนและ อธิบายความที่แสดงถึงความเข้าใจ เกี่ยวกับ การหาคำตอบของสมการ กำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้ วิธีการแยกตัวประกอบ</p>	<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</b> เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบก็ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 4</b> จงแยกตัวประกอบของ <math>2x^2 - 12x</math> วิธีทำ <math>2x^2 - 12x = 2x(x^2 - 6x)</math></p> <p><b>ตัวอย่างที่ 5</b> จงแยกตัวประกอบของ <math>x^2 + 2x - 8</math> วิธีทำ <math>x^2 + 2x - 8 = (x + 2)(x - 4)</math></p> <p>สำหรับตัวอย่างที่ 5 ครูควรถามเพื่อให้นักเรียนคิดตามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>จำนวนจริงใดที่คูณกันแล้วเท่ากับ -8 [-2 กับ 4, 2 กับ -4, -1 กับ 8, 1 กับ -8]</li> <li>จำนวนจริงที่เป็นคำตอบของคำถามแรกคู่ใดที่มีผลบวกเป็น 2 [-2 กับ 4]</li> </ul> <p>8. ครูแนะนำสมบัติของจำนวนจริงเพื่อใช้ในการหาคำตอบของสมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว โดยเขียนบนกระดาน ดังนี้</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><b>ถ้า <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>ab = 0</math> แล้ว <math>a = 0</math> หรือ <math>b = 0</math></b></p> </div> <p>จากนั้นครูยกตัวอย่างการใช้สมบัติของจำนวนจริงข้างต้นบนกระดาน ดังนี้</p> <p>ถ้า <math>(x + 4)(x - 1) = 0</math> แล้ว จะได้ <math>x + 4 = 0</math> หรือ <math>x - 1 = 0</math></p> <p>ถ้า <math>x(x - 3) = 0</math> แล้ว จะได้ <math>x = 0</math> หรือ <math>x - 3 = 0</math></p> <p>ถ้า <math>(x - 2)(x - 3) = 0</math> แล้ว จะได้ <math>x - 2 = 0</math> หรือ <math>x - 3 = 0</math></p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
--	---	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลงแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>9. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปทั่วไป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> โดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามแล้วใช้สมบัติของจำนวนจริง โดยเขียนแสดงบนกระดานดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 6</b> จงแก้สมการ <math>x^2 + 2x - 8 = 0</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> <math>x^2 + 2x - 8 = 0</math>  <math>(x - 2)(x + 4) = 0</math>  จะได้ว่า <math>x - 2 = 0</math> หรือ <math>x + 4 = 0</math>  นั่นคือ <math>x = 2</math> หรือ <math>x = -4</math></p> <p>ทั้งนี้ ครูควรกำกับให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่หามาได้ก่อนสรุปคำตอบเสมอ ดังนี้</p> <p><b>ตรวจสอบ</b></p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 40px;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">แทน <math>x</math> ด้วย 2 ลงในสมการ</td> <td style="border-left: 1px dashed black; padding-left: 10px;">แทน <math>x</math> ด้วย -4 ลงในสมการ</td> </tr> <tr> <td>จะได้ <math>(2)^2 + 2(2) - 8 = 0</math></td> <td>จะได้ <math>(-4)^2 + 2(-4) - 8 = 0</math></td> </tr> <tr> <td><math>4 + 4 - 8 = 0</math></td> <td><math>16 - 8 - 8 = 0</math></td> </tr> <tr> <td><math>0 = 0</math></td> <td><math>0 = 0</math></td> </tr> </table> <p>ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 2 และ -4</p>	แทน $x$ ด้วย 2 ลงในสมการ	แทน $x$ ด้วย -4 ลงในสมการ	จะได้ $(2)^2 + 2(2) - 8 = 0$	จะได้ $(-4)^2 + 2(-4) - 8 = 0$	$4 + 4 - 8 = 0$	$16 - 8 - 8 = 0$	$0 = 0$	$0 = 0$	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
แทน $x$ ด้วย 2 ลงในสมการ	แทน $x$ ด้วย -4 ลงในสมการ										
จะได้ $(2)^2 + 2(2) - 8 = 0$	จะได้ $(-4)^2 + 2(-4) - 8 = 0$										
$4 + 4 - 8 = 0$	$16 - 8 - 8 = 0$										
$0 = 0$	$0 = 0$										

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลดแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบก็ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ตัวอย่างที่ 7 จงแก้สมการ <math>2x^2 - 5x - 3 = 0</math></p> <p>วิธีทำ <math>2x^2 - 5x - 3 = 0</math>  <math>(2x + 1)(x - 3) = 0</math></p> <p>จะได้ว่า <math>2x + 1 = 0</math> หรือ <math>x - 3 = 0</math>          นั่นคือ <math>x = -\frac{1}{2}</math> หรือ <math>x = 3</math>          ดังนั้น คำตอบของสมการคือ <math>x = -\frac{1}{2}</math> หรือ <math>x = 3</math></p> <p><b>หมายเหตุ</b> ในแผนการจัดการเรียนรู้ไม่ได้แสดงการตรวจสอบให้ดูทุกตัวอย่าง แต่ควรตรวจสอบเช่นเดียวกับที่แสดงในตัวอย่างที่ 4 ในการหาคำตอบของสมการเสมอ</p> <p>10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 : สมการนี้มีคำตอบ (1) โดยครูอธิบายคำสั่งแต่ละตอนให้นักเรียนเข้าใจก่อนลงมือทำ และอาจยกตัวอย่างคำตอบให้นักเรียนเพื่อเป็นแนวทาง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว จึงเฉลยคำตอบร่วมกันในชั้นเรียน</p>	
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>11. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวคือ จำนวนจริงที่เมื่อนำไปแทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง ซึ่งคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวจะมีจำนวนคำตอบไม่เกิน 2 คำตอบ</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลงแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวทำได้โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ หรือใช้การแก้สมการโดยวิธีการแยกตัวประกอบ แล้วใช้สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า “ถ้า <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>ab = 0</math> แล้ว <math>a = 0</math> หรือ <math>b = 0</math>”</li> </ul>	<p><b>ชั่วโมงที่ 4</b> <b>ชั้นนำ</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาว่า การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร บางสมการก็สามารถทำได้ง่าย เช่น <math>(x - 3)^2 = 0</math> แต่บางสมการก็ทำได้ยาก เช่น สมการ <math>x^2 + 2x - 8 = 0</math> เนื่องจากสมการนี้มีความซับซ้อนและการหาจำนวนที่แทนค่าตัวแปรเพื่อให้สมการเป็นจริงทำได้ลำบากหรืออาจหาได้ไม่ครบถ้วน ซึ่งมีวิธีอื่น ๆ เช่นวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม ซึ่งจะได้เรียนในชั่วโมงนี้</p> <p><b>ขั้นตอน</b></p> <p>2. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการโดยวิธีแยกตัวประกอบเพิ่มเติมจากชั่วโมงที่ 3 ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแก้สมการ <math>x^2 - 8x - 9 = 0</math></p> <p><b>วิธีทำ</b></p> $x^2 - 8x - 9 = 0$ $(x - 9)(x + 1) = 0$ <p>จะได้ว่า <math>x - 9 = 0</math> หรือ <math>x + 1 = 0</math></p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลดแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>นั่นคือ <math>x = 9</math> หรือ <math>x = -1</math> ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 9 และ -1 สำหรับตัวอย่างที่ 1 ครูควรใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>จำนวนจริงคู่ใดที่คุณกันแล้วเท่ากับ -9 [-3 กับ 3, -1 กับ 9, 1 กับ -9]</li> <li>จากคำถามแรก จำนวนจริงคู่ใดที่มีผลบวกเป็น 8 [-1 กับ 9]</li> </ul> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงแก้สมการ <math>x^2 - 4x = 0</math></p> <p><b>วิธีทำ</b></p> $x^2 - 4x = 0$ $x(x - 4) = 0$ <p>จะได้ว่า <math>x = 0</math> หรือ <math>x - 4 = 0</math> นั่นคือ <math>x = 0</math> หรือ <math>x = 4</math> ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 0 และ 4</p> <p>3. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการโดยวิธีแยกตัวประกอบเพิ่มเติม ซึ่งเป็นตัวอย่างสมการที่ต้องเขียนสมการที่กำหนดให้ในรูปทั่วไปก่อน แล้วจึงแก้สมการโดยวิธีแยกตัวประกอบ ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 3</b> จงหาคำตอบของสมการ <math>x^2 - 3x = 10</math></p> <p><b>วิธีทำ</b></p> $x^2 - 3x = 10$ <p>นำ -10 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้</p> $x^2 - 3x - 10 = 0$ $(x - 5)(x + 2) = 0$ <p>จะได้ว่า <math>x - 5 = 0</math> หรือ <math>x + 2 = 0</math></p>	



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลองแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบก็ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>นั่นคือ <math>x = 5</math> หรือ <math>x = -2</math> ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 5 และ -2</p> <p>ครูใช้คำถามในระหว่างการแสดงตัวอย่างแก้สมการบนกระดานดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>พหุนาม <math>x^2 - 3x</math> สามารถแยกตัวประกอบได้อย่างไร <b>[<math>x(x - 3)</math>]</b></li> <li>นักเรียนจะเขียนสมการ <math>x^2 - 3x = 10</math> โดยเขียนพหุนาม <math>x^2 - 3x</math> ให้อยู่ในรูปของการแยกตัวประกอบได้อย่างไร <b>[<math>x(x - 3) = 10</math>]</b></li> <li>คำตอบของสมการ <math>x^2 - 3x = 10</math> มีสองคำตอบ คือ 0 และ 3 ใช่หรือไม่ <b>[ไม่ใช่ เนื่องจาก <math>x(x - 3)</math> ไม่ได้เท่ากับศูนย์]</b></li> </ul> <p>จากนั้นครูเน้นย้ำกับนักเรียนว่า การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีการแยกตัวประกอบ นักเรียนจะต้องทำให้ข้างหนึ่งของสมการเป็นศูนย์เพื่อเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> เสียก่อน จึงจะสามารถหาคำตอบของสมการด้วยวิธีการแยกตัวประกอบได้</p> <p>4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3 : สมการนี้มีคำตอบ (2) เพื่อให้ให้นักเรียนได้ฝึกการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีการแยกตัวประกอบ โดยในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูควรหมั่นเดินดูว่านักเรียนสามารถแก้สมการได้หรือไม่ ถ้านักเรียนไม่สามารถทำได้ ครูสามารถชี้แนะเป็นรายบุคคล อีกทั้งควรเน้นย้ำให้ตรวจสอบโดยการแทนค่าตัวแปรลงในสมการที่เป็นโจทย์ทุกครั้ง และเมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในชั้นเรียน</p>
--	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบก็ต่อได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแยกตัวประกอบเพื่อหาคำตอบของสมการ โดยเน้นย้ำว่าต้องเขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวให้อยู่ในรูปทั่วไป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> ก่อนใช้วิธีการแยกตัวประกอบ และตรวจสอบโดยการแทนค่าตัวแปรในสมการที่เป็นโจทย์ทุกครั้ง</p> <p><b>ชั่วโมงที่ 5</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยเขียนบนกระดาน ดังนี้</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>ถ้า <math>A</math> และ <math>B</math> เป็นพหุนาม จะแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้ตามสูตรดังนี้</p> <math display="block">A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2</math> <math display="block">A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2</math> </div> <p>จากนั้นยกตัวอย่างการใช้สูตรบนกระดาน ดังนี้</p> $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสมบูรณ์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ต่อบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p> <p>2. ครูทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสองโดยเขียนบนกระดาน ดังนี้</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>ถ้า A และ B เป็นพหุนาม จะแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างของกำลังสองได้ตามสูตรดังนี้</p> <math display="block">A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)</math> </div> <p>จากนั้นยกตัวอย่างการใช้สูตรบนกระดาน ดังนี้</p> $x^2 - 5^2 = (x + 5)(x - 5)$ $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$ <p>3. ครูแนะนำว่า บางครั้งการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวในรูป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> อาจใช้ความรู้เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ และผลต่างของกำลังสองมาช่วยในการแยกตัวประกอบของพหุนามนั้นได้ โดยครูให้นักเรียนสังเกตสูตรว่า ด้านหนึ่งอยู่ในรูปการบวกกันของพหุนาม อีกด้านหนึ่งอยู่ในรูปการคูณกันของพหุนาม ซึ่งก็คือการแยกตัวประกอบของพหุนามนั่นเอง</p> <p><b>ขั้นตอน</b></p> <p>4. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างของกำลังสองบนกระดาน ดังนี้</p>
---	--

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบก็ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงหาคำตอบของสมการ <math>x^2 - 6x + 9 = 0</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> เขียนพหุนาม <math>x^2 - 6x + 9</math> ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ จะได้ <math>x^2 - (2)(x)(3) + 3^2 = 0</math> <math>(x - 3)^2 = 0</math> จะได้ว่า <math>x - 3 = 0</math> นั่นคือ <math>x = 3</math> ดังนั้น คำตอบของสมการนี้ คือ 3</p> <p>จากนั้นครูใช้คำถามให้นักเรียนคิดตามในระหว่างการเรียนรู้เขียนแสดง การแก้สมการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่ต้องการหาคำตอบ <math>x^2 - 6x + 9 = 0</math> มีข้างใด ของสมการที่เป็น 0 แล้วหรือยัง <b>[มีแล้ว]</b></li> <li>พหุนามที่เท่ากับศูนย์ในสมการนี้คือพหุนามใด <b>[<math>x^2 - 6x + 9</math>]</b></li> <li>พหุนามนี้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์หรือไม่ <b>[อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์]</b></li> <li>สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามนี้โดยใช้สูตรได้เป็นอย่างไร <b>[<math>(x - 3)^2</math>]</b></li> </ul> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงหาคำตอบของสมการ <math>m^2 - 25 = 0</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> เขียนพหุนาม <math>m^2 - 25</math> ให้อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง จะได้ <math>m^2 - 5^2 = 0</math> <math>(m - 5)(m + 5) = 0</math> จะได้ว่า <math>m - 5 = 0</math> หรือ <math>m + 5 = 0</math></p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>นั่นคือ <math>m = 5</math> หรือ <math>m = -5</math> ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 5 และ -5</p> <p>จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้แสดงการแก้สมการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่ต้องการหาคำตอบ <math>m^2 - 25 = 0</math> มีข้างใดของสมการที่เป็น 0 แล้วหรือยัง <b>[มีแล้ว]</b></li> <li>• พหุนามที่เท่ากับศูนย์ในสมการนี้คือพหุนามใด <b>[<math>m^2 - 25</math>]</b></li> <li>• พหุนามนี้อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสองหรือไม่ <b>[อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง]</b></li> <li>• สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามนี้โดยใช้สูตรได้เป็นอย่างไร <b>[<math>(m + 5)(m - 5)</math>]</b></li> </ul> <p>5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4 : สมการนี้มีคำตอบ (3) เพื่อฝึกการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ และผลต่างของกำลังสอง โดยในขณะนี้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูควรหมั่นเดินดูว่านักเรียนสามารถแก้สมการได้หรือไม่ ถ้านักเรียนไม่สามารถทำได้ ครูสามารถชี้แนะเป็นรายบุคคล อีกทั้งควรเน้นย้ำให้ตรวจคำตอบของสมการโดยการแทนค่าตัวแปรทุกครั้ง เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในชั้นเรียน</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 1.2 ตัวประกอบที่ตอบได้ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ขั้นสรุป 6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า เราสามารถใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์และสูตรผลต่างของกำลังสองมาช่วยในการแยกตัวประกอบของพหุนามเพื่อแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว และใช้สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า “ถ้า <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>ab = 0</math> แล้ว <math>a = 0</math> หรือ <math>b = 0</math>”</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสมบูรณ์</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</p> <p>เรื่องที่ 1.3 ค่าตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร</p> <p>รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>สาระการเรียนรู้</p> <p>คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> เป็นต้น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> และจะมีจำนวนจริง 2 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร <math display="block">x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></li> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac = 0</math> แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ คือ <math>-\frac{b}{2a}</math></li> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</li> </ul>	<p>ชั่วโมงที่ 6</p> <p>ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูทบทวนว่านักเรียนได้รู้จักวิธีการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปร การแยกตัวประกอบ การใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ และสูตรผลต่างของกำลังสองช่วยในการแยกตัวประกอบของพหุนามเพื่อแก้สมการกันไปแล้ว ให้นักเรียนลองพิจารณาว่าจะสามารถใช้อธิบายขั้นตอนการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว <math>x^2 - 4x + 1 = 0</math> ได้บ้าง ซึ่งนักเรียนควรจะตอบได้ว่า ไม่มีวิธีใดที่เคยเรียนมาช่วยในการหาคำตอบของสมการนี้ได้ จากนั้นครูจึงแนะนำนักเรียนว่า ในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้สูตร</li> </ol> <p>ขั้นตอน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแนะนำสูตรการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยเขียนบนกระดาน ดังนี้</li> </ol>	<p>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</p> <p>ชั่วโมงที่ 6</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรม 2 : ข่าวกล่องชวนคิด</li> </ol> <p>ชั่วโมงที่ 7</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>แบบฝึกหัด 5 : มีหรือไม่มีคำตอบ</li> </ol> <p>ชิ้นงาน/ภาระงาน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรม 2 : ข่าวกล่องชวนคิด</li> <li>แบบฝึกหัด 5 : มีหรือไม่มีคำตอบ</li> </ol>
<p>สูตรการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> คือ</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	<p>การวัดและประเมินผล</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ตรวจใบกิจกรรม 2 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ</li> <li>ตรวจแบบฝึกหัด 5 โดยตอบได้ถูกต้อง 2 ข้อ จาก 3 ข้อ (ไม่นับรวมข้อทำทาย)</li> </ol>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 ค่าตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใช้สูตรการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> <li>แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใส่สูตร</li> </ol> <p>ด้านทักษะและกระบวนการ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถสื่อสารและสื่อความหมายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับวิธีการในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใส่สูตร</li> </ol>	<p>3. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการโดยการใช้สูตรบนกระดาน ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแก้สมการ <math>x^2 - 4x + 1 = 0</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> จากสมการ จะได้ <math>a = 1, b = -4</math> และ <math>c = 1</math></p> <p>จากสูตร <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></p> <p>แทนค่า <math>x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}</math></p> $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$ $x = 2 \pm \sqrt{3}$ <p>จะได้ <math>x = 2 + \sqrt{3}</math> และ <math>x = 2 - \sqrt{3}</math></p> <p>ดังนั้น ค่าตอบของสมการคือ <math>2 + \sqrt{3}</math> และ <math>2 - \sqrt{3}</math></p> <p>จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้แสดงการแก้สมการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>สมการ <math>x^2 - 4x + 1 = 0</math> อยู่ในรูปทั่วไปหรือไม่ [อยู่ในรูปทั่วไป]</li> <li>ค่า <math>a, b</math> และ <math>c</math> ของสมการนี้เป็นเท่าไร [<math>a = 1, b = -4</math> และ <math>c = 1</math>]</li> <li>เมื่อแทนค่า <math>a, b</math> และ <math>c</math> จากสมการลงในสูตร จะได้ค่า <math>x</math> เป็นเท่าใด</li> </ul> $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} = 2 \pm \sqrt{3}$



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองของแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 ค่าตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p><b>ด้านคุณลักษณะ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>3. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม</li> </ol> <p><b>สมรรถนะที่ตรงกับผู้เรียน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การสื่อสาร โดยเขียนและอธิบายความที่แสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับการหาค่าตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการ</li> </ol>	<p>4. ครูแนะนำนักเรียนว่า สูตรการหาค่าตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวนี้ สามารถนำไปใช้ในการหาค่าตอบของสมการ <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math> ที่เคยใช้วิธีการแยกตัวประกอบ</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงแก้สมการ <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> จากสมการ <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math> จะได้ว่า <math>a = 1, b = -2</math> และ <math>c = -3</math></p> <p>จากสูตร <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></p> <p>จะได้ว่า <math>x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}</math></p> <p><math>x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}</math></p> <p><math>x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}</math></p> <p><math>x = \frac{2 \pm 4}{2}</math></p> <p>จะได้ <math>x = \frac{2+4}{2}</math> หรือ <math>x = \frac{2-4}{2}</math> <math>x = 3</math> หรือ <math>x = -1</math></p> <p>ดังนั้น ค่าตอบของสมการคือ 3 และ -1</p> <p>จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้แสดงการแก้สมการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการ <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math> อยู่ในรูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวแล้วหรือไม [ใช่]</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลดแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 ค่าตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยร่วมกันวางแผน คิดแก้ปัญหาและตัดสินใจร่วมกันในการตอบคำถามตามกิจกรรมข่าวกลองชวนคิดได้อย่างมีเหตุผล</p> <p>3. การคิดขั้นสูง โดยการสังเกตความสัมพันธ์ และใช้การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะคำตอบ ซึ่งได้จากการแก้สมการโดยการใช้สูตร</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนาม <math>x^2 - 2x - 3</math> ได้อย่างไร <math>[(x - 3)(x + 1)]</math></li> <li>• ดังนั้นคำตอบของสมการ <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math> เป็นเท่าใด [3 และ -1]</li> </ul> <p>ครูแสดงให้นักเรียนเห็นว่าคำตอบของสมการที่ได้จากการใช้สูตรคือ 3 และ -1 ตรงกับคำตอบของสมการที่ได้จากการหาคำตอบโดยวิธีการแยกตัวประกอบ</p> <p>5. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 2-3 คน ทำใบกิจกรรม 2 : ข่าวกลองชวนคิด โดยให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวและอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเมื่อใช้สูตรในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มมานำเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน แล้วอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับลักษณะคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> ดังนั้น สมการข้อ 1 และ 3 จะมี 2 คำตอบ</li> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac = 0</math> ดังนั้น สมการข้อ 2 จะมี 1 คำตอบ</li> </ul>	
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>6. ครูและนักเรียนสรุปการหาคำตอบของสมการ <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> ว่าสามารถหาคำตอบได้จากสูตร</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลงแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 คำตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ชั่วโมงที่ 7 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูทบทวนการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร ด้วยการถามตอบ และเขียนคำตอบบนกระดานดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สูตรการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวว่าไว้อย่างไร</li> </ul> $[x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• ค่าของ a, b และ c ในสูตร หาได้อย่างไร [หาได้จากรูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว <math>ax^2 + bx + c = 0</math> โดย a คือสัมประสิทธิ์หน้า <math>x^2</math> b คือสัมประสิทธิ์หน้า x และ c คือค่าคงตัว]</li> </ul> <p>โดยครูเน้นย้ำเรื่องการเขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปก่อนการพิจารณาค่า a, b และ c</p> <p>2. ครูทบทวนเรื่องกรณฑ์สองกับนักเรียนโดยใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\sqrt{n}</math> หมายถึงอะไร [เมื่อนำ <math>\sqrt{n}</math> มายกกำลังสองแล้ว จะได้เท่ากับ n]</li> <li>• จาก <math>\sqrt{n}</math> นักเรียนคิดว่า n สามารถเป็นจำนวนใดบ้าง [ค่า n จะต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เท่านั้น]</li> <li>• จาก <math>\sqrt{n}</math> นักเรียนคิดว่า n สามารถเป็นจำนวนลบได้หรือไม่ [ไม่ได้]</li> </ul> <p>ขั้นสอน</p> <p>3. ครูใช้คำถามกับนักเรียนว่า จากสูตรการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p>ค่าใดที่ไม่สามารถเป็นจำนวนลบได้ ซึ่งนักเรียนควรได้คำตอบว่า <math>b^2 - 4ac</math> ไม่สามารถเป็นจำนวนลบได้</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสมบูรณ์แปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 คำตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 แสดงการแก้สมการ <math>2x^2 + 3x + 7 = 0</math> โดยการใส่สูตรบนกระดาน ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแก้สมการ <math>2x^2 + 3x + 7 = 0</math> โดยการใส่สูตร</p> <p><b>วิธีทำ</b> จากสมการ <math>2x^2 + 3x + 7 = 0</math> จะได้ว่า <math>a = 2, b = 3</math> และ <math>c = 7</math></p> $\text{จากสูตร จะได้ } x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(2)(7)}}{2(2)}$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 56}}{4}$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{-47}}{4}$ <p>จะเห็นว่า จำนวนที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์ที่สอง คือ <math>-47</math> เป็นจำนวนลบ ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</p> <p>จากนั้น ครูสรุปว่า ถ้านักเรียนลองใส่สูตรในการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวแล้ว ได้จำนวนที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์ หรือ <math>b^2 - 4ac</math> มีค่าเป็นลบหรือน้อยกว่าศูนย์แล้ว สมการกำลังสองตัวแปรเดียวนั้นจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ จากนั้นครูเขียนสรุปคำตอบของสมการในตัวอย่างนี้บนกระดาน</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 แสดงการหาคำตอบของสมการ <math>x^2 - 4x + 4 = 0</math> โดยการใส่สูตรบนกระดาน ดังนี้</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสมบูรณ์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 ค่าตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ <math>x^2 - 4x + 4 = 0</math> โดยการใช้สูตร</p> <p>วิธีทำ จากสมการ <math>x^2 - 4x + 4 = 0</math> จะได้ว่า <math>a = 1, b = -4</math> และ <math>c = 4</math></p> $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2}$ $x = 2$ <p>ดังนั้น คำตอบของสมการนี้ คือ 2</p> <p>โดยครูสรุปให้นักเรียนเห็นว่า ในตัวอย่างนี้ <math>b^2 - 4ac</math> มีค่าเป็น 0 ทำให้คำตอบของสมการมีเพียงคำตอบเดียว ซึ่งจะเท่ากับ <math>\frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)}</math> หรือ 2</p> <p>ครูสรุปเกี่ยวกับคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตร ได้ดังนี้ พร้อมทั้งเขียนให้นักเรียนดูบนกระดาน</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
---	--	--	---

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปดสร้าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 คำตอบมากมาย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> เป็นดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> แล้วจะมีจำนวนจริงสองจำนวน เป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></li> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac = 0</math> แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ คือ <math>-\frac{b}{2a}</math></li> <li>• ถ้า <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</li> </ul>	
	<p>6. ครูยกตัวอย่างการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตรบนกระดานดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 3</b> จงหาคำตอบของสมการ <math>3x^2 - 2x + 2 = 0</math> โดยการใช้สูตร</p> <p><b>วิธีทำ</b> จากสมการ <math>3x^2 - 2x + 2 = 0</math> จะได้ว่า <math>a = 3, b = -2</math> และ <math>c = 2</math> พิจารณา <math>b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(2) = 4 - 24 = -20</math> เนื่องจาก <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 1.3 คำตอบมากน้อยค่อย ๆ แทนค่าสูตร รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>		<p>เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ครูอธิบายว่า ในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตร ให้พิจารณาค่าของ <math>b^2 - 4ac</math> ว่าน้อยกว่า มากกว่า หรือเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะทำให้ทราบว่าสมการนั้นไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ มีสองคำตอบ หรือมีเพียงคำตอบเดียว ซึ่งหาก <math>b^2 - 4ac</math> น้อยกว่าศูนย์แล้ว สามารถสรุปได้ทันทีว่า ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ โดยไม่ต้องแทนค่าลงในสูตรอีก</p> <p>7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 : มีหรือไม่มีคำตอบ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตร โดยในขณะนี้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูควรหมั่นเดินดูว่านักเรียนสามารถใช้สูตรในการหาคำตอบของสมการได้หรือไม่ ถ้านักเรียนไม่สามารถทำได้ ครูชี้แนะเป็นรายบุคคล เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>8. ครูนำสรุปทบทวนว่า ในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตร นักเรียนควรหาค่าของ <math>b^2 - 4ac</math> ก่อนว่าเป็นอย่างไร โดยถ้า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> สามารถสรุปได้ทันทีว่าไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</li> <li>• <math>b^2 - 4ac = 0</math> คำตอบของสมการจะมีเพียงคำตอบเดียว นั่นคือ <math>-\frac{b}{2a}</math></li> <li>• <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> คำตอบของสมการจะมี 2 คำตอบ ซึ่งนักเรียนจะต้องต้องแทนค่าต่าง ๆ ลงในสูตรต่อไป เพื่อหาคำตอบ</li> </ul>		

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		เวลา 3 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลดแปดร่าง		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		
<p><b>สาระการเรียนรู้</b></p> <p>การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีขั้นตอน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ชั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา</li> <li>• ชั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ</li> <li>• ชั้นที่ 3 สืบสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา</li> <li>• ชั้นที่ 4 แทนค่าและดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ</li> <li>• ชั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ</li> </ul>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั่วโมงที่ 8</b> ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูทบทวนเรื่องการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีรูปทั่วไปเป็นอย่างไร <math>[ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math>]</li> <li>• การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่นักเรียนเรียนมาแล้วมีวิธีการใดบ้าง [วิธีการลองแทนค่าตัวแปร วิธีการแยกตัวประกอบซึ่งอาจใช้ความรู้เกี่ยวกับกำลังสองสมบูรณ์ หรือผลต่างของกำลังสองมาช่วยในการแยกตัวประกอบ และวิธีการใช้สูตร]</li> <li>• การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตร มีข้อควรพิจารณาเกี่ยวกับจำนวนคำตอบอย่างไรบ้าง [ควรหาค่าของ <math>b^2 - 4ac</math> ก่อนว่าเป็นอย่างไร ถ้า <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> สามารถสรุปได้ทันทีว่าสมการนี้ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ ถ้า <math>b^2 - 4ac = 0</math> สมการจะมีเพียงคำตอบเดียวคือ <math>\frac{-b}{2a}</math> แต่ถ้า <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> สมการจะมีสองคำตอบ]</li> </ul> </li> </ol>	<p><b>สื่อ/แหล่งเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั่วโมงที่ 8</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แบบฝึกหัด 6 : โจทย์ที่มีคำตอบ (1)</li> </ol> <p><b>ชั่วโมงที่ 9</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรม 3 : ขนาดสวนของข้างกลิ้ง</li> </ol> <p><b>ชั่วโมงที่ 10</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แบบฝึกหัด 7 : โจทย์ที่มีคำตอบ (2)</li> </ol> <p><b>ชิ้นงาน/ภาระงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แบบฝึกหัด 6 : โจทย์ที่มีคำตอบ (1)</li> <li>2. ใบกิจกรรม 3 : ขนาดสวนของข้างกลิ้ง</li> <li>3. แบบฝึกหัด 7 : โจทย์ที่มีคำตอบ (2)</li> </ol>




<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</b> <b>เวลา 3 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</b>	
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b> <b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว</li> </ol> <b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นักเรียนสามารถ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นำความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวและการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและสื่อความหมาย</li> <li>2. แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้อย่างสมเหตุสมผล</li> </ol>	<b>ชั้นสอน</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. ครูแสดงตัวอย่างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการทำคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยเขียนแสดงตัวอย่างบนกระดาน ดังนี้</li> </ol> <b>ตัวอย่างที่ 1</b> ผลคูณของจำนวนเต็มสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากับ 110 จงหาจำนวนเต็มสองจำนวน <b>วิธีทำ</b> ให้ $x$ แทนจำนวนเต็มที่น้อยกว่า ดังนั้น จำนวนเต็มทีมากกว่าที่อยู่ติดกันเป็น $x + 1$ เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนเต็มที่อยู่ติดกันเท่ากับ 110 จะได้ว่า $x(x + 1) = 110$ $x^2 + x - 110 = 0$ $(x + 11)(x - 10) = 0$ ดังนั้น $x + 11 = 0$ หรือ $x - 10 = 0$ นั่นคือ $x = -11$ หรือ $x = 10$ เนื่องจาก $x$ แทนจำนวนเต็ม ดังนั้น $x$ เป็นได้ทั้งจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ ถ้า $x = -11$ แล้วจำนวนเต็มที่อยู่ติดกันเป็น $-11 + 1 = -10$ ถ้า $x = 10$ แล้วจำนวนเต็มที่อยู่ติดกันเป็น $10 + 1 = 11$ (ทั้งนี้ ครูอาจแก้สมการโดยใช้สูตรได้เช่นกัน)
<b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b> <b>การวัดและประเมินผล</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ตรวจแบบฝึกหัด 6 โดยตอบได้ถูกต้อง 3 ข้อจาก 4 ข้อ</li> <li>2. ตรวจใบกิจกรรม 3 โดยตอบได้ถูกต้อง</li> <li>3. ตรวจแบบฝึกหัด 7 โดยตอบได้ถูกต้อง 1 ข้อจาก 2 ข้อ</li> </ol>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองของแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p><b>ด้านคุณลักษณะ</b> นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ และกระตือรือร้น ในการแสวงหาความรู้</li> <li>2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>3. นักเรียนมีเหตุผล ในการสนับสนุน หรือ โต้แย้ง แนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล</li> <li>4. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม</li> <li>5. นักเรียนมีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจ โดยใช้ความรู้และข้อมูลที่เชื่อถือได้</li> </ol>	<p><b>ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ถ้าให้ <math>-11</math> เป็นจำนวนที่น้อยกว่าจำนวนเต็มลบที่อยู่ติดกัน คือ <math>-10</math> จะได้ <math>-11 \times (-10) = 110</math> ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์</li> <li>2) ถ้าให้ <math>10</math> เป็นจำนวนที่น้อยกว่าจำนวนเต็มบวกที่อยู่ติดกัน คือ <math>11</math> จะได้ <math>10 \times 11 = 110</math> ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์</li> </ol> <p>ดังนั้น จำนวนเต็มสองจำนวนนี้มีสองชุดคือ <math>-10</math> กับ <math>-11</math> และ <math>10</math> กับ <math>11</math> จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนในระหว่างการเขียนแสดงการแก้สมการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• เราสามารถกำหนดตัวแปร <math>x</math> ให้เป็นจำนวนใดได้บ้าง <b>[จำนวนเต็มที่มีค่าน้อยกว่า หรือจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า]</b></li> <li>• ถ้ากำหนดตัวแปร <math>x</math> เป็นจำนวนที่น้อยกว่า จำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่งจะเป็นเท่าใด <b>[<math>x + 1</math>]</b></li> <li>• เราสามารถเขียนแสดงผลคูณของจำนวนเต็มที่อยู่ติดกันสองจำนวนนี้ได้ อย่างไร <b>[<math>x(x + 1)</math>]</b></li> <li>• ผลคูณของจำนวนเต็มที่อยู่ติดกันสองจำนวนนี้จะเท่ากับเท่าใด <b>[<math>110</math>]</b></li> <li>• เราสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้อย่างไร <b>[<math>x(x + 1) = 110</math>]</b></li> </ul> <p>เมื่อแสดงตัวอย่างเสร็จแล้ว ครูแนะนำนักเรียนเพิ่มเติมว่า ถ้านักเรียนกำหนดตัวแปร <math>x</math> แทนจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า จำนวนอีกจำนวนหนึ่งจะมีค่าเป็น <math>x - 1</math> ซึ่งนักเรียนจะได้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่แตกต่างกัน แต่เมื่อกำหนดคำตอบมาแล้ว จะได้คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มชุดเดียวกัน</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การสื่อสาร โดยเขียนและอธิบายความที่แสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร</li> <li>2. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยร่วมกันวางแผน คิดแก้ปัญหาและตัดสินใจร่วมกันในการหาคำตอบตามกิจกรรมขนาดสวนของข้าวกุ้ง</li> <li>3. การคิดขั้นสูง โดยการวิเคราะห์โจทย์และใช้การคิดอย่างเป็นระบบเพื่อแก้ปัญหา หรือหาคำตอบในใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. ครูแสดงตัวอย่างโจทย์ปัญหาเพิ่มเติมบนกระดาน ดังนี้ <b>ตัวอย่างที่ 2</b> จำนวนที่บวกสองจำนวนเรียงกันคูณกันได้ 63 จงหาจำนวนที่ทั้งสองนี้ <b>วิธีทำ</b> ให้ <math>x</math> แทนจำนวนที่บวกที่มีค่าน้อยกว่า ดังนั้น จำนวนที่บวกที่อยู่ติดกันเป็น <math>x + 2</math> เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนที่บวกที่อยู่เรียงกันเท่ากับ 63 จะได้ว่า <math>x(x + 2) = 63</math> <math>x^2 + 2x - 63 = 0</math> <math>(x + 9)(x - 7) = 0</math> ดังนั้น <math>x + 9 = 0</math> หรือ <math>x - 7 = 0</math> นั่นคือ <math>x = -9</math> หรือ <math>x = 7</math> เนื่องจาก <math>x</math> แทนจำนวนที่บวกที่มีค่าน้อยกว่า ดังนั้น <math>x = 7</math> และจำนวนที่บวกที่อยู่ติดกันคือ <math>x + 2 = 9</math></li> </ol> <p><b>ตรวจสอบกับเงื่อนไขโจทย์</b></p> <p>ถ้าให้ 7 เป็นจำนวนที่น้อยกว่าจำนวนที่บวกที่อยู่ติดกัน คือ 9 จะได้ <math>7 \times 9 = 63</math> ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้น จำนวนที่บวกสองจำนวนเรียงกัน คือ 7 กับ 9 (ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับตอนการแก้สมการครูอาจใช้สูตรในการแก้สมการได้เช่นกัน) จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้แสดงการแก้สมการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• เราสามารถกำหนดตัวแปร <math>x</math> ให้เป็นจำนวนใดบ้าง [<b>จำนวนที่บวกที่มีค่าน้อยกว่า หรือจำนวนที่บวกที่มีค่ามากกว่า</b>]</li> </ul>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ไขปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>	<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้ากำหนดตัวแปร <math>x</math> เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า จำนวนนับอีกจำนวนหนึ่ง จะเป็นเท่าใด <math>[x + 2]</math></li> <li>• เราสามารถเขียนแสดงผลคูณของจำนวนนับที่คูณติดกันสองจำนวนนั้นได้อย่างไร <math>[x(x + 2)]</math></li> <li>• ผลคูณของจำนวนนับที่คูณติดกันสองจำนวนนั้นจะมีค่าเท่ากับเท่าใด <math>[63]</math></li> <li>• เราสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้อย่างไร <math>[x(x + 2) = 63]</math></li> </ul> <p>4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 6 : โจทย์นี้มีคำตอบ (1) เพื่อฝึกการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูควรหมั่นเดินดูว่านักเรียนสามารถแก้สมการได้หรือไม่ ถ้านักเรียนไม่สามารถทำได้ ครูสามารถชี้แนะเป็นรายบุคคล อีกทั้งควรเน้นย้ำให้ตรวจคำตอบของสมการโดยการแทนค่าตัวแปรทุกครั้ง เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>5. ครูนำนักเรียนสรุปว่า ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นข้อความทางคณิตศาสตร์ดังที่ได้เรียนในชั่วโมงนี้ นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ แล้วจึงเขียนสมการเพื่อแทนข้อความนั้น สำหรับ การแก้สมการอาจใช้การแยกตัวประกอบหรือการใช้สูตรก็ได้ ทั้งนี้เมื่อนักเรียนแก้สมการแล้วจะต้องนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์เสมอ โดยระวังว่า ต้องไม่นำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับสมการที่สร้างขึ้น เพราะเราอาจสร้างสมการที่ไม่ถูกต้องก็ได้</p>	


<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่เชิงรูปพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ชั่วโมงที่ 9 ขั้นนำ</p> <p>1. ครูทบทวนเรื่องการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีรูปทั่วไปเป็นอย่างไร <math>[ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math>]</li> <li>• การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่นักเรียนเรียนมาแล้วมีวิธีการใดบ้าง [วิธีการลองแทนค่าตัวแปร วิธีการแยกตัวประกอบซึ่งอาจใช้ความรู้เกี่ยวกับกำลังสองสมบูรณ์ หรือผลต่างของกำลังสองมาช่วยในการแยกตัวประกอบ และวิธีการใช้สูตร]</li> <li>• ในการใช้สูตรเพื่อหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีข้อควรพิจารณาเกี่ยวกับจำนวนคำตอบอย่างไรบ้าง [ควรหาค่าของ <math>b^2 - 4ac</math> ก่อนว่าเป็นอย่างไร โดยถ้า <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> สามารถสรุปได้ทันทีว่า สมการนี้ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ ถ้า <math>b^2 - 4ac = 0</math> สมการจะมีเพียงคำตอบเดียวคือ <math>-\frac{b}{2a}</math> แต่ถ้า <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> สมการจะมีสองคำตอบ]</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>2. ครูแสดงตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยเขียนโจทย์บนกระดาน ดังนี้</p> <div data-bbox="568 600 810 1406" style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;">  <p>ธงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 2 นิ้ว ธงผืนนี้มีพื้นที่ 35 ตารางนิ้ว ธงผืนนี้มีความกว้างเท่าใด</p> </div> <p>จากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันอ่านโจทย์ปัญหาพร้อมทั้งร่วมกันวิเคราะห์การแก้โจทย์ปัญหาโดยการถามตอบดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• จากโจทย์ที่กำหนดให้ โจทย์ถามหาอะไร [ถามหาความกว้างของธง]</li> <li>• โจทย์ให้อะไรมาบ้าง [พื้นที่ของธง เท่ากับ 35 ตารางนิ้ว และความยาวของธงยาวกว่าด้านกว้าง 2 นิ้ว]</li> <li>• จากโจทย์ ความยาวของธงยาวกว่าด้านกว้าง 2 นิ้ว หมายความว่าอย่างไร [ถ้าธงมีความกว้าง <math>x</math> นิ้ว ธงจะมีความยาว <math>x + 2</math> นิ้ว]</li> <li>• พื้นที่ ความยาว และความกว้างของธง ที่โจทย์ให้มานั้น มีความสัมพันธ์กันอย่างไร [พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง <math>\times</math> ความยาว]</li> </ul> <p>จากการถามตอบข้างต้นครูแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาบนกระดาน โดยเน้นเรื่องการกำหนดตัวแปร การสร้างสมการกำลังสองเพื่อแทนสถานการณ์ปัญหา</p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่เชิงรูปพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p>		<p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>การแก้สมการจนได้คำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และการตรวจสอบคำตอบที่หามาได้กับเงื่อนไขโจทย์ ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่าง</b> ๑ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาวกว่าด้านกว้าง 2 นิ้ว จงหามุมพื้นที่ 35 ตารางนิ้ว จงหามุมที่มีความกว้างเท่าใด</p> <p><b>วิธีทำ</b> ให้ <math>x</math> แทนความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า</p> <p>ความยาวของชงยาวกว่าด้านกว้าง 2 นิ้ว ดังนั้น ด้านยาวของชงเท่ากับ <math>x + 2</math> นิ้ว</p> <p>จากสูตร พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง <math>\times</math> ความยาว จะได้</p> $35 = x(x + 2)$ $35 = x^2 + 2x$ $0 = x^2 + 2x - 35$ $x^2 + 2x - 35 = 0$ $(x + 7)(x - 5) = 0$ <p>จะได้ว่า <math>x + 7 = 0</math> หรือ <math>x - 5 = 0</math> นั่นคือ <math>x = -7</math> หรือ <math>x = 5</math></p> <p>เนื่องจาก <math>x</math> แทน ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและความกว้างจะต้องเป็นจำนวนบวก ดังนั้น <math>x = 5</math></p>		

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองของแปดร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่เชิงพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์</p> <p>ถ้ากว้าง 5 นิ้ว และยาว 7 นิ้ว จะได้ <math>5 \times 7 = 35</math> ดังนั้น จึงมีพื้นที่ 35 ตารางนิ้ว ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้น ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ 5 นิ้ว ความยาวของยาวกว่าด้านกว้าง 2 นิ้ว ซึ่งเท่ากับ <math>5 + 2 = 7</math> นิ้ว (ทั้งนี้ครูอาจใช้สูตรในการหาคำตอบได้เช่นกัน)</p> <p>3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 2-3 คน แล้วให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 3 : ขนาดสวนของข้าวกลิ้ง เพื่อฝึกการแก้โจทย์สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงวิธีทำหาความยาวและความกว้างของสวนของข้าวกลิ้งจากโจทย์ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งร่วมกันอภิปรายขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา จากนั้นครูให้ตัวแทนนักเรียนจากแต่ละกลุ่มมานำเสนอผลการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>4. ครูสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหากับนักเรียน ดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ</p>



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
<p>ชั่วโมงที่ 10 ชั้นนำ</p> <p>1. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยสุ่มให้นักเรียนบอกขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามที่ได้เรียนมาทั้ง 5 ขั้นตอน</p> <p>[ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ]</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาเพื่อแสดงตัวอย่างการใช้ความรู้เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหา โดยเขียนโจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวของนักเรียนกระดานดังนี้</p> <div data-bbox="1034 555 1305 1384" style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;">  <p>ข้าวก๋อมีสวนมะพร้าวผืนหนึ่ง โดยสวนมะพร้าวนี้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเส้นรอบรูปยาว 30 หน่วย และมีพื้นที่ 50 ตารางหน่วย จงหาความกว้างและความยาวของสวนนี้</p> </div>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>จากนั้นครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 2-3 คน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดหาคำตอบของโจทย์ที่ติดอยู่บนกระดาน</p> <p>3. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอน และคำตอบจากนั้นครูเขียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาของตัวอย่าง ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่าง</b> ชาวกลิ้งมีสวนมะพร้าวผืนหนึ่ง โดยสวนมะพร้าวนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเส้นรอบรูปยาว 30 หน่วย และมีพื้นที่ 50 ตารางหน่วย จงหาความกว้างและความยาวของสวนนี้</p> <p><b>วิธีทำ</b> กำหนดให้ <math>x</math> แทนความกว้างของสวนมะพร้าวของชาวกลิ้ง สามารถเขียนภาพแสดงความสัมพันธ์ของความยาวด้านต่าง ๆ ได้ดังนี้</p> <div style="border: 1px solid green; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p><math>x</math>      พื้นที่ 50 ตารางหน่วย</p> <math display="block">\frac{30 - 2x}{2}</math> </div> <p>เมื่อ <math>x</math> แทนความกว้างของสวนมะพร้าวของชาวกลิ้ง ดังนั้น สวนมะพร้าวจะมีด้านยาวด้านละ <math>\frac{30 - 2x}{2} = 15 - x</math> หน่วย</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>จากสูตรพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง x ความยาว จะได้ว่า</p> $50 = x(15 - x)$ $50 = 15x - x^2$ $x^2 - 15x + 50 = 0$ $(x - 10)(x - 5) = 0$ <p>จะได้ <math>x - 10 = 0</math> หรือ <math>x - 5 = 0</math> นั่นคือ <math>x = 10</math> หรือ <math>x = 5</math></p> <p><b>ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์</b></p> <p>ถ้าสวนมะพร้าวผืนนี้มีด้านกว้างยาว 5 หน่วย จะได้ว่า สวนมะพร้าวผืนนี้มีด้านยาว <math>15 - 5 = 10</math> หน่วย ดังนั้น ความยาวรอบรูปของสวนมะพร้าว คือ <math>2(5) + 2(10) = 30</math> หน่วย และ ได้พื้นที่ของสวนมะพร้าว = <math>5(10) = 50</math> ตารางหน่วย ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่กำหนด</p> <p>แต่ถ้าสวนมะพร้าวมีด้านกว้างยาว 10 หน่วย จะได้ว่า สวนมะพร้าวผืนนี้มีด้านยาว <math>15 - 10 = 5</math> หน่วย ซึ่งขัดแย้งกับความเป็นจริงที่ว่า ด้านยาวจะต้องยาวกว่าด้านกว้าง ดังนั้น สวนมะพร้าวของชาวกลองมีความกว้าง 5 หน่วย และยาว 10 หน่วย (ทั้งนี้ครูอาจใช้สูตรในการหาคำตอบของสมการได้เช่นกัน) ครูชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของการตรวจคำตอบและความเหมาะสมของคำตอบ</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลงแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 7 : โจทย์ที่มีคำตอบ (2) เพื่อฝึกการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยในขณะนั้นนักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูควรหมั่นเดินดูว่านักเรียนสามารถแก้สมการได้หรือไม่ ถ้านักเรียนไม่สามารถทำได้ ครูสามารถชี้แนะเป็นรายบุคคล อีกทั้งควรเน้นย้ำให้ตรวจคำตอบของสมการโดยการแทนค่าตัวแปรทุกครั้ง เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาของบทเรียนในประเด็นต่าง ๆ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีรูปทั่วไป คือ <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> โดยสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเป็นสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2</li> <li>• คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือจำนวนจริงที่เมื่อนำมาแทนค่าตัวแปรแล้ว ทำให้สมการเป็นจริง</li> <li>• คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีได้สามกรณีคือ มีสองคำตอบ มีเพียงคำตอบเดียว หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</li> <li>• การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวอาจทำได้โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ หรือการแก้สมการโดยวิธีแยกตัวประกอบ หรือการใช้สูตร</li> <li>• นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีแยกตัวประกอบได้โดยเริ่มจากการจัดสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป แล้วใช้การแยกตัวประกอบของ</li> </ul>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองลงแปลงร่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 1.4 ส่วนผลไม่ใช่ปัญหาพื้นที่ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์</p> <p>เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3</p>
	<p>พหุนามดีกรีสอง โดยใช้สมบัติของจำนวนจริงที่ว่า ถ้า <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>ab = 0</math> แล้ว <math>a = 0</math> หรือ <math>b = 0</math> มาช่วยในการหาคำตอบของสมการ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• บางกรณีนักเรียนอาจใช้ความรู้เรื่องกำลังสองสมบูรณ์ หรือผลต่างของกำลังสอง มาช่วยในการแยกตัวประกอบได้</li> <li>• คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>x</math> เป็นตัวแปร <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> เป็นดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>○ ถ้า <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> แล้วจะมีจำนวนจริงสองจำนวน เป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></li> <li>○ ถ้า <math>b^2 - 4ac = 0</math> แล้วจะมีจำนวนจริงเพียงจำนวนเดียว เป็นคำตอบของสมการ คือ <math>-\frac{b}{2a}</math></li> <li>○ ถ้า <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ</li> </ul> </li> <li>• การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา</li> <li>ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ</li> <li>ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา</li> <li>ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ</li> <li>ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ</li> </ul> </li> </ul>

**แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 : กำลังสองลดแปลงร่าง**

เวลาสอบ 40 นาที

คะแนนเต็ม 20 คะแนน

ชื่อ – สกุล..... ชั้น ม..... ห้อง..... เลขที่.....

**คำชี้แจง**      แบบทดสอบฉบับนี้ มีทั้งหมด 15 ข้อ แบ่งเป็น 3 ตอน

**ตอนที่ 1**      ข้อสอบแบบถูก-ผิด มี 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน  
ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกหรือ ✗ หน้าข้อที่ผิด

- ..... 1. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรคือหนึ่ง
- ..... 2. รูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวคือ  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$
- ..... 3. สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีเพียงหนึ่งคำตอบเท่านั้น
- ..... 4. ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$  และ  $b = 0$
- ..... 5. การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  สามารถใช้สูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  เมื่อ  $b^2 - 4ac \geq 0$

**ตอนที่ 2**      ข้อสอบแบบเลือกตอบ มี 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน  
ให้นักเรียน ○ ล้อมรอบตัวเลือกที่ถูกต้อง

1. ข้อใดไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว
  - ก.  $y^2 - 2y = 3$
  - ข.  $4x^2 = 0$
  - ค.  $0 = 6m^2 - m$
  - ง.  $x^2 + 3x - 4 - x^2 = 0$
2. เมื่อเขียนสมการ  $4x - 7x^2 = 4 + 3x$  ให้อยู่ในรูปทั่วไป  $ax^2 + bx + c = 0$  ค่าของ  $a, b$  และ  $c$  ตามลำดับคือข้อใด
  - ก. -7, -1, -4
  - ข. -7, 1, 4
  - ค. 7, -1, 4
  - ง. 7, 1, -4

3. -5 เป็นคำตอบหนึ่งของสมการในข้อใด

ก.  $x^2 - 13x + 40 = 0$

ข.  $x^2 - 13x - 40 = 0$

ค.  $x^2 - 3x - 40 = 0$

ง.  $x^2 + 3x - 40 = 0$

4. คำตอบของสมการ  $x^2 + 17x = 0$  คือข้อใด

ก. 17

ข. -17

ค. 0 และ 17

ง. 0 และ -17

5. สมการในข้อใดไม่มีคำตอบเป็นจำนวนจริง

ก.  $z^2 - 2z + 1 = 0$

ข.  $z^2 + z + 4 = 0$

ค.  $3z^2 - 8z + 5 = 0$

ง.  $4z^2 - 16 = 0$

**ตอนที่ 3** ข้อสอบแบบเติมคำตอบ มี 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. ผลบวกของคำตอบของสมการ  $x^2 - 10x + 21 = 0$  คือ .....

2. คำตอบของสมการ  $4x^2 - 169 = 0$  คือ ..... และ .....

3. ผลคูณของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากับ 210 จำนวนทั้งสองคือ ..... และ .....

4. ที่ดินผืนหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ 225 ตารางเมตร ที่ดินผืนนี้มีความยาวด้านละ ..... เมตร

5. ผ้าผืนหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและมีพื้นที่ 56 ตารางนิ้ว ถ้าผ้าผืนนี้มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 1 นิ้ว แล้ว ผ้าผืนนี้จะมี ความกว้าง ..... นิ้ว

**เฉลยแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้**  
**หน่วยการจัดการเรียนรู้ที่ 1 : กำลังสองแปลงร่าง**

---

**ตอนที่ 1**

1. ✗ เพราะ สมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2
2. ✓ เพราะ รูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$
3. ✗ เพราะ สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีได้ไม่เกิน 2 คำตอบ คือ มี 1 คำตอบ, มี 2 คำตอบและไม่มีคำตอบ
4. ✗ เพราะ สมบัติของจำนวนกล่าวไว้ว่า ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$  หรือ  $b = 0$
5. ✓ เพราะ การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวสามารถใช้สูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ถ้า  $b^2 - 4ac \geq 0$

**ตอนที่ 2**

1. ข้อ ง  
**แนวคิด** เขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปก่อนพิจารณาว่าเป็นสมการกำลังสองหรือไม่
2. ข้อ ค  
**แนวคิด** เขียนสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป  $ax^2 + bx + c = 0$   
จะได้  $4x - 7x^2 = 4 + 3x$   
 $4x - 7x^2 - 4 - 3x = 0$   
 $-7x^2 + x - 4 = 0$   
 $7x^2 - x + 4 = 0$  (นำ -1 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ)  
ดังนั้น ค่าของ  $a, b$  และ  $c$  คือ 7, -1, 4 ตามลำดับ
3. ข้อ ค  
**แนวคิด** แทน  $x$  ด้วย -5 ลงในสมการ  $x^2 - 3x - 40 = 0$   
จะได้  $(-5)^2 - 3(-5) - 40 = 0$   
 $25 + 15 - 40 = 0$   
 $0 = 0$  ซึ่งเป็นจริง  
ดังนั้น -5 เป็นคำตอบของสมการ  $x^2 - 3x - 40 = 0$



4. ข้อ ง

แนวคิด

$$x^2 + 17x = 0$$

$$x(x + 17) = 0$$

$$\text{จะได้ว่า } x = 0 \text{ หรือ } x + 17 = 0$$

$$x = 0 \text{ หรือ } x = -17$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ  $x^2 + 17x = 0$  คือ 0 และ -17

5. ข้อ ข

แนวคิด

จากรูปทั่วไปของสมการ  $z^2 + z + 4 = 0$  จะได้  $a = 1, b = 1$  และ  $c = 4$

$$\text{จะได้ว่า } b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(4) = 1 - 16 = -15$$

$$\text{เนื่องจาก } b^2 - 4ac < 0$$

ดังนั้น สมการ  $z^2 + z + 4 = 0$  ไม่มีคำตอบเป็นจำนวนจริง

### ตอนที่ 3

1. 10

แนวคิด

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x - 7)(x - 3) = 0$$

$$\text{จะได้ว่า } x - 7 = 0 \text{ หรือ } x - 3 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = 7 \text{ หรือ } x = 3$$

นั่นคือ คำตอบของสมการ คือ 7 และ 3

จะได้ผลบวกของคำตอบของสมการ  $x^2 - 10x + 21 = 0$  คือ  $7 + 3 = 10$

2.  $\frac{13}{2}$  และ  $-\frac{13}{2}$

แนวคิด

$$4x^2 - 169 = 0$$

$$(2x)^2 - 13^2 = 0$$

$$(2x - 13)(2x + 13) = 0$$

$$\text{จะได้ว่า } 2x - 13 = 0 \text{ หรือ } 2x + 13 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{13}{2} \text{ หรือ } x = -\frac{13}{2}$$

นั่นคือ คำตอบของสมการ  $2x^2 = x^2 + 49$  คือ  $\frac{13}{2}$  และ  $-\frac{13}{2}$

### 3. 14 และ 15

**แนวคิด** ให้  $x$  แทนจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกที่มากกว่าและอยู่ติดกันเป็น  $x + 1$

เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากับ 210

จะได้ว่า  $x(x + 1) = 210$

$$x^2 + x - 210 = 0$$

$$(x + 15)(x - 14) = 0$$

ดังนั้น  $x + 15 = 0$  หรือ  $x - 14 = 0$

จะได้  $x = -15$  หรือ  $x = 14$

เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนเต็มบวก

ดังนั้น  $x = 14$  และ  $x + 1 = 14 + 1 = 15$

นั่นคือ จำนวนทั้งสองจำนวนคือ 14 และ 15

### 4. 15 เมตร

**แนวคิด** ให้  $x$  แทนความยาวแต่ละด้านของที่ดินผืนนี้ หน่วยเป็นเมตร

และเนื่องจากที่ดินผืนนี้มีพื้นที่ 225 ตารางเมตร

จาก พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน  $\times$  ด้าน

จะได้  $225 = (x)(x)$

$$225 = x^2$$

$$0 = x^2 - 225$$

$$x^2 - 225 = 0$$

$$x^2 - 15^2 = 0$$

$$(x + 15)(x - 15) = 0$$

ดังนั้น  $x + 15 = 0$  หรือ  $x - 15 = 0$

จะได้  $x = -15$  หรือ  $x = 15$

เนื่องจาก  $x$  แทน ความยาวของด้านแต่ละด้าน จะต้องเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น  $x = 15$

นั่นคือ ที่ดินผืนนี้มีความยาวด้านละ 15 เมตร

5. 7 นิ้ว

**แนวคิด**

ให้  $x$  แทนความกว้างของผ้าหน่วยเป็นนิ้ว

ผ้าผืนนี้มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 1 นิ้ว

ดังนั้น ด้านยาวของผ้าเท่ากับ  $x + 1$  นิ้ว

และเนื่องจากผ้าผืนนี้มีพื้นที่ 56 ตารางนิ้ว

จาก พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง  $\times$  ความยาว

จะได้

$$56 = x(x + 1)$$

$$56 = x^2 + x$$

$$0 = x^2 + x - 56$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x + 8)(x - 7) = 0$$

ดังนั้น  $x + 8 = 0$  หรือ  $x - 7 = 0$

จะได้  $x = -8$  หรือ  $x = 7$

เนื่องจาก  $x$  แทนความกว้างจะต้องเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น  $x = 7$

นั่นคือ ผ้าผืนนี้มีด้านกว้างเป็น 7 นิ้ว

## เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม

## เฉลยแบบฝึกหัด 1 : ใช่หรือไม่ใช่

### ตอนที่ 1

**คำชี้แจง** จงพิจารณาสมการต่อไปนี้ ว่าเป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ โดยเขียน ✓ ลงในช่องที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

#### สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คือสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2



ซึ่งมีรูปทั่วไป คือ  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$

ข้อ	สมการ	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	
		เป็น	ไม่เป็น
1	$x^2 + 9 = 0$	✓	
2	$5 - 3x = 2$		✓
3	$x^2 - 10x = 13$	✓	
4	$0 = 6y^2 - 5$	✓	
5	$m^2 + 2n + 1 = 0$		✓
6	$y(y - 2) = 0$	✓	
7	$9x^2 = 0$	✓	
8	$m^2 + 5m - 2 - m^2 = 0$		✓
9	$(x - 3)(x + 2) = 0$	✓	
10	$3z^2 + z + 12 = 3z^2$		✓

### ตอนที่ 2

**คำชี้แจง** จงเขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทั่วไป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  พร้อมทั้งเติมค่า  $a, b$  และ  $c$  ลงในตารางให้สมบูรณ์

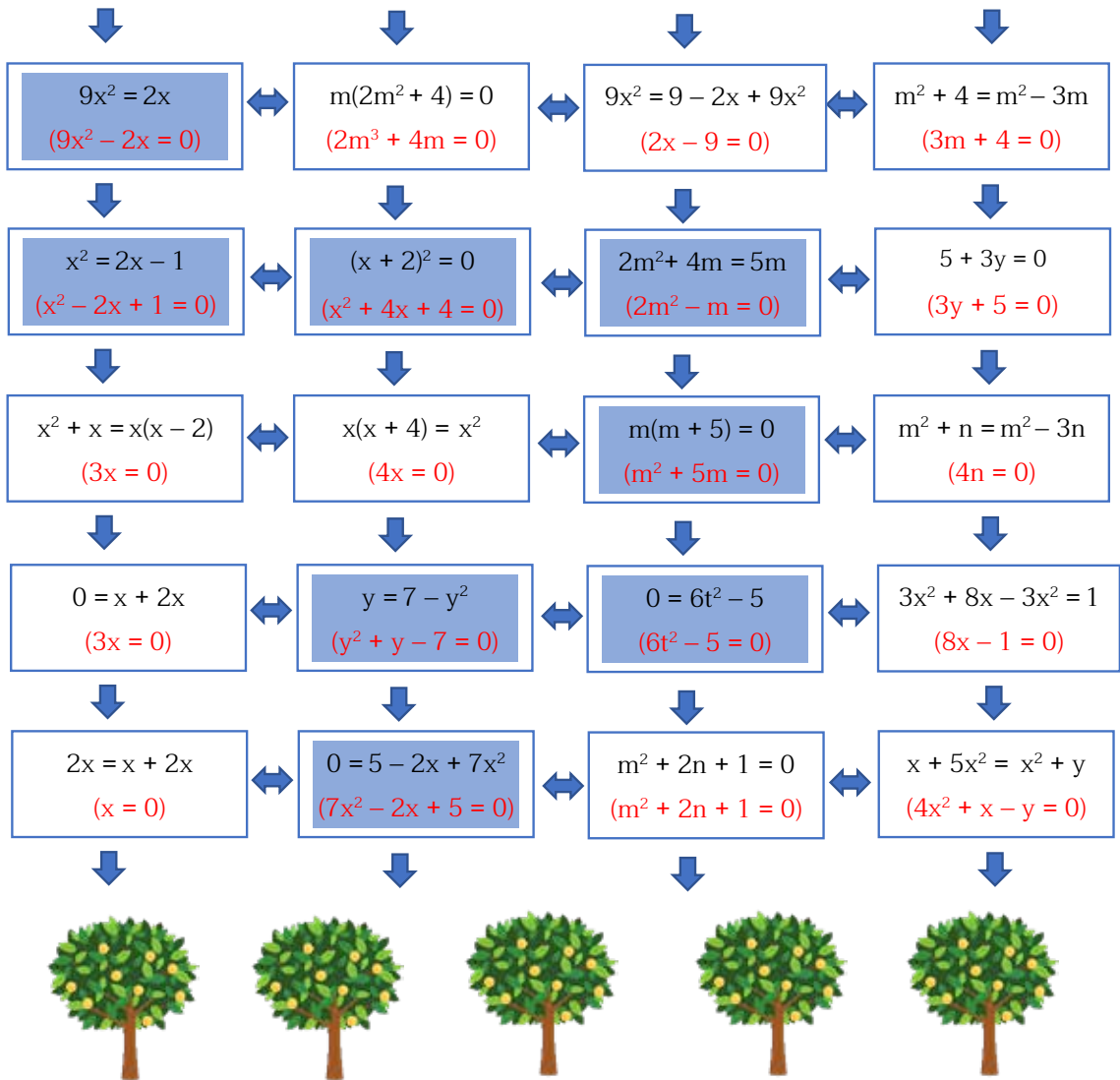
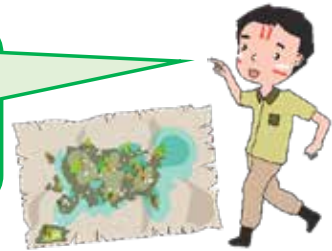
ข้อ	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	รูปทั่วไป	a	b	c
1	$m^2 - 2m = 6$	$m^2 - 2m - 6 = 0$	1	-2	-6
2	$2x^2 + 4 = x$	$2x^2 - x + 4 = 0$	2	-1	4
3	$(x + 3)^2 = 0$	$x^2 + 6x + 9 = 0$	1	6	9
4	$y^2 + 2y = 3 - 4y^2$	$5y^2 + 2y - 3 = 0$	5	2	-3
5	$(x + 2)(x - 1) = 0$	$x^2 + x - 2 = 0$	1	1	-2



# เฉลยใบกิจกรรม 1 : พาข้าวกล้องไปสวน

คำชี้แจง ให้นักเรียนลากเส้นหรือระบายสีไปตามเส้นทางที่จะไปสวนผลไม้ของข้าวกล้อง ซึ่งต้องเป็นเส้นทางสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเท่านั้น

ข้าวกล้องต้องการไปเก็บผลไม้ที่สวน แต่เส้นทางที่ข้าวกล้องจะไปสวนผลไม้ นั้น ต้องเป็นเส้นทางสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเท่านั้น เพื่อน ๆ ช่วยข้าวกล้องหาเส้นทางไปสวนผลไม้หน่อยครับ



## เฉลยแบบฝึกหัด 2 : สมการนี้มีคำตอบ (1)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ โดยใช้การแยกตัวประกอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบที่ได้

**คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว** คือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง ซึ่งคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวอาจมีคำตอบได้ 2 คำตอบหรือ 1 คำตอบ หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

**การหาคำตอบของสมการ** ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม และสมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า “ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$  หรือ  $b = 0$ ”

0. จงแก้สมการ  $x^2 - x = 6$

**วิธีทำ**  $x^2 - x = 6$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

จะได้ว่า  $(x - 3) = 0$  หรือ  $(x + 2) = 0$

$$x = 3 \quad \text{หรือ} \quad x = -2$$

**ตรวจสอบ**

แทนค่า  $x$  ด้วย 3

$$\text{จะได้ว่า } (3)^2 - 3 = 6$$

$$9 - 3 = 6$$

$$6 = 6$$

แทนค่า  $x$  ด้วย -2

$$(-2)^2 - (-2) = 6$$

$$4 + 2 = 6$$

$$6 = 6$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 3 และ -2

1. จงแก้สมการ  $x^2 - 12x + 20 = 0$

**วิธีทำ**  $x^2 - 12x + 20 = 0$

$$(x - 10)(x - 2) = 0$$

จะได้ว่า  $x - 10 = 0$  หรือ  $x - 2 = 0$

$$x = 10 \quad \text{หรือ} \quad x = 2$$

**ตรวจสอบ**

แทนค่า  $x$  ด้วย 10

$$\text{จะได้ว่า } (10)^2 - 12(10) + 20 = 0$$

$$100 - 120 + 20 = 0$$

$$0 = 0$$

แทนค่า  $x$  ด้วย 2

$$(2)^2 - 12(2) + 20 = 0$$

$$4 - 24 + 20 = 0$$

$$0 = 0$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 10 และ 2

2. จงแก้สมการ  $m^2 - 8m = 9$

วิธีทำ  $m^2 - 8m - 9 = 0$

$$(m - 9)(m + 1) = 0$$

จะได้ว่า  $m - 9 = 0$  หรือ  $m + 1 = 0$

$$m = 9 \text{ หรือ } m = -1$$

**ตรวจสอบ**

แทนค่า  $m$  ด้วย 9

จะได้ว่า  $(9)^2 - 8(9) = 9$

$$81 - 72 = 9$$

$$9 = 9$$

แทนค่า  $m$  ด้วย -1

$(-1)^2 - 8(-1) = 9$

$$1 + 8 = 9$$

$$9 = 9$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 9 และ -1

3. จงแก้สมการ  $3w^2 = 8 - 2w$

วิธีทำ  $3w^2 + 2w - 8 = 0$

$$(3w - 4)(w + 2) = 0$$

จะได้ว่า  $3w - 4 = 0$  หรือ  $w + 2 = 0$

$$w = \frac{4}{3} \text{ หรือ } w = -2$$

**ตรวจสอบ**

แทนค่า  $w$  ด้วย  $\frac{4}{3}$

จะได้ว่า  $3\left(\frac{4}{3}\right)^2 = 8 - 2\left(\frac{4}{3}\right)$

$$\frac{16}{3} = 8 - \frac{8}{3}$$

$$\frac{16}{3} = \frac{16}{3}$$

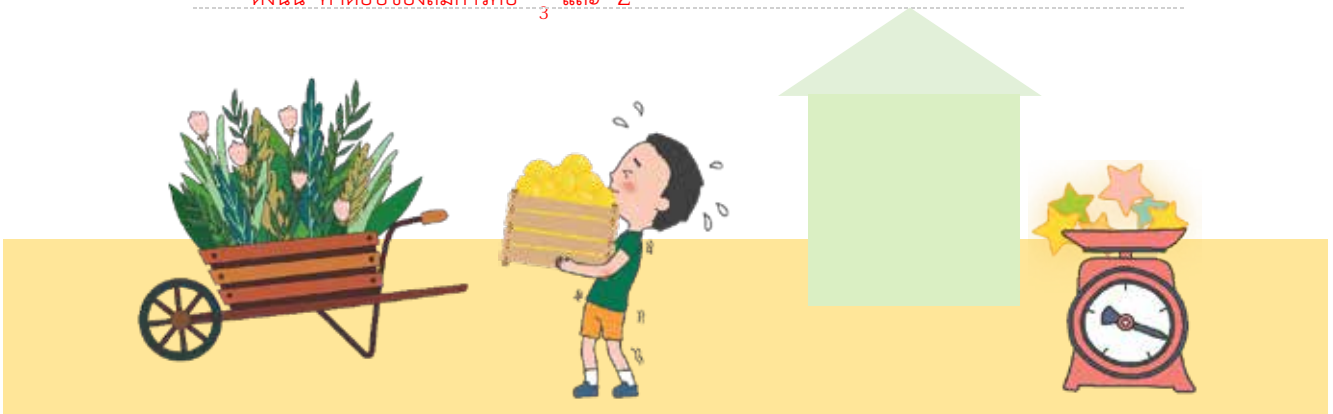
แทนค่า  $w$  ด้วย -2

$3(-2)^2 = 8 - 2(-2)$

$$12 = 8 + 4$$

$$12 = 12$$


ดังนั้น คำตอบของสมการคือ  $\frac{4}{3}$  และ -2





## เฉลยแบบฝึกหัด 3 : สมการนี้มีคำตอบ (2)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยใช้การแยกตัวประกอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบที่ได้

1.  $x^2 + 9x = 0$  

**วิธีทำ**  $x^2 + 9x = 0$


$x(x + 9) = 0$

จะได้ว่า  $x = 0$  หรือ  $x + 9 = 0$

$x = 0$  หรือ  $x = -9$

**ตรวจสอบ**

แทนค่า x ด้วย 0	แทนค่า x ด้วย -9
จะได้ว่า $(0)^2 + 9(0) = 0$	จะได้ว่า $(-9)^2 + 9(-9) = 0$
$0 = 0$	$81 - 81 = 0$
	$0 = 0$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ **0 และ -9** 

2.  $y^2 = 10y - 25$  

**วิธีทำ**  $y^2 = 10y - 25$

$y^2 - 10y + 25 = 0$

$(y - 5)(y - 5) = 0$

จะได้ว่า  $y - 5 = 0$

$y = 5$

**ตรวจสอบ**


แทนค่า y ด้วย 5

จะได้ว่า  $(5)^2 = 10(5) - 25$

$25 = 50 - 25$

$25 = 25$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ **5** 

3.  $3z^2 = -10z - 3$  

**วิธีทำ**  $3z^2 = -10z - 3$

$3z^2 + 10z + 3 = 0$


$(3z + 1)(z + 3) = 0$


จะได้ว่า  $3z + 1 = 0$  หรือ  $z + 3 = 0$

$z = -\frac{1}{3}$  หรือ  $z = -3$

**ตรวจสอบ**

แทนค่า z ด้วย $-\frac{1}{3}$	แทนค่า z ด้วย -3
จะได้ว่า $3(-\frac{1}{3})^2 = -10(-\frac{1}{3}) - 3$	จะได้ว่า $3(-3)^2 = -10(-3) - 3$
$3(\frac{1}{9}) = \frac{10}{3} - 3$	$3(9) = 30 - 3$
$\frac{1}{3} = \frac{10}{3} - \frac{9}{3}$	$27 = 27$
$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ  **$-\frac{1}{3}$  และ -3** 

4.  $x(x + 13) = -30$  

**วิธีทำ**  $x(x + 13) = -30$

$x^2 + 13x = -30$

$x^2 + 13x + 30 = 0$


$(x + 10)(x + 3) = 0$

จะได้ว่า  $x + 10 = 0$  หรือ  $x + 3 = 0$

$x = -10$  หรือ  $x = -3$

**ตรวจสอบ**

แทนค่า x ด้วย -10	แทนค่า x ด้วย -3
จะได้ว่า $(-10)((-10) + 13) = -30$	จะได้ว่า $(-3)((-3) + 13) = -30$
$(-10)(3) = -30$	$(-3)(10) = -30$
$-30 = -30$	$-30 = -30$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ **-10 และ -3** 

## เฉลยแบบฝึกหัด 4 : สมการนี้มีคำตอบ (3)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์หรือสูตรผลต่างของกำลังสองในการแยกตัวประกอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบที่ได้

**สูตรกำลังสองสมบูรณ์**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$


---

**สูตรผลต่างของกำลังสอง**

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$


### 1. จงแก้สมการ $x^2 - 16 = 0$

<b>วิธีทำ</b>	$x^2 - 4^2 = 0$	<b>ตรวจสอบ</b>	<b>แทนค่า x ด้วย 4</b>	<b>แทนค่า x ด้วย -4</b>
	$(x - 4)(x + 4) = 0$		จะได้ว่า $(4)^2 - 16 = 0$	$(-4)^2 - 16 = 0$
	จะได้ว่า $x - 4 = 0$ หรือ $x + 4 = 0$		$16 - 16 = 0$	$16 - 16 = 0$
	$x = 4$ หรือ $x = -4$		$0 = 0$	$0 = 0$
<b>ดังนั้น</b>	คำตอบของสมการคือ <b>4 และ -4</b>			

### 2. จงแก้สมการ $x^2 = 225$

<b>วิธีทำ</b>	$x^2 - 225 = 0$	<b>ตรวจสอบ</b>	<b>แทนค่า x ด้วย 15</b>	<b>แทนค่า x ด้วย -15</b>
	$x^2 - 15^2 = 0$		จะได้ว่า $(15)^2 - 225 = 0$	$(-15)^2 - 225 = 0$
	$(x - 15)(x + 15) = 0$		$225 - 225 = 0$	$225 - 225 = 0$
	จะได้ว่า $x - 15 = 0$ หรือ $x + 15 = 0$		$0 = 0$	$0 = 0$
	$x = 15$ หรือ $x = -15$			
<b>ดังนั้น</b>	คำตอบของสมการคือ <b>15 และ -15</b>			

### 3. จงแก้สมการ $x^2 - 10x + 25 = 0$

<b>วิธีทำ</b>	$x^2 - (2)x(5) + 5^2 = 0$	<b>ตรวจสอบ</b>	<b>แทนค่า x ด้วย 5</b>
	$(x - 5)^2 = 0$		จะได้ว่า $(5)^2 - 10(5) + 25 = 0$
	จะได้ว่า $x - 5 = 0$		$25 - 50 + 25 = 0$
	$x = 5$		$0 = 0$
<b>ดังนั้น</b>	คำตอบของสมการคือ <b>5</b>		

## เฉลยใบกิจกรรม 2 : ข้าวกล้องชวนคิด

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนช่วยข้าวกล้องหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$

- ❖ ถ้า  $b^2 - 4ac \geq 0$  แล้วจะมีจำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จากสูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- ❖ ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ



ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3
$x^2 + 4x - 5 = 0$	$x^2 - 2x + 1 = 0$	$x^2 - 4x - 1 = 0$
<b>วิธีทำ</b> จากสมการที่กำหนดให้	<b>วิธีทำ</b> จากสมการที่กำหนดให้	<b>วิธีทำ</b> จากสมการที่กำหนดให้
จะได้ $a = 1, b = 4$	จะได้ $a = 1, b = -2$	จะได้ $a = 1, b = -4$
และ $c = -5$	และ $c = 1$	และ $c = -1$
ดังนั้น	ดังนั้น	ดังนั้น
$b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(-5)$	$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(1)$	$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(-1)$
$= 36$	$= 0$	$= 20$
จากสูตรจะได้	จากสูตรจะได้	จากสูตรจะได้
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$	$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$	$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2}$	$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2}$	$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2}$
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2}$	$x = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2}$	$x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$
$x = \frac{-4 \pm 6}{2}$	$x = \frac{2 \pm 0}{2}$	$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2}$
$x = 1, -5$	$x = 1$	$x = 2 \pm \sqrt{5}$

## เฉลยแบบฝึกหัด 5 : มีหรือไม่มีคำตอบ

คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$  เป็นดังนี้



- ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  แล้วจะมีจำนวนจริง 2 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ ซึ่งหาได้จาก

$$\text{สูตร } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ คือ  $-\frac{b}{2a}$
- ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร

0. จงแก้สมการ  $x^2 - 12x + 11 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะได้  $a = 1, b = -12$  และ  $c = 11$

ดังนั้น  $b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(1)(11) = 144 - 44 = 100$

จากสูตรจะได้  $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)}$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$x = \frac{12 \pm 10}{2}$$

ดังนั้น  $x = \frac{12+10}{2}$  หรือ  $x = \frac{12-10}{2}$

จะได้  $x = 11$  หรือ  $x = 1$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 11 และ 1

1. จงแก้สมการ  $x^2 - 3x - 10 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะได้  $a = 1, b = -3$  และ  $c = -10$

ดังนั้น  $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(-10) = 9 + 40 = 49$

จากสูตรจะได้  $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 7}{2}$$

ดังนั้น  $x = \frac{3+7}{2}$  หรือ  $x = \frac{3-7}{2}$

จะได้  $x = 5$  หรือ  $x = -2$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 5 และ -2

2. จงแก้สมการ  $x^2 - 2x + 3 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะได้  $a = 1, b = -2$  และ  $c = 3$

$$\text{ดังนั้น } b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(3) = 4 - 12 = -8$$

นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

3. จงแก้สมการ  $16x^2 - 8x + 1 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะได้  $a = 16, b = -8$  และ  $c = 1$

$$\text{ดังนั้น } b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(16)(1) = 64 - 64 = 0$$

$$\text{จากสูตรจะได้ } x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(16)(1)}}{2(16)}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{32}$$

$$x = \frac{8}{32}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ  $\frac{1}{4}$



ทำให้ลอง 4. จงแก้สมการ  $z^2 + 4z + 1 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะได้  $a = 1, b = 4$  และ  $c = 1$

$$\text{ดังนั้น } b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(1) = 16 - 4 = 12$$

$$\text{จากสูตรจะได้ } z = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$z = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$z = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$z = -2 \pm \sqrt{3}$$

ดังนั้น  $z = -2 + \sqrt{3}$  หรือ  $z = -2 - \sqrt{3}$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ  $-2 + \sqrt{3}$  และ  $-2 - \sqrt{3}$

## เฉลยแบบฝึกหัด 6 : โจทย์นี้มีคำตอบ (1)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์



### 1. จงหาจำนวนคี่บวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันและมีผลคูณเท่ากับ 99

วิธีทำ

ให้  $x$  แทนจำนวนคี่บวกจำนวนหนึ่งที้อยกว่า

ดังนั้น จำนวนคี่บวกที่มากกว่าและอยู่ติดกันเป็น  $x + 2$

เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนคี่บวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากับ 99

$$\text{จะได้ } x(x + 2) = 99$$

$$x^2 + 2x - 99 = 0$$

$$(x + 11)(x - 9) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x + 11 = 0 \text{ หรือ } x - 9 = 0$$

$$\text{นั่นคือ } x = -11 \text{ หรือ } x = 9$$

เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนคี่บวก

$$\text{ดังนั้น } x = 9 \text{ และจะได้ } x + 2 = 9 + 2 = 11$$

**ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์** ถ้าจำนวนคี่บวกที้อยกว่า คือ 9 จำนวนคี่บวกที่อยู่ติดกัน คือ 11

$$\text{จะได้ } 9 \times 11 = 99 \text{ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์}$$

นั่นคือ จำนวนคี่บวกสองจำนวนนั้นคือ 9 และ 11



### 2. จงหาจำนวนคู่ลบสองจำนวนที่อยู่ติดกันและมีผลคูณเท่ากับ 120

วิธีทำ

ให้  $x$  แทนจำนวนคู่ลบจำนวนหนึ่งที้อยกว่า

ดังนั้น จำนวนคู่ลบที่มากกว่าและอยู่ติดกันเป็น  $x + 2$

เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนคู่ลบสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากับ 120

$$\text{จะได้ } x(x + 2) = 120$$

$$x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$(x + 12)(x - 10) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x + 12 = 0 \text{ หรือ } x - 10 = 0$$

$$\text{จะได้ } x = -12 \text{ หรือ } x = 10$$

เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนคู่ลบ

$$\text{ดังนั้น } x = -12 \text{ และจะได้ } x + 2 = -12 + 2 = -10$$

**ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์** ถ้าจำนวนคู่ลบที้อยกว่า คือ -12 จำนวนคู่ลบที่อยู่ติดกัน คือ -10

$$\text{จะได้ } (-12) \times (-10) = 120 \text{ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์}$$

นั่นคือ จำนวนคู่ลบสองจำนวนนั้นคือ -12 และ -10



### 3. ผลคูณของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งกับจำนวนเต็มที่น้อยกว่าจำนวนนั้นอยู่ 13 เท่ากับ -40 จงหาจำนวนเต็มสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

ให้  $x$  แทนจำนวนเต็มจำนวนแรก

ดังนั้น จำนวนเต็มที่น้อยกว่าจำนวนแรกอยู่ 13 คือ  $x - 13$

เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนเต็มทั้งสองนี้เท่ากับ -40

$$\text{จะได้ } x(x - 13) = -40$$

$$x^2 - 13x + 40 = 0$$

$$(x - 5)(x - 8) = 0$$

ดังนั้น  $x - 5 = 0$  หรือ  $x - 8 = 0$

จะได้  $x = 5$  หรือ  $x = 8$

เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนเต็ม ดังนั้น  $x$  จึงเป็นได้ทั้งสองจำนวน

ถ้าให้จำนวนแรกคือ 5 จะได้อีกจำนวน คือ  $5 - 13 = -8$

ถ้าให้จำนวนแรกคือ 8 จะได้อีกจำนวน คือ  $8 - 13 = -5$

**ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์**

1) ถ้าจำนวนเต็มจำนวนแรกคือ 5 จำนวนเต็มที่น้อยกว่าจำนวนแรกอยู่ 13 คือ -8

จะได้  $5 \times (-8) = -40$  ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

2) ถ้าจำนวนเต็มจำนวนแรกคือ 8 จำนวนเต็มที่น้อยกว่าจำนวนแรกอยู่ 13 คือ -5

จะได้  $8 \times (-5) = -40$  ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น จำนวนเต็มสองจำนวนนี้มี 2 ชุด คือ 5 กับ -8 และ 8 กับ -5





#### 4. จงหาจำนวนคู่บวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันและมีผลคูณเท่ากับ 360

วิธีทำ

ให้  $x$  แทนจำนวนคู่บวกจำนวนหนึ่งที่น้อยกว่า

ดังนั้น จำนวนคู่บวกที่มากกว่าและอยู่ติดกันเป็น  $x + 2$

เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนคู่บวกสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากับ 360

$$\text{จะได้ } x(x + 2) = 360$$

$$x^2 + 2x - 360 = 0$$

จากสมการข้างต้นจะเห็นว่า  $a = 1$ ,  $b = 2$  และ  $c = -360$

$$\text{จากสูตรจะได้ } x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-360)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1,440}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 38}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-2 + 38}{2} \text{ หรือ } x = \frac{-2 - 38}{2}$$

$$\text{จะได้ } x = \frac{36}{2} \text{ หรือ } x = \frac{-40}{2}$$

$$x = 18 \text{ หรือ } x = -20$$

เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนคู่บวก

ดังนั้น  $x = 18$  และจะได้  $x + 2 = 18 + 2 = 20$

ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์ ถ้าจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่าคือ 18

จำนวนคู่บวกที่อยู่ติดกันคือ 20

จะได้  $18 \times 20 = 360$  ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ จำนวนคู่บวกสองจำนวนนั้น คือ 18 และ 20





### เฉลยใบกิจกรรม 3 : ขนาดสวนของข้าวกล้อง

คำชี้แจง ให้นักเรียนช่วยข้าวกล้องหาความยาวและความกว้างของสวนของข้าวกล้องจากโจทย์ที่กำหนด แล้วอภิปรายหาขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว



สวนผลไม้ของข้าวกล้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 10 เมตร ถ้าสวนผลไม้ของข้าวกล้องมีพื้นที่ 600 ตารางเมตร สวนผลไม้ของข้าวกล้องจะมีความกว้างและความยาวเท่าใด

วิธีทำ ให้  $x$  แทนความกว้างของสวนผลไม้ของข้าวกล้อง หน่วยเป็นเมตร

ด้านยาวของสวนยาวกว่าด้านกว้าง 10 เมตร

ดังนั้น ด้านยาวของสวน ยาวเท่ากับ  $x + 10$  เมตร

จาก พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง  $\times$  ความยาว

$$\text{จะได้สมการเป็น} \quad 600 = x(x + 10)$$

$$600 = x^2 + 10x$$

$$0 = x^2 + 10x - 600$$

$$x^2 + 10x - 600 = 0$$

$$(x + 30)(x - 20) = 0$$

ดังนั้น  $x + 30 = 0$  หรือ  $x - 20 = 0$

จะได้  $x = -30$  หรือ  $x = 20$

เนื่องจาก  $x$  แทน ความกว้างของสวนผลไม้จะต้องเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น  $x = 20$  และจะได้  $x + 10 = 20 + 10 = 30$

ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์ ถ้าสวนผลไม้ของข้าวกล้องมีความกว้าง 20 เมตร

จะได้ความยาวของสวนผลไม้เป็น  $20 + 10 = 30$  เมตร

ดังนั้น สวนผลไม้จะมีพื้นที่เท่ากับ  $20 \times 30 = 600$  ตารางเมตร

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ สวนผลไม้ของข้าวกล้องจะมีความกว้าง 20 เมตร และมีความยาว 30 เมตร

(ทั้งนี้ในการแก้สมการกำลังสองนักเรียนอาจจะใช้สูตรในการหาคำตอบก็ได้)

จากการหาขนาดสวนของข้าวกล้อง นักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างไร

ตอบ ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## เฉลยแบบฝึกหัด 7 : โจทย์นี้มีคำตอบ (2)



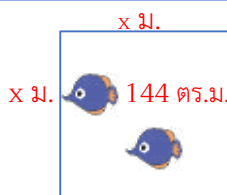
ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีดังนี้

- ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา
- ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
- ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
- ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์



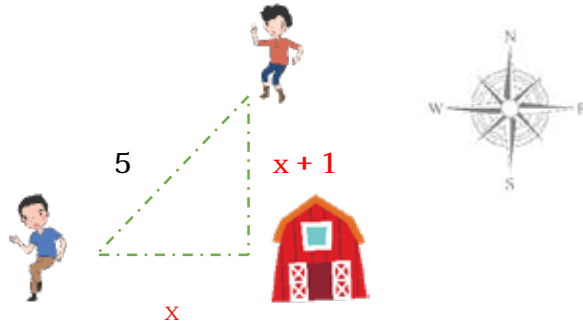
1. ชาวท้องถิ่นต้องการสร้างบ่อปลาให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยที่บ่อปลานี้มีพื้นที่ 144 ตารางเมตร ชาวท้องถิ่นจะต้องสร้างบ่อปลาที่มีความยาวแต่ละด้านเท่ากับเท่าใด



**วิธีทำ** ให้  $x$  แทนความยาวแต่ละด้านของบ่อปลา  
 และเนื่องจากบ่อปลานี้มีพื้นที่ 144 ตารางเมตร  
 จาก พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน  $\times$  ด้าน  
 จะได้  $144 = (x)(x)$   
 $144 = x^2$   
 $0 = x^2 - 144$   
 $x^2 - 144 = 0$   
 $x^2 - 12^2 = 0$   
 $(x + 12)(x - 12) = 0$   
 ดังนั้น  $x + 12 = 0$  หรือ  $x - 12 = 0$   
 จะได้  $x = -12$  หรือ  $x = 12$   
 เนื่องจาก  $x$  แทน ความยาวของด้านแต่ละด้าน จะต้องเป็นจำนวนบวก  
 ดังนั้นจึงใช้เฉพาะ  $x = 12$   
**ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์** ถ้าความยาวแต่ละด้านของบ่อปลา เท่ากับ 12 เมตร  
 จะได้พื้นที่ของบ่อปลาเท่ากับ  $12 \times 12 = 144$  ตารางเมตร  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์  
 นั่นคือ ความยาวแต่ละด้านของบ่อปลา เท่ากับ 12 เมตร



2. ชาวกลิ้งและชาวปิ่นเดินออกจากโรงเก็บผลไม้พร้อมกัน โดยชาวกลิ้งเดินไปทางทิศตะวันตก และชาวปิ่นเดินไปทางทิศเหนือ เมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที พบว่าชาวปิ่นเดินได้ระยะทางมากกว่าชาวกลิ้ง 1 กิโลเมตร และทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 5 กิโลเมตร อยากทราบว่า ชาวกลิ้งเดินได้ระยะทางเท่าใด



วิธีทำ

ให้  $x$  แทน ระยะทางที่ชาวกลิ้งเดินได้ใน 30 นาที

ชาวปิ่นเดินได้ระยะทางมากกว่าชาวกลิ้ง 1 กิโลเมตร

ดังนั้น ชาวปิ่นเดินได้ระยะทาง  $x + 1$  กิโลเมตร

จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้} \quad x^2 + (x + 1)^2 = 5^2$$

$$x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 25$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 25$$

$$2x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x + 4 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 3 = 0$$

$$\text{จะได้} \quad x = -4 \quad \text{หรือ} \quad x = 3$$

เนื่องจาก  $x$  แทนระยะทาง ต้องเป็นจำนวนบวก

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 3$$

ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์ ถ้าชาวกลิ้งเดินได้ระยะทาง 3 กิโลเมตร

จะได้ว่าชาวปิ่นเดินได้ระยะทาง  $3 + 1 = 4$  กิโลเมตร

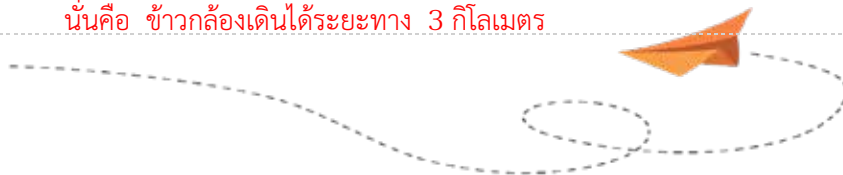
$$\text{และจะได้} \quad 3^2 + 4^2 = 9 + 16$$

$$= 25$$

$$= 5^2$$

ดังนั้นชาวกลิ้งและชาวปิ่นอยู่ห่างกัน 5 กิโลเมตร ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ ชาวกลิ้งเดินได้ระยะทาง 3 กิโลเมตร



## คณะผู้จัดทำ

ที่ปรึกษาสำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

คุณหญิงกษมา วรวรรณ ณ อยุธยา	ที่ปรึกษาโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี
นายสมเกียรติ ชอบผล	ประจำสำนักพระราชวังพิเศษ ระดับ ๑๐
นางมณฑนา คังชะกฤษณ์	ข้าราชการบำนาญ

## ที่ปรึกษา

นายอัมพร พินะสา	เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายวินทร์เกียรติ นนธ์พละ	รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายสุชาติ วงศ์สุวรรณ	ข้าราชการบำนาญ
นายชัยพฤกษ์ เสรีรักษ์	ผู้ทรงคุณวุฒิ สำนักนโยบายและแผนการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
รองศาสตราจารย์ทัศนีย์ งามมณี	ราชบัณฑิต
นางเบญจลักษณ์ น้ำฟ้า	ที่ปรึกษาพิเศษ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นางวัฒนาพร ระงับทุกข์	ที่ปรึกษาพิเศษ ศูนย์บริหารงานการพัฒนาศักยภาพบุคคลเพื่อความเป็นเลิศ
ศาสตราจารย์ชูกิจ ลิมปิจำนงค์	ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางศรีนทร วิทยะสิรินันท์	ผู้อำนวยการโรงเรียนนานาชาติ เซนต์ แอนดรูวส์ กรุงเทพฯ
นางสาวรัตนา แสงบัวเผื่อน	ผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

## ที่ปรึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวสุพรรณิชา ชาญประเสริฐ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายศรเทพ วรณรัตน์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

## คณะผู้จัดทำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| ๑. นายถนอมเกียรติ งานสกุล        | ข้าราชการบำนาญ   |
| ๒. นางชนิสรา เมธภัทรศิริณู       | อาจารย์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต  |
| ๓. นางสาววัฒนิตา นำแสงวานิช      | อาจารย์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม                               |
| ๔. นายรัฐพล กัลพล                | อาจารย์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”<br>มหาวิทยาลัยบูรพา                            |
| ๕. นายจักรพงษ์ ผิวนวล            | อาจารย์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์<br>ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา      |
| ๖. นางสาวดนิตา ชื่นอารมณี        | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๗. นางสาววรรณารถ อยู่สุข         | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๘. นายอลงกต ใหม่ด้วง             | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๙. นางสาวจันทร์นภา อุตตะมะ       | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๑๐. นางสาวศศิวรรณ เมลืองนนท์     | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๑๑. นางสาวสิริวรรณ จันทร์กุล     | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๑๒. นายจิระเมศร์ รุจิกรหิรัณย์   | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๑๓. นางสาวเสาวลักษณ์ สุวรรณชัยรบ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  |
| ๑๔. นางสาวใบอ้อ สามะกิจ          | ครู โรงเรียนดาราสมุทร ศรีราชา<br>สำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน           |
| ๑๕. นางสาวสุวรรรัตน์ ทองพันชั่ง  | ครู โรงเรียนปัญญาवारคุณ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต ๑ |
| ๑๖. นางสาวอภิรดา ทั้นเส็ง        | ครู โรงเรียนวิสุทธิรังษี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาญจนบุรี          |
| ๑๗. นางอรัญญา ย่อมสรระน้อย       | ครู โรงเรียนร่องคำ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์                |
| ๑๘. นางสาวแพรวไหม สามารถ         | ครู โรงเรียนอนุกุลนารี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์            |
| ๑๙. นายนาคิน สัจจะเขตต์          | ครู โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาขอนแก่น          |
| ๒๐. นายพจนวัฒน์ จารย์พรหมมา      | ครู โรงเรียนชลบุรี “สุขบท”<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาชลบุรี ระยอง     |

๒๑. นางปาจริย์ ชัยเพชร  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ตรัง  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาตรัง กระบี่
๒๒. นางสาวรัตน์ รามแก้ว  
ครู โรงเรียนทุ่งสง  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา นครศรีธรรมราช
๒๓. นางสาวมิตา จันพูน  
ครู โรงเรียนทุ่งช้าง  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา น่าน
๒๔. นางจริยา จันท์เรือง  
ครู โรงเรียนประจวบวิทยาลัย  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาประจวบคีรีขันธ์
๒๕. นางสาวเกศินี เพ็ชรรุ่ง  
ครู โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร”  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาปราจีนบุรี นครนายก
๒๖. นายภาณุวัฒน์ เกียรติินฤมล  
ครู โรงเรียนบรบือ  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามหาสารคาม
๒๗. นางสาวอัจฉรา วันฤกษ์  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย มุกดาหาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา มุกดาหาร
๒๘. นายศรวุฒิ คล่องดี  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย มุกดาหาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา มุกดาหาร
๒๙. นางสาวพรปวีณ์ ตาลจรุง  
ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย มุกดาหาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา มุกดาหาร
๓๐. นายวีรยุทธ สร้อยเพชร  
ครู โรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ ในพระบรมราชานุเคราะห์  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๑. นายสุทธิรักษ์ สุขศิริสวัสดิกุล  
ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๒. นางสาวศศิกา อ่อนจร  
ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๓. นางมานิตา เจริญองอาจ  
ครู โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๔. นางสาวธิดารัตน์ นิมนุช  
ครู โรงเรียนศรีประจันต์ “เมธีประมุข”  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี
๓๕. นางสาวขวัญหทัย พิกุลทอง  
ครู โรงเรียนสวนแตงวิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี

๓๖. นายภานุพงษ์ วิยะบุญ

ครู โรงเรียนกุมภวาปี

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี

๓๗. นายธนกร ชันตรีสกุล

ครู โรงเรียนอุดรพิทยานุกูล

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี

### คณะกรรมการ

๑. รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง

ข้าราชการบำนาญ

๒. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ลัดดาวัลย์ เพ็ญสุภา

ข้าราชการบำนาญ

๓. ผู้ช่วยศาสตราจารย์มาลินท์ อธิธิรส

ข้าราชการบำนาญ

๔. นางสุวรรณา คล้ายกระแสน

ข้าราชการบำนาญ

๕. นายถนอมเกียรติ งานสกุล

ข้าราชการบำนาญ

๖. นางสาวจำเริญ เจียวหวาน

ข้าราชการบำนาญ

๗. นายदनัย ยังกง

นักวิชาการอิสระ

๘. นายสมนึก บุญพาไสว

นักวิชาการอิสระ

๙. ผู้ช่วยศาสตราจารย์จิดนดิษฐ์ ละออบปักษิณ

อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

๑๐. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรจน์ น่วมน่วม

อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

๑๑. ศาสตราจารย์วิเชียร เลหาทโกศล

อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

๑๒. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์

อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

๑๓. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วันดี เกษมสุขพิพัฒน์

อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

๑๔. รองศาสตราจารย์เวชฤทธิ์ อังกณะภัทรขจร

อาจารย์ มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๕. นางนงนุช ผลทวี

ครู โรงเรียนทับปุดวิทยา

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพังงา ภูเก็ต ระนอง

๑๖. นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

๑๗. นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

๑๘. ว่าที่ร้อยเอกภณัฐ ก้วยเจริญพานิชก์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

๑๙. นางสาววรรณารด อยู่สุข

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

## ผู้รับผิดชอบโครงการ

นางพาณิต ทวีศักดิ์

นางสาวพรทิพย์ ดินดี

นางสาวภัทรา ต่านวิวัฒน์

นางสาวอริฐาน คงช่วยสถิตย์

นายอภิศักดิ์ สิทธิเวช

นางสาวอัจฉราพร เทียงภักดิ์

นางสาวปรมาพร เรืองเจริญ

นางสาววศินี เขียวเขิน

รองผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

ข้าราชการบำนาญ

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

พนักงานธุรการ

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

นักวิชาการศึกษา

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา





โครงการจัดทำสื่อ ๒๕ พรรษา  
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า  
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี

