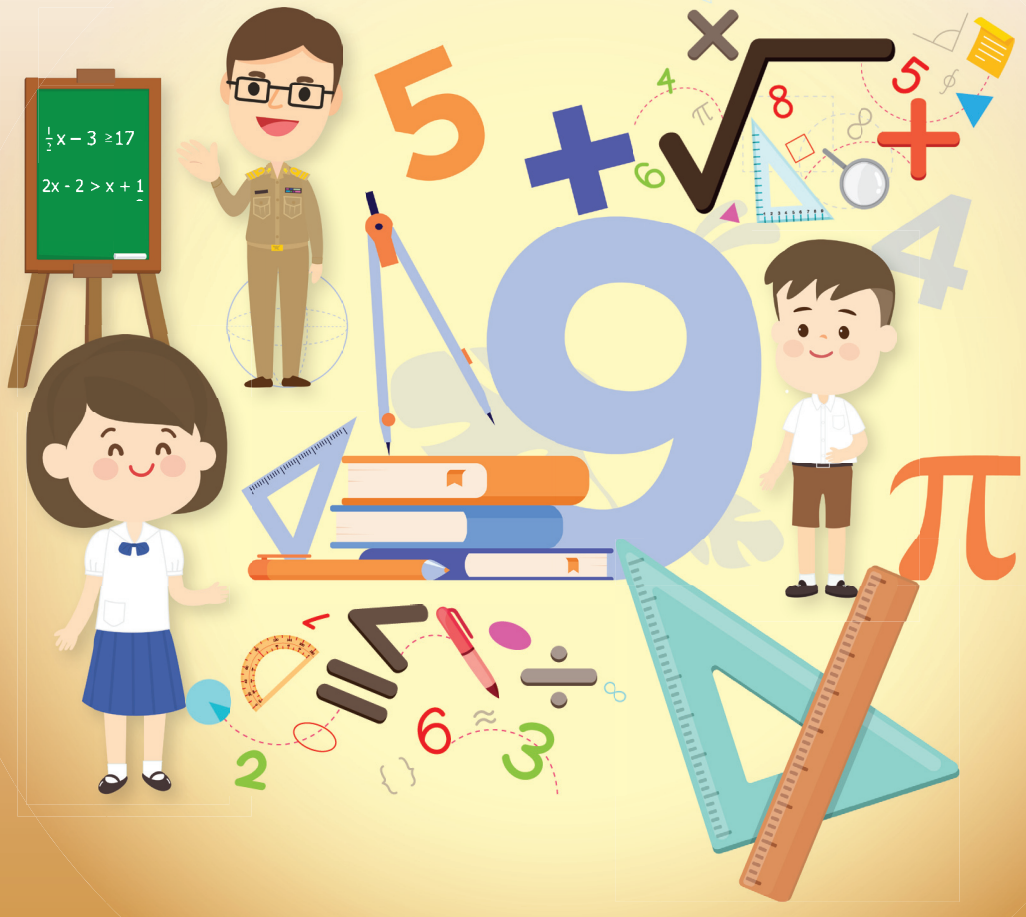
โครงการจัดทำสื่อ ๖๕ พรรษา
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดา ฯ สยามบรมราชกุมารี

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ภาคเรียนที่ 2 รายวิชาคณิตศาสตร์
หน่วยที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง



สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดา ฯ สยามบรมราชกุมารี
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน)
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ภาคเรียนที่ 2 รายวิชาคณิตศาสตร์
หน่วยที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง

สำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดา ฯ สยามบรมราชกุมารี
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คำนำ

ตามที่ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดา ฯ สยามบรมราชกุมารี ทรงมีพระราชดำริ เมื่อวันที่ ๒๑ พฤษภาคม ๒๕๖๓ ให้จัดทำสื่อการเรียนเป็นชุดการเรียนรู้สมบูรณ์แบบ (Comprehensive Learning Package) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็ก สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สังกัดกองบัญชาการตำรวจตระเวนชายแดน โรงเรียนพระปริยัติธรรม สังกัดสำนักงานพระพุทธศาสนาแห่งชาติ และโรงเรียนเอกชน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และพัฒนาคุณภาพของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเน้นการใช้บริบทชีวิตจริงของผู้เรียนและชุมชนเป็นฐานในการเรียน ทำการบูรณาการสาระตามหลักสูตรให้เชื่อมโยงกับการดำรงชีวิตทั้งปัจจุบันและอนาคต ตามแนวพระราชดำริ ที่ทรงแนะนำให้ใช้โครงการศึกษาทัศน์ของพระบาทสมเด็จพระบรมชนกาธิเบศร มหาภูมิพลอดุลยเดชมหาราช บรมนาถบพิตร มาเป็นแนวทางในการพัฒนาสื่อการเรียน

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงได้จัดทำชุดการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) ให้สอดคล้องกับหลักสูตรที่อิงมาตรฐานและเชื่อมโยงไปสู่สมรรถนะ เน้นการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความรู้ ทักษะ และพฤติกรรมผู้เรียนรอบด้าน ทั้งยังส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถค้นคว้าต่อเนื่องในลักษณะการเรียนรู้ตามความสนใจได้ และเพื่อให้สะดวกต่อการนำไปใช้ จึงจัดแยกเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ – ๓ และแยกเป็นภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒ ทั้ง ๕ กลุ่มสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย

- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ – ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ – ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ – ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ – ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒
- ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาต่างประเทศ (ภาษาอังกฤษ) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ – ๓ ภาคเรียนที่ ๑ และภาคเรียนที่ ๒

การนำชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้ ครูผู้สอนต้องศึกษาเอกสาร คู่มือการใช้ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และศึกษาคำชี้แจงในเอกสารชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) เพื่อให้ทราบถึงแนวคิดการจัดกระบวนการเรียนรู้ การเตรียมตัวของครู สื่อการจัดการเรียนรู้ ลักษณะชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ แนวทางการวัดและประเมินผลของแต่ละหน่วยการเรียนรู้

หวังว่าชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) และชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับนักเรียน) นี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอน อันจะส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต่อไป

ขอขอบคุณ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้บริหารสถานศึกษา ศึกษานิเทศก์ ครู อาจารย์ นักวิชาการ และทุกท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการจัดทำเอกสารมา ณ โอกาสนี้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำชี้แจง

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง เล่มนี้เป็น 1 ใน 34 เล่ม ของชุดสื่อการเรียนรู้สมบูรณ์แบบ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ใช้กับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1–3) สำหรับโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียนในถิ่นทุรกันดาร ซึ่งผ่านการวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เมื่อสอนครบทั้ง 34 เล่ม นักเรียนจะได้เรียนรู้ครบถ้วนครอบคลุมทุกตัวชี้วัดของหลักสูตร

ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง เล่มนี้เป็นเอกสารที่นำเสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ซึ่งก่อนการสอนเรื่อง เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง ครูผู้สอนควรศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารเล่มนี้อย่างละเอียด จะทำให้ทราบว่าต้องสอนเนื้อหาอย่างไร และต้องเตรียมสื่อ/อุปกรณ์ประกอบการสอนอะไร อย่างไร ซึ่งจะทำให้การจัดการเรียนรู้ของครูมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สอน

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับครูผู้สอน) หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ให้กับนักเรียนในโรงเรียนขนาดเล็กที่มีครูครบชั้นและครูไม่ครบชั้น และโรงเรียนในถิ่นทุรกันดาร เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอนของครู และเสริมสร้างการเรียนรู้ของนักเรียนให้เต็มศักยภาพต่อไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

สารบัญ

เนื้อหา **หน้า**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง 1
ผังมโนทัศน์ 2
เส้นทางการจัดการเรียนรู้ 3
โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ 4
ภาพรวมหน่วยการเรียนรู้ 5

เรื่องที่ 8.1 ทำความรู้จักการแปลง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 10

เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 17

เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 42

เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 65

เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 88

แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้และเฉลย 94
เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม 105
บัตรภาพ บัตรคำ และสื่อต่าง ๆ 121

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 : เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/3

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระการเรียนรู้แกนกลาง

การแปลงทางเรขาคณิต

- การเลื่อนขนาน
- การสะท้อน
- การหมุน
- การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหา

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. การแก้ปัญหา
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

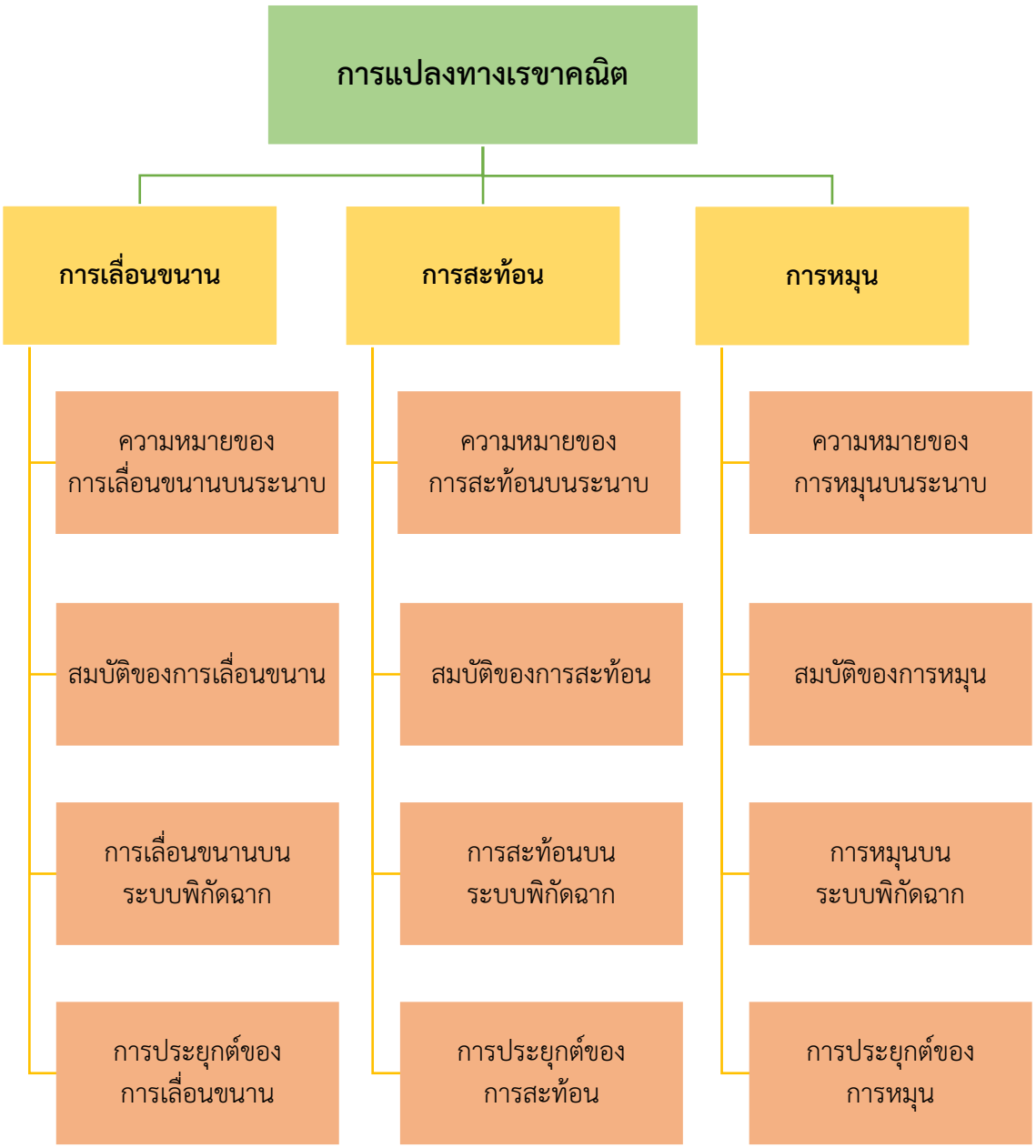
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ทางคณิตศาสตร์

1. มุ่งมั่น และไม่ย่อท้อ
2. คิดอย่างเป็นระบบ
3. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

สมรรถนะ

1. การจัดการตนเอง
2. การสื่อสาร
3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม

ผังมโนทัศน์
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 : เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง



เส้นทางการจัดการเรียนรู้
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 : เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง

ยกตัวอย่างสิ่งที่พบเห็นในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับการแปลง
แนะนำจุดที่สมนัยกัน ด้านที่สมนัยกัน และมุมที่สมนัย

แนะนำการแปลงทางเรขาคณิตที่ภาพที่ได้จากการแปลงมีรูปร่างและขนาดคงเดิม
ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

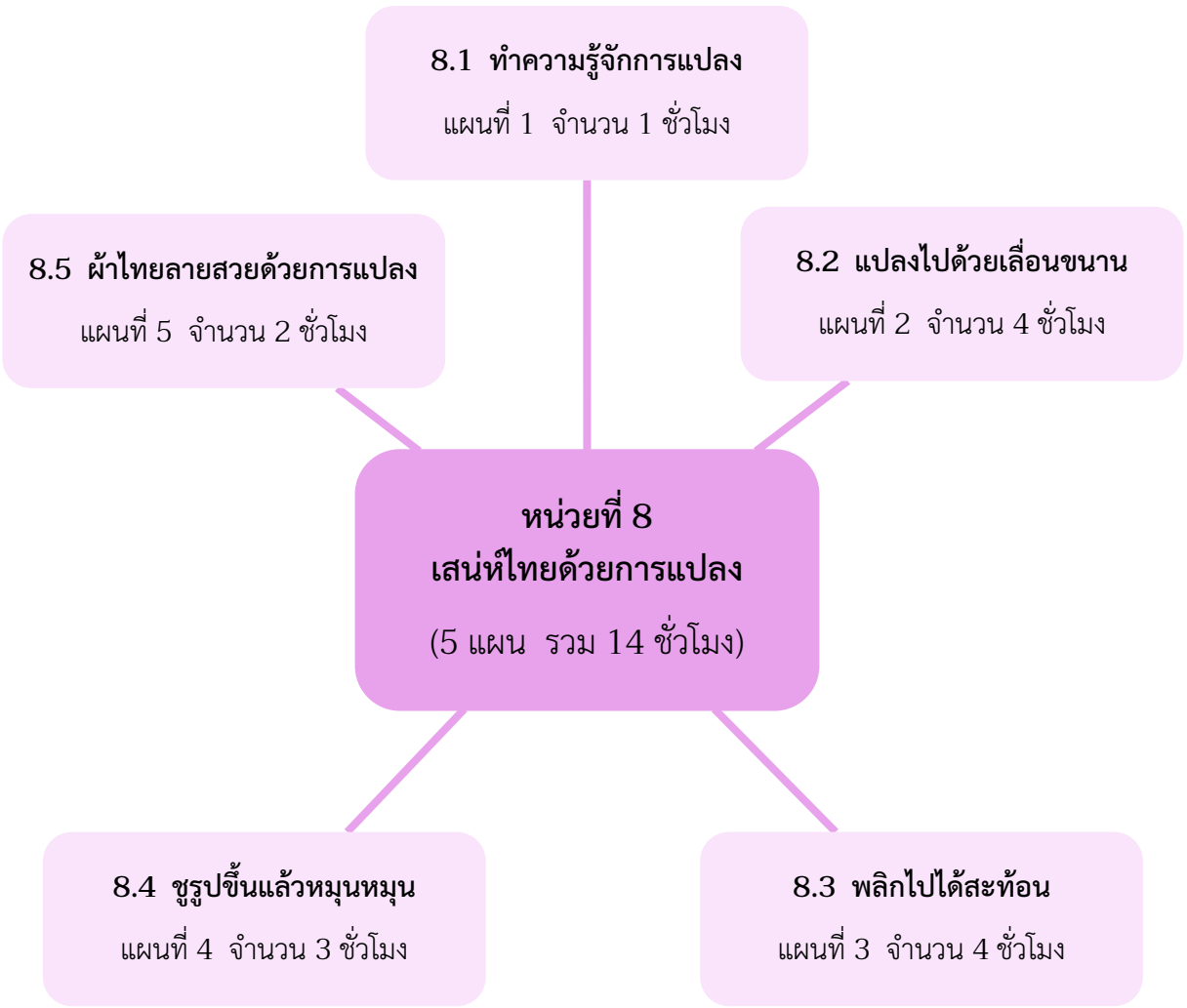
แนะนำความหมายของการเลื่อนขนานบนระนาบ ทำกิจกรรมสำรวจการเลื่อนขนาน
เพื่อนำไปสู่สมบัติของการเลื่อนขนาน แนะนำเวกเตอร์และหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน
บนระบบพิกัดฉากประยุกต์ใช้การเลื่อนขนานในการแก้ปัญหา

แนะนำความหมายของการสะท้อนบนระนาบ ทำกิจกรรมสำรวจการสะท้อน
เพื่อนำไปสู่สมบัติของการสะท้อน หาภาพที่ได้จากการสะท้อนบนระนาบ และบนระบบพิกัดฉาก
ประยุกต์ใช้การสะท้อนในการแก้ปัญหา

แนะนำความหมายของการหมุนบนระนาบ ทำกิจกรรมสำรวจการหมุน
เพื่อนำไปสู่สมบัติของการหมุน หาภาพที่ได้จากการหมุนบนระบบพิกัดฉาก
ประยุกต์ใช้การหมุนในการแก้ปัญหา

ทำกิจกรรมเพื่อฝึกใช้แนวคิดเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการออกแบบลวดลาย

โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 : เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง



หน่วยการเรียนรู้

หน่วยที่ 8 **เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง** **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2** **เวลา 14 ชั่วโมง**

ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการวัดผลและประเมินผล
เรื่องที่ 8.1 ทำความรู้จักการแปลง (1 ชั่วโมง)						
1	ค 2.2 ม.2/3	1. การสื่อสาร	1. การแปลงเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของวัตถุ โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาด รูปร่าง ตำแหน่ง หรือทิศทางของวัตถุ ซึ่งสิ่งสำคัญของการแปลงคือ จุดทุกจุดของวัตถุที่อยู่ที่เดิม (หรือขนาดเดิม) จะต้องมีการส่งไปยังวัตถุที่ตำแหน่งใหม่ (หรือขนาดใหม่) ทุกจุด จุดต่อจุด 2. การแปลงทางเรขาคณิตที่รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากันเสมอ ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน		1. แบบฝึกหัด 1 : สิ่งที่สมนัยกัน	1. **การสื่อสาร** • นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงความเข้าใจเกี่ยวกับจุดที่สมนัยกัน ด้านที่สมนัยกัน และมุมที่สมนัยกัน ได้อย่างถูกต้อง
เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน (4 ชั่วโมง)						
2–5	ค 2.2 ม.2/3	1. การจัดการตนเอง 2. การสื่อสาร	1. การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางเท่ากันตามที่กำหนด 2. สมบัติของการเลื่อนขนาน	1. ทำกิจกรรมสำรวจการเลื่อนขนาน เพื่อให้นักเรียนสำรวจ และสังเกต และตอบคำถาม	1. แบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก	1. **การจัดการตนเอง** • นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนานมาแก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย

ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการวัดผลและประเมินผล
			1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการ 2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น 3) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกันและยาวเท่ากัน	จนนำไปสู่สมบัติของการเลื่อนขนาน		2. **การสื่อสาร** • นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน ได้อย่างถูกต้อง
เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน (4 ชั่วโมง)						
6–9	ค 2.2 ม.2/3	1. การจัดการตนเอง 2. การสื่อสาร	1. การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีเส้นตรง ℓ ที่ตรึงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบ จะมีจุด P' เป็นจุดคู่สมนัยและเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่ 1) ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วเส้นตรง ℓ จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$ 2) ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วจุด P และจุด P' เป็นจุดเดียวกัน	1. ทำกิจกรรมสำรวจการสะท้อน เพื่อให้นักเรียนสำรวจ และสังเกต และตอบคำถามจนนำไปสู่สมบัติของการสะท้อน 2. ทำกิจกรรมภาพลับจับสะท้อน เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกหาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบที่กำหนดให้	1. ใบกิจกรรม 1 : ภาพลับจับสะท้อน 2. แบบฝึกหัด 3 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก	1. **การจัดการตนเอง** • นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการสะท้อนมาแก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย 2. **การสื่อสาร** • นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสะท้อน ได้อย่างถูกต้อง

ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการวัดผลและประเมินผล
			2. สมบัติของการสะท้อน 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนสามารถทับกันได้สนิทโดยต้องพลิกรูปต้นแบบหรือพลิกภาพที่ได้จากการสะท้อนอย่างหนึ่งอย่างใด หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ 2) จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน หรือเส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน 3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน	3. ทำกิจกรรมตุ๊กตาต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนนำการสะท้อนมาประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง		
เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน (3 ชั่วโมง)						
10–12	ค 2.2 ม.2/3	1. การจัดการตนเอง 2. การสื่อสาร	1. การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็น จุดหมุน หรือ จุดศูนย์กลางของการหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P′ เป็นจุดคู่สมนัยกับจุด P และเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วย มุมที่มีขนาด k องศา โดยที่ OP = OP′	1. ทำกิจกรรมสำรวจการหมุน เพื่อให้นักเรียนสำรวจ และสังเกต และตอบคำถามจนนำไปสู่สมบัติของการหมุน	1. แบบฝึกหัด 4 : การหมุนบนระบบพิกัดฉาก	1. **การจัดการตนเอง** • นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการหมุนมาแก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย

ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการวัดผลและประเมินผล
			2. สมบัติของการหมุน 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ 2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน 3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ			2. **การสื่อสาร** • นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหมุน ได้อย่างถูกต้อง
เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง (2 ชั่วโมง)						
13–14	ค 2.2 ม.2/3	1. การจัดการตนเอง 2. การสื่อสาร 3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม	การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการออกแบบลายผ้าไทย โดยใช้แนวคิดเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน	1. ทำกิจกรรมผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง เพื่อให้นักเรียนใช้แนวคิดเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนมาออกแบบลวดลายผ้าไทย	1. ใบกิจกรรม 2 : ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง	1. **การจัดการตนเอง** • นักเรียนสามารถควบคุม และกำกับตนเอง ในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนมาแก้ปัญหาได้สำเร็จตามเป้าหมาย

ชั่วโมงที่	ตัวชี้วัด	สมรรถนะ	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	สถานการณ์เพื่อการจัดการเรียนรู้	ชิ้นงาน/ภาระงาน	พฤติกรรมบ่งชี้เพื่อการวัดผลและประเมินผล
						2. **การสื่อสาร** • นักเรียนสามารถอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ด้วยภาษาของตนเอง เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการออกแบบลวดลายผ้าไทย โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนได้อย่างถูกต้อง 3. **การรวมพลังทำงานเป็นทีม** • นักเรียนสามารถลงมือปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันทำกิจกรรมผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลงโดยมีการวางแผน แบ่งหน้าที่และตัดสินใจร่วมกันในการออกแบบลายผ้าได้สำเร็จ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.1 ทำความรู้จักการแปลง**	**เวลา 1 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

สาระการเรียนรู้

1. การแปลงเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของวัตถุ โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาด รูปร่าง ตำแหน่ง หรือทิศทางของวัตถุ ซึ่งสิ่งสำคัญของการแปลงคือ จุดทุกจุดของวัตถุที่อยู่ที่เดิม (หรือขนาดเดิม) จะต้องมีการส่งไปยังวัตถุที่ตำแหน่งใหม่ (หรือขนาดใหม่) ทุกจุด จุดต่อจุด
2. จุด P' เป็นภาพที่ได้จากการแปลงจุด P จะกล่าวว่า จุด P และ จุด P' เป็นจุดที่สมนัยกัน และแต่ละจุด P ใด ๆ จะมีจุด P' เพียงจุดเดียวเท่านั้นที่สมนัยกับจุด P
3. การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่จะให้ภาพที่มีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเดียวกันกับรูปต้นแบบเสมอ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูแสดงบัตรภาพสิ่งของต่าง ๆ ในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับการแปลงทางเรขาคณิต ได้แก่ บันไดเลื่อน รถจักรยานยนต์ กระดานหก นาฬิกา ลูกโป่ง แล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเกี่ยวกับภาพสิ่งของ

สื่อและแหล่งเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. บัตรภาพสิ่งของที่เกี่ยวข้องกับการแปลงทางเรขาคณิต
   - บันไดเลื่อน
   - รถจักรยานยนต์
   - กระดานหก
   - นาฬิกา
   - ลูกโป่ง
2. บัตรภาพตัวอย่างการเลื่อนขนาน
   - การเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม
   - จรวด
3. บัตรภาพตัวอย่างการสะท้อน
   - การสะท้อนรูปสามเหลี่ยม
   - เพชร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง เรื่องที่ 8.1 ทำความรู้จักการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2		
จุดประสงค์การเรียนรู้ **ด้านความรู้** 1. นักเรียนสามารถบอกจุดที่สมนัยกัน ด้านที่สมนัยกัน และมุมที่สมนัยกันของการแปลงทางเรขาคณิต **ด้านทักษะและกระบวนการ** 1. นักเรียนสามารถสื่อสารและสื่อความหมายเกี่ยวกับจุดที่สมนัยกัน ด้านที่สมนัยกัน และมุมที่สมนัยกันด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ **ด้านคุณลักษณะ** 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้	คำถามที่ใช้มีดังนี้ • จากภาพ เมื่อบันไดเลื่อน รถจักรยานยนต์ กระดานหก และเข็มนาฬิกา เคลื่อนที่ไปแล้ว ตำแหน่ง ขนาด และรูปร่าง มีสิ่งใดที่เปลี่ยนแปลง และมีสิ่งใดที่ไม่เปลี่ยนแปลง [สิ่งที่เปลี่ยนแปลงไปคือ ตำแหน่ง และสิ่งที่ไม่เปลี่ยนแปลง คือ ขนาดและรูปร่าง] • จากภาพการเป่าลูกโป่ง ถ้าผู้หญิงคนนี้ทำลูกโป่งหลุดมือ ตำแหน่ง ขนาด และรูปร่าง จะเปลี่ยนไปอย่างไร [ลูกโป่งจะเคลื่อนที่ไปโดยที่ขนาดจะเล็กลง และรูปร่างจะเปลี่ยนไปเหมือนกับสภาพของลูกโป่งที่ยังไม่ได้เป่าลม] 2. ครูแนะนำนักเรียนว่า การเคลื่อนที่หรือการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุจากตัวอย่างที่ยกมา ไม่ว่าจะเป็นการเปลี่ยนแปลงของรูปร่าง ตำแหน่ง หรือทิศทางของวัตถุนั้น เราจะเรียกว่า การแปลง **ขั้นสอน** 3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า สิ่งที่สำคัญของการแปลง คือ จุดทุกจุดของวัตถุที่อยู่ที่เดิม (หรือขนาดเดิม) จะต้องส่งไปยังวัตถุที่ตำแหน่งใหม่ (หรือขนาดใหม่) ทุกจุด จุดต่อจุด และในทางเรขาคณิตก็มีการแปลงที่กล่าวถึงความเกี่ยวข้องกันระหว่างรูปเรขาคณิตก่อนการแปลงและรูปเรขาคณิตหลังการแปลง โดยเรียกชื่อการแปลงนี้ว่า การแปลงทางเรขาคณิต หรือเรียกสั้น ๆ ว่า การแปลง	4. บัตรภาพตัวอย่างการหมุน • การหมุนรูปสามเหลี่ยม • กังหัน **ชิ้นงาน/ภาระงาน** 1. แบบฝึกหัด 1 : สิ่งที่สมนัยกัน **การวัดและประเมินผล** 1. ตรวจแบบฝึกหัด 1 โดยตอบได้ถูกต้อง 9 ข้อ จาก 12 ข้อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.1 ทำความรู้จักการแปลง**	**เวลา 1 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน

1. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อแสดงความเข้าใจเกี่ยวกับจุดที่สมนัยกัน ด้านที่สมนัยกัน และมุมที่สมนัยกัน

4. ครูวาดรูป ก และรูป ข บนกระดาน ดังรูป แล้วอธิบายกับนักเรียนว่า รูป ก เป็นรูปเรขาคณิตก่อนการแปลง หรือเรียกว่า รูปต้นแบบ และรูป ข เป็นรูปเรขาคณิตหลังการแปลงรูป ก หรือเรียกว่า ภาพที่ได้จากการแปลง พร้อมทั้งเขียนคำทั้งสองกำกับไว้ที่ รูป ก และรูป ข

รูปต้นแบบ **ภาพที่ได้จากการแปลง**

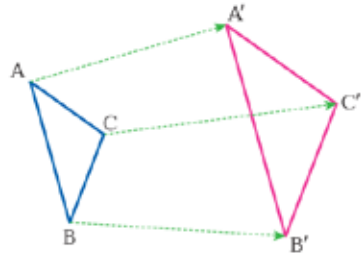
รูป ก รูป ข

จากนั้น ครูวาดจุด P และจุด P’ ดังรูป และแนะนำนักเรียนว่า จุด P อยู่บนรูป ก และจุด P’ (อ่านว่า พีไพร์ม) บนรูป ข ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการแปลงจุด P เรากล่าวว่า จุด P และ จุด P’ เป็นจุดที่ “สมนัยกัน” และแต่ละจุด P ใด ๆ บนรูป ก จะมีจุด P’ บนรูป ข เพียงจุดเดียวเท่านั้นที่สมนัยกับจุด P

รูป ก รูป ข

สำหรับบทการแปลงทางเรขาคณิต ให้ถือว่า ตัวอักษรที่มีสัญลักษณ์ ’ (อ่านว่า ไพร์ม) ปรากฏอยู่ จะแทนจุดที่ได้จากการแปลง เช่น จุด A’ เป็นจุดที่ได้จากการแปลงจุด A

5. ครูยกตัวอย่างภาพการแปลง ΔABC บนกระดาน โดยกำหนดให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการแปลง ΔABC จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาและร่วมกันบอกว่า จุดคู่ใดเป็นจุดคู่ที่สมนัยกัน

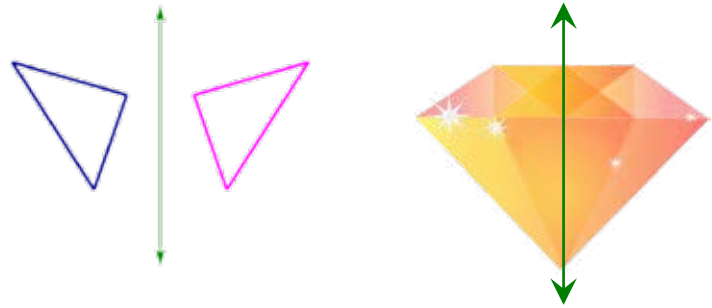


จากรูป จุด A และจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน
จุด B และจุด B' เป็นจุดที่สมนัยกัน
จุด C และจุด C' เป็นจุดที่สมนัยกัน

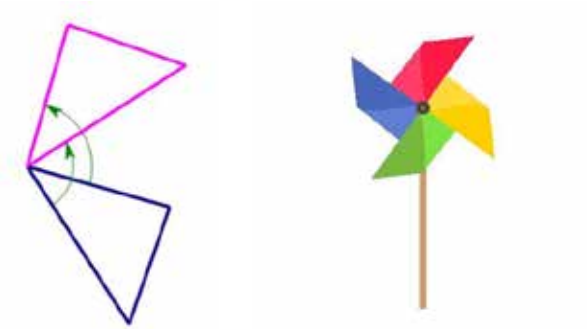
6. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า นอกจากนี้ เราสามารถสังเกตด้านที่สมนัยกันและมุมที่สมนัยกันได้อีกด้วย จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันบอกว่า ด้านคู่ใดเป็นจุดคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ใดเป็นมุมที่สมนัยกัน โดยให้ครูตรวจสอบความถูกต้อง

$\overline{AB}$ และ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
$\overline{BC}$ และ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
$\overline{CA}$ และ $\overline{C'A'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
$A\hat{B}C$ และ $A'\hat{B}'C'$ เป็นมุมที่สมนัยกัน
$B\hat{C}A$ และ $B'\hat{C}'A'$ เป็นมุมที่สมนัยกัน
$C\hat{A}B$ และ $C'\hat{A}'B'$ เป็นมุมที่สมนัยกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 > หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง (ตอนที่ 1) สำหรับครูผู้สอน : ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 8.1 ทำความรู้จักการแปลง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	7. ครูแสดงบัตรภาพตัวอย่างการเลื่อนขนาน ตัวอย่างการสะท้อน และตัวอย่างการหมุนตามลำดับ แล้วแนะนำนักเรียนว่า การแปลงทางเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานและศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะกล่าวถึงการแปลงทางเรขาคณิต 3 แบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ดังนี้ การแปลงที่เป็นการเลื่อนขนาน (ครูอธิบายคร่าว ๆ ว่า เป็นการเลื่อนรูปสามเหลี่ยมหรือรูปใด ๆ ไปในแนวเส้นตรง ไปในทิศทางใดก็ได้ โดยไม่มีการพลิกรูปหรือหมุนรูป) ดังรูป การแปลงที่เป็นการสะท้อน (ครูอธิบายคร่าว ๆ ว่า เป็นการสะท้อนรูปสามเหลี่ยมหรือรูปใด ๆ โดยมีเส้นตรงใดเส้นตรงหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน) ดังรูป 	

การแปลงที่เป็นการหมุน (ครูอธิบายคร่าว ๆ ว่า เป็นการหมุนรูปสามเหลี่ยมหรือรูปใด ๆ รอบจุดคงที่จุดหนึ่ง) ดังรูป



จากนั้น ครูถามนักเรียนเพื่อให้สังเกตรูปเกี่ยวกับการแปลงซึ่งเป็นตัวอย่างของการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ว่าภาพที่ได้จากการแปลงแต่ละแบบจะมีรูปร่างและขนาดเปลี่ยนไปจากรูปต้นแบบหรือไม่ อย่างไร [รูปร่างและขนาดไม่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งภาพที่ได้จากการแปลงจะมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเดียวกันกับรูปต้นแบบเสมอ]

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1 : สิ่งที่สมนัยกัน จากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดาน โดยให้นักเรียนช่วยกันบอกคำตอบที่ได้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องที่ 8.1 ทำความรู้จักการแปลง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ขั้นสรุป 9. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ดังนี้ • การแปลงเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของวัตถุ โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาด รูปร่าง ตำแหน่ง หรือทิศทางของวัตถุ ซึ่งสิ่งสำคัญของการแปลงคือ จุดทุกจุดของวัตถุที่อยู่ที่เดิม (หรือขนาดเดิม) จะต้องมีการส่งไปยังวัตถุที่ตำแหน่งใหม่ (หรือขนาดใหม่) ทุกจุด จุดต่อจุด • จุด P' เป็นภาพที่ได้จากการแปลงจุด P จะกล่าวว่า จุด P และ จุด P' เป็นจุดที่สมนัยกัน และแต่ละจุด P ใด ๆ จะมีจุด P' เพียงจุดเดียวเท่านั้นที่สมนัยกับจุด P • การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่จะให้ภาพที่มีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเดียวกันกับรูปต้นแบบเสมอ	

สาระการเรียนรู้

1. การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางเท่ากันตามที่กำหนด
2. สมบัติของการเลื่อนขนาน
   1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการ
   2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น
   3) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกันและยาวเท่ากัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูแสดงบัตรภาพการเคลื่อนที่ของรถจักรยานยนต์ ให้นักเรียนสังเกต ดังรูป

จากนั้น ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า รถจักรยานยนต์มีการเคลื่อนที่ไปในแนวเส้นตรงไปข้างหน้า ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง แต่ขนาดและรูปร่างคงเดิม การเคลื่อนที่ในลักษณะนี้เรียกว่า การเลื่อนขนาน

ขั้นสอน

2. ครูยกตัวอย่างสิ่งของในห้องเรียนที่มีการเคลื่อนที่ในลักษณะเดียวกับรถจักรยานยนต์ที่ยกตัวอย่าง เช่น การเปิด-ปิดประตูบานเลื่อน การดึงลิ้นชัก การเลื่อนใบมีดเพื่อใช้งานคัตเตอร์ เพื่อให้นักเรียนสังเกตว่า การเคลื่อนที่ของสิ่งของเหล่านี้ จะเคลื่อนที่ไปในแนวเส้นตรง ซึ่งเป็นลักษณะของการเลื่อนขนาน

สื่อและแหล่งเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 2

1. บัตรภาพการเคลื่อนที่ของรถจักรยานยนต์
2. อุปกรณ์กิจกรรมสำรวจการเลื่อนขนาน
   - ไม้บรรทัด
   - กระดาษกริด 2 แผ่น

ชั่วโมงที่ 3

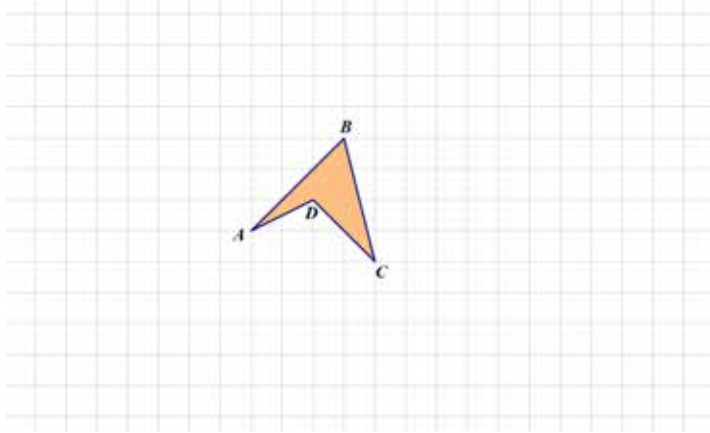
1. แบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก ตอนที่ 1

ชั่วโมงที่ 4

1. แบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก ตอนที่ 2 และตอนที่ 3

ชั่วโมงที่ 5

1. บัตรภาพโต๊ะรองรีดผ้า
2. บัตรภาพแม่แรง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2** **เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน** **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**เวลา 4 ชั่วโมง** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**
3. ทิศทางและระยะทางที่กำหนดในการเลื่อนขนาน เรียกว่า เวกเตอร์ 4. การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะต้องวิเคราะห์เวกเตอร์ของการเลื่อนขนานก่อน จากนั้น เลื่อนขนานจุดยอดบนรูปต้นแบบแล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเหล่านั้น 5. การประยุกต์ของการเลื่อนขนาน **จุดประสงค์การเรียนรู้** **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ 1. บอกความหมายและสมบัติของการเลื่อนขนานบนระนาบ 2. บอกพิกัดของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ 3. นำความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนานไปใช้ในการแก้ปัญหา	3. ครูอธิบายความหมายของการเลื่อนขนานบนระนาบ และเขียนความหมายบนกระดานดังนี้ การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางเท่ากันตามที่กำหนด 4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อทำกิจกรรมสำรวจการเลื่อนขนาน โดยทำกิจกรรมตามลำดับขั้นตอน โดยครูแสดงตัวอย่างประกอบการอธิบายขั้นตอน ดังนี้ 1) วาดรูปสามเหลี่ยมหรือรูปสี่เหลี่ยมให้จุดยอดมุมอยู่ที่จุดตัดของตารางกริด 4 รูป ให้เหมือนกัน จากนั้นตัดรูปดังกล่าว แล้วแจกให้สมาชิกในกลุ่มคนละ 1 รูป 2) สมาชิกในกลุ่มวางกระดาษรูปต้นแบบให้ตรงกับจุดตัดของตารางกริดในลักษณะเดียวกัน จากนั้นวาดรูปโดยลากตามขอบของกระดาษรูปต้นแบบแล้วเขียนชื่อจุดเป็น จุด A, B, C, ... ตามกระดาษรูปต้นแบบ ให้รูปที่ได้เป็นรูปต้นแบบ  	**ชิ้นงาน/ภาระงาน** 1. แบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก **การวัดและประเมินผล** 1. ตรวจแบบฝึกหัด 2 โดยตอบได้ถูกต้องทั้งหมด 8 ข้อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน**	**เวลา 4 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

ด้านทักษะและกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน

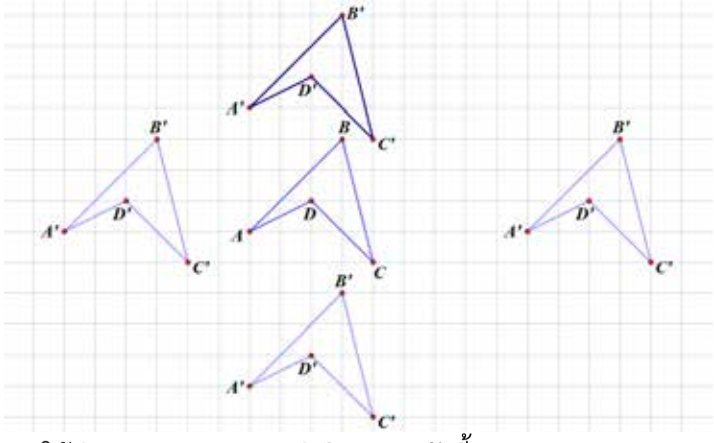
ด้านคุณลักษณะ

1. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม
3. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้

สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน

1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนานมาแก้ปัญหา

3) เลื่อนกระดาษรูปต้นแบบไปในทิศทางใดก็ได้จาก 4 ทิศทาง ได้แก่ ทางซ้าย ทางขวา ขึ้นบน และลงล่าง โดยสมาชิกในกลุ่มเดียวกันให้เลื่อนไปในทิศทางที่แตกต่างกัน จากนั้นวาดรูปโดยลากตามขอบของกระดาษรูปต้นแบบ แล้วตั้งชื่อจุดเป็น จุด A', B', C', ... ให้รูปที่ได้เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน



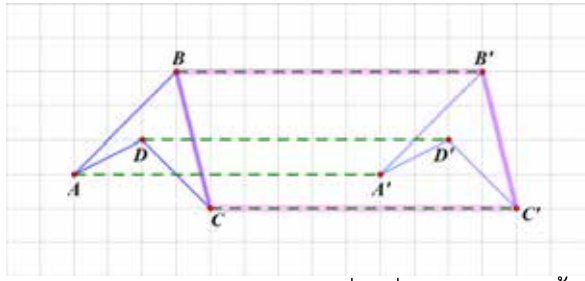
จากนั้น ครูใช้คำถามประกอบการทำกิจกรรม ดังนี้

- ความยาวของด้านของรูปต้นแบบและความยาวของด้านของภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด [ยาวเท่ากัน เพราะสร้างมาจากรูปเดียวกัน]
- รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน สามารถทับกันสนิทหรือไม่ เพราะเหตุใด [ทับกันสนิท เพราะสร้างมาจากรูปเดียวกัน]

จากนั้น ครูให้นักเรียนลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่สมนัยกันให้ครบทุกคู่ แล้วครูใช้คำถามให้นักเรียนสังเกต ดังนี้

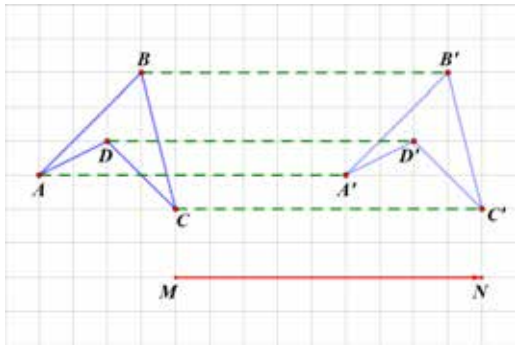
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ (ตอนที่ 1) รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง

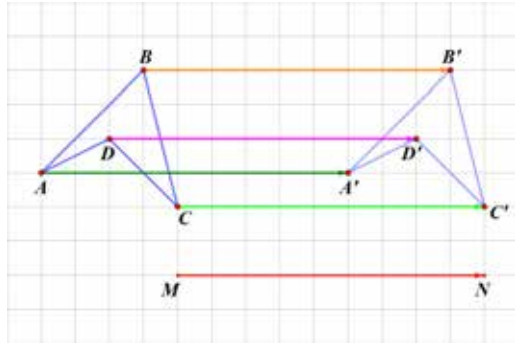
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน	• ส่วนของเส้นตรงที่สร้างยาวเท่ากันทุกเส้นหรือไม่ ทราบได้อย่างไร [ยาวเท่ากัน ทราบได้จากการนับช่องบนตารางกริด] จากนั้น ครูอธิบายว่า ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน เพราะจุดบนรูปต้นแบบถูกเลื่อนขนานไปในแนวเส้นตรง ทิศทางเดียวกัน และระยะทางเท่ากัน 5. ครูอธิบายกับนักเรียนเพิ่มเติมว่า ผลจากการทำกิจกรรมสำรวจการเลื่อนขนาน เป็นไปตามสมบัติของการเลื่อนขนาน จากนั้นครูเขียนสมบัติของการเลื่อนขนานบนกระดาน ดังนี้ 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการ 2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น 3) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรงนั้น จะขนานกันและยาวเท่ากัน 6. ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่า ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ขนานกัน และส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรงนั้นขนานกัน โดยพิจารณาจากรูปสี่เหลี่ยม BB'C'C	



จากรูป จะเห็นว่า ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยม BB'C'C ทั้งสองคู่ ยาวเท่ากัน ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยม BB'C'C เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ทำให้ได้ว่า $\overline{BB'}$ ขนานกับ $\overline{CC'}$ และ $\overline{BC}$ ขนานกับ $\overline{B'C'}$

7. ครูแนะนำเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน โดยอธิบายว่า ทิศทางและระยะทางที่กำหนดในการเลื่อนขนาน เรียกว่า เวกเตอร์ จากนั้นเขียนแสดงเวกเตอร์บนสื่อกระดานกริดและแนะนำว่า ลูกศร MN มีจุดเริ่มต้นที่จุด M และจุดสิ้นสุดที่จุด N ใช้บอกทิศทางการเลื่อนขนานไปทางขวา ด้วยระยะทาง 9 หน่วย ซึ่งสอดคล้องกับความยาวของลูกศร MN และแนะนำว่า อาจใช้สัญลักษณ์ $\overrightarrow{MN}$ แทนเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน



หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	8. ครูแนะนำนักเรียนเพิ่มเติมว่า เวกเตอร์ของการเลื่อนขนานสามารถแสดงได้หลายเวกเตอร์ เช่น $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ หรือ $\overrightarrow{DD'}$  **ขั้นสรุป** 9. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน ดังนี้ • การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางเท่ากันตามที่กำหนด • สมบัติของการเลื่อนขนาน 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการ	

2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น

3) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรงนั้น จะขนานกันและยาวเท่ากัน

- เวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน ใช้บอกทิศทางและระยะทางที่กำหนดในการเลื่อนขนาน ซึ่งทิศทางจะเป็นไปตามทิศทางของลูกศร และระยะทางเท่ากับความยาวของลูกศร

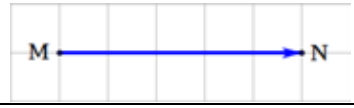
ชั่วโมงที่ 3

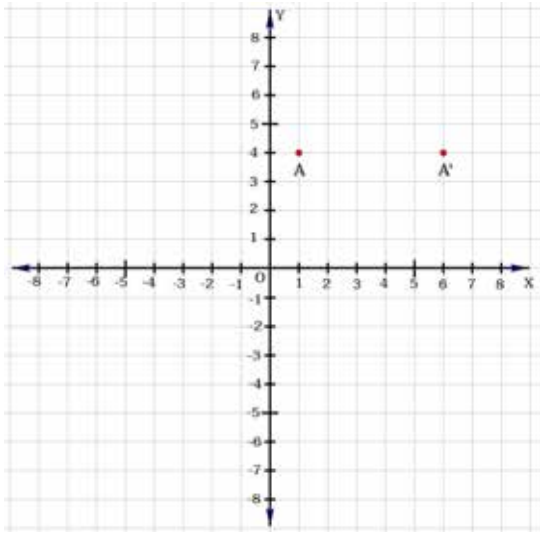
ขั้นนำ

1. ครูนำนักเรียนทบทวนระบบพิกัดฉาก โดยเขียนจุดบนระบบพิกัดฉาก แล้วให้นักเรียนอ่านพิกัดของจุดนั้น โดยพิกัดของจุดที่ให้นักเรียนอ่านจะต้องอยู่ในจตุภาคที่ 1 ถึงจตุภาคที่ 4 หรืออยู่บนแกนด้วย เช่น (4, 3), (-3, -7), (0, -1), (6, 0), (2, -4), (0,-8), (-5, 0), (-5, 6)

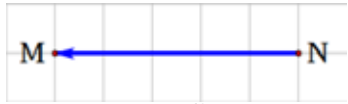
ขั้นสอน

2. ครูวาดเวกเตอร์ MN บนระบบพิกัดฉาก ดังรูป จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์เวกเตอร์ ดังนี้



หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	• เวกเตอร์ MN แสดงทิศทางในการเลื่อนขนานอย่างไร [ไปทางขวาตามแนวแกน X] • เวกเตอร์ MN แสดงระยะทางในการเลื่อนขนานเท่าใด [5 หน่วย] 3. ครูเขียนจุด A(1, 4) ซึ่งเป็นรูปต้นแบบ บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นแสดงการเลื่อนขนานโดยใช้เวกเตอร์ MN โดยอธิบายกับนักเรียนว่า จุด A จะเลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X เป็นระยะทาง 5 หน่วย จะได้จุด A' ที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน คือ จุด (6, 4)  จากนั้นครูให้ตัวแทนนักเรียนออกมาเขียนจุด B(-5, 4), จุด C(-4, 0) และจุด D(-7, -6) บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นให้เลื่อนขนานจุดเหล่านี้ ด้วยเวกเตอร์ MN และบอกพิกัดของจุด B', จุด C' และจุด D' แล้วให้เพื่อนร่วมกันตรวจสอบคำตอบ [จุด B'(0, 4), จุด C'(1, 0) และจุด D'(-2, -6)]	

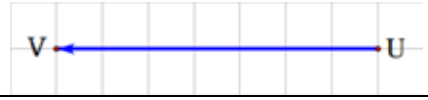
4. ครูวาดเวกเตอร์ NM บนระบบพิกัดฉาก ดังรูป จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์เวกเตอร์ ดังนี้



- เวกเตอร์ NM มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดที่จุดใด [จุดเริ่มต้นอยู่ที่จุด N และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด M]
- เวกเตอร์ NM แสดงทิศทางในการเลื่อนขนานอย่างไร [ไปทางซ้ายตามแนวแกน X]
- เวกเตอร์ NM แสดงระยะทางในการเลื่อนขนานเท่าใด [5 หน่วย]
- เวกเตอร์ NM และเวกเตอร์ MN เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร [เวกเตอร์ทั้งสองเลื่อนขนานไปด้วยระยะทางที่เท่ากัน แต่ทิศทางตรงข้ามกัน หรือมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดแตกต่างกัน]

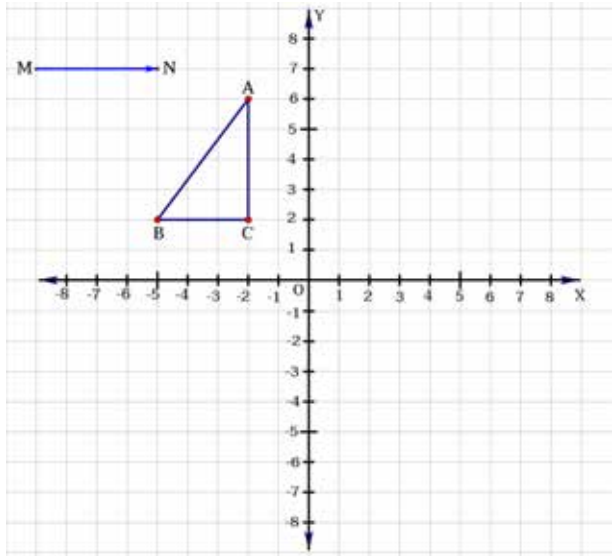
ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า นักเรียนจะต้องสังเกตเวกเตอร์ให้ดีว่ามีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่ที่ใด ซึ่งเวกเตอร์ MN และเวกเตอร์ NM อาจแสดงทิศทางการเลื่อนขนานที่แตกต่างกัน

5. ครูวาดเวกเตอร์ UV บนระบบพิกัดฉาก ดังรูป จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์เวกเตอร์ ดังนี้



หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	• เวกเตอร์ UV แสดงทิศทางในการเลื่อนขนานอย่างไร [ไปทางซ้ายตามแนวแกน X] • เวกเตอร์ UV แสดงระยะทางในการเลื่อนขนานเท่าใด [7 หน่วย] 6. ครูให้ตัวแทนนักเรียนออกมาเขียนจุด E(6, 3), จุด F(0, 7) และจุด G(8, -5) บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นให้เลื่อนขนานจุดเหล่านี้ ด้วยเวกเตอร์ UV และบอกพิกัดของจุด E', จุด F' และจุด G' แล้วให้เพื่อนร่วมกันตรวจสอบคำตอบ [จุด E'(-1, 3), จุด F'(-7, 7) และจุด G'(1, -5)] 7. ครูให้นักเรียนสังเกตพิกัดของจุดที่เป็นรูปต้นแบบและพิกัดของจุดที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน โดยใช้คำถามดังนี้ • ในการเลื่อนขนานตามแนวแกน X พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y) พิกัดใดที่เปลี่ยนไป และพิกัดใดที่เหมือนเดิม [พิกัดที่หนึ่ง (x) เปลี่ยนไป แต่พิกัดที่สอง (y) เหมือนเดิม] 8. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จากแบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก ตอนที่ 1 ข้อที่ 1 เพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเมื่อรูปต้นแบบเป็นรูปหลายเหลี่ยม และเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานแสดงการเลื่อนขนานตามแนวแกน X โดยครูให้นักเรียนวิเคราะห์เวกเตอร์ และอธิบายว่า การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของรูปหลายเหลี่ยม สามารถหาได้โดยหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของจุดยอดบนรูปต้นแบบ จากนั้น ลากเส้นเชื่อมจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเหล่านั้น	

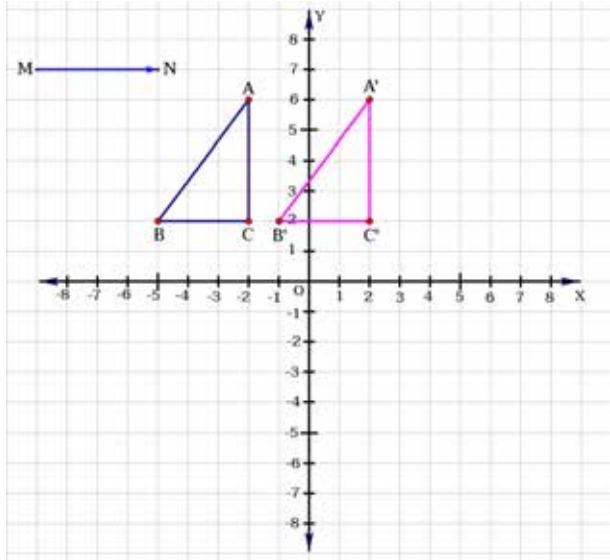
ข้อที่ 1 กำหนด ΔABC มีจุด A(-2, 6), จุด B(-5, 2) และจุด C(-2, 2) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



วิธีทำ เวกเตอร์ MN แสดงการเลื่อนขนานไปทางขวาตามแนวแกน X ไปเป็นระยะทาง 4 หน่วย

จากจุด A(-2, 6) เลื่อนจุด A ไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วย จะได้จุด A'(2, 6)

จากจุด B(-5, 2) เลื่อนจุด B ไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วย จะได้จุด B'(-1, 2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	จากจุด C(-2, 2) เลื่อนจุด C ไปทางขวาตามแนวแกน X C หน่วย จะได้จุด C'(2, 2) ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$ จะได้ ΔA'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ มีจุดยอดเป็น A'(2, 6), B'(-1, 2) และ C'(2, 2)  9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก ตอนที่ 1 ข้อที่ 2 และข้อที่ 3 จากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดานโดยให้นักเรียนช่วยกันบอกวิธีคิดและคำตอบที่ได้	

ขั้นสรุป

10. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมตามแนวแกน X บนระบบพิกัดฉาก ดังนี้
    - การเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมตามแนวแกน X พิกัดที่หนึ่ง (x) ของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเปลี่ยนแปลงไป แต่พิกัดที่สอง (y) เหมือนเดิม
    - การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะต้องวิเคราะห์เวกเตอร์ของการเลื่อนขนานก่อน จากนั้น เลื่อนขนานจุดยอดบนรูปต้นแบบแล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเหล่านั้น

ชั่วโมงที่ 4

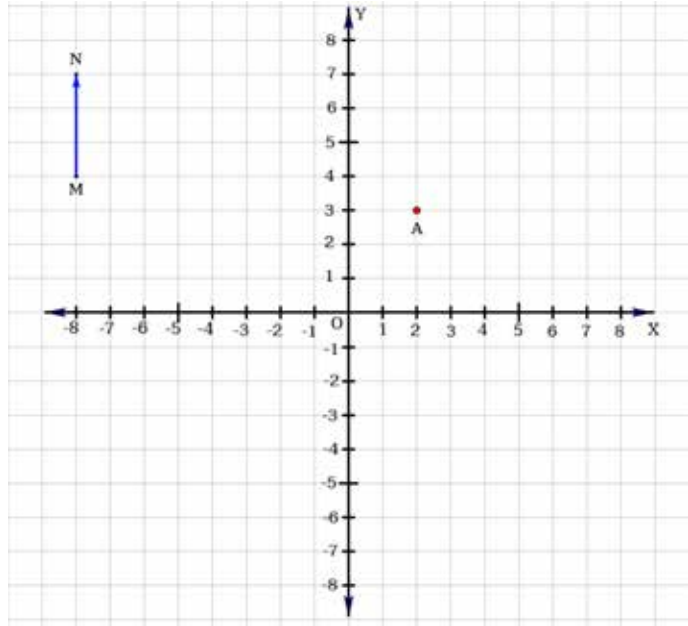
ขั้นนำ

1. ครูนำนักเรียนทบทวนการเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมตามแนวแกน X บนระบบพิกัดฉาก โดยใช้คำถามดังนี้
    - ในการเลื่อนขนานตามแนวแกน X พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y) พิกัดใดที่เปลี่ยนไป และพิกัดใดที่เหมือนเดิม [พิกัดที่หนึ่ง (x) เปลี่ยนไป แต่พิกัดที่สอง (y) เหมือนเดิม]
    - การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะต้องทำอย่างไรบ้าง [วิเคราะห์เวกเตอร์ของการเลื่อนขนานก่อน จากนั้น เลื่อนขนานจุดยอดบนรูปต้นแบบแล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเหล่านั้น]

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2** **เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน** **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**เวลา 4 ชั่วโมง** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

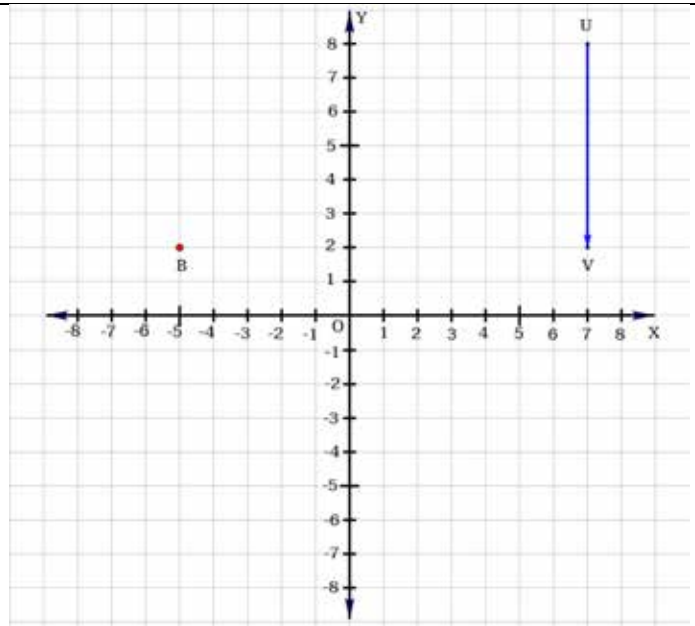
ขั้นสอน

2. ครูวาดเวกเตอร์ MN และเขียนจุด A (2, 3) บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์เวกเตอร์ และหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ดังนี้



- เวกเตอร์ MN แสดงการเลื่อนขนานอย่างไร [ขึ้นไปด้านบนตามแนวแกน Y เป็นระยะทาง 3 หน่วย]
- พิกัดของจุด A' ที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด A คือพิกัดใด [(2, 6)]

3. ครูวาดเวกเตอร์ UV และเขียนจุด B (-5, 2) บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์เวกเตอร์ และหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ดังนี้



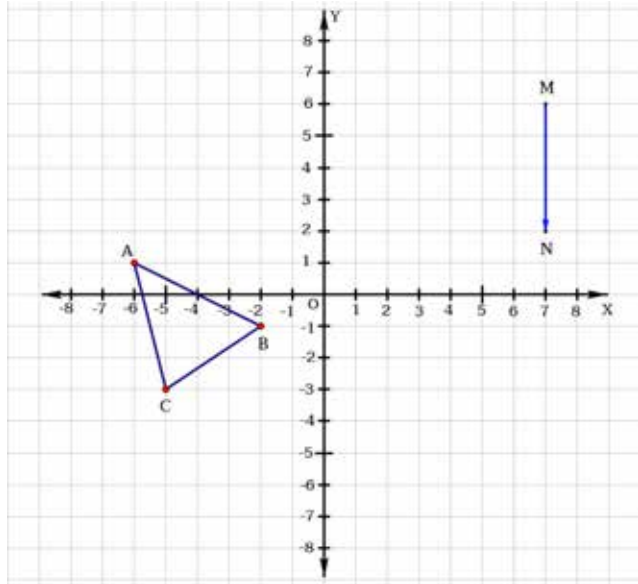
- เวกเตอร์ UV แสดงการเลื่อนขนานอย่างไร [ลงมาด้านล่างตามแนวแกน Y เป็นระยะทาง 6 หน่วย]
- พิกัดของจุด B' ที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด B คือพิกัดใด [(-5, -4)]

4. ครูให้นักเรียนสังเกตพิกัดของจุดที่เป็นรูปต้นแบบและพิกัดของจุดที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน โดยใช้คำถามดังนี้
   - ในการเลื่อนขนานตามแนวแกน Y พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y) พิกัดใดที่เปลี่ยนไป และพิกัดใดที่เหมือนเดิม [พิกัดที่หนึ่ง (x) เหมือนเดิม แต่พิกัดที่สอง (y) เปลี่ยนไป]

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน**	**เวลา 4 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

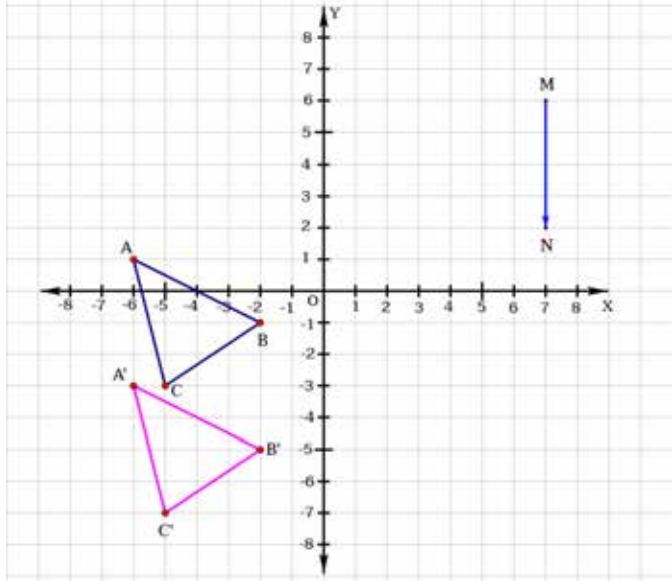
5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จากแบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก ตอนที่ 2 ข้อที่ 1 เพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเมื่อรูปต้นแบบเป็นรูปหลายเหลี่ยม และเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานแสดงการเลื่อนขนานตามแนวแกน Y

ข้อที่ 1 กำหนด ΔABC มีจุด A (-6, 1), จุด B(-2, -1) และจุด C(-5, -3) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'

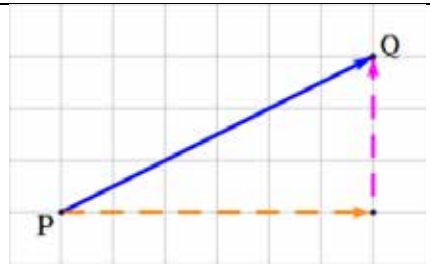


วิธีทำ เวกเตอร์ MN แสดงการเลื่อนขนานลงมาตามแนวแกน Y ไปเป็นระยะทาง 4 หน่วย

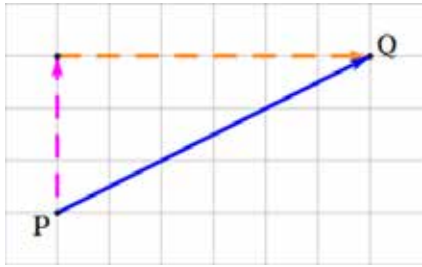
จากจุด A(-6, 1) เลื่อนจุด A ลงมาตามแนวแกน Y 4 หน่วย
จะได้จุด A’(-6, 3)
จากจุด B(-2, -1) เลื่อนจุด B ลงมาตามแนวแกน Y 4 หน่วย
จะได้จุด B’(-2, -4)
จากจุด C(-5, -3) เลื่อนจุด C ลงมาตามแนวแกน Y C หน่วย
จะได้จุด C’(-5, -7)
ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$
จะได้ ΔA’B’C’ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$
มีจุดยอดเป็น A’(-6, 3), B’(-2, -4) และ C’(-5, -7)



หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	6. ครูวาดเวกเตอร์ PQ บนระบบพิกัดฉาก ดังรูป จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์เวกเตอร์ ดังนี้ • เวกเตอร์ PQ มีจุดใดเป็นจุดเริ่มต้น และมีจุดใดเป็นจุดสิ้นสุด [มีจุด P เป็นจุดเริ่มต้น และมีจุด Q เป็นจุดสิ้นสุด] • จุด Q อยู่ห่างจากจุด P ตามแนวแกน X ไปทางใด และระยะทางกี่หน่วย [ห่างจากจุด P ไปทางขวาตามแนวแกน X 6 หน่วย] • จุด Q อยู่ห่างจากจุด P ตามแนวแกน Y ไปทางใด และระยะทางกี่หน่วย [ห่างจากจุด P ไปข้างบนตามแนวแกน Y 3 หน่วย] • เวกเตอร์ PQ แสดงทิศทางและระยะทางในการเลื่อนขนานอย่างไร [เลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X 6 หน่วย และเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 3 หน่วย] ครูวาดลูกศรตามแนวแกน X และแนวแกน Y ให้นักเรียนเห็นระยะทางของการเลื่อนขนานว่า เวกเตอร์ PQ แสดงการเลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X 6 หน่วย และเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 3 หน่วย ดังรูป	

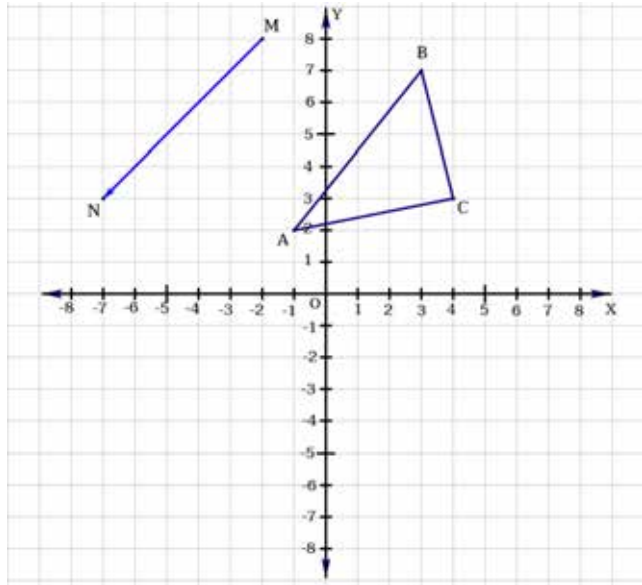


จากนั้น ครูอธิบายว่า เราสามารถกล่าวได้ว่า เวกเตอร์ PQ แสดงการเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 3 หน่วย และเลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X 6 หน่วย ได้เช่นเดียวกัน

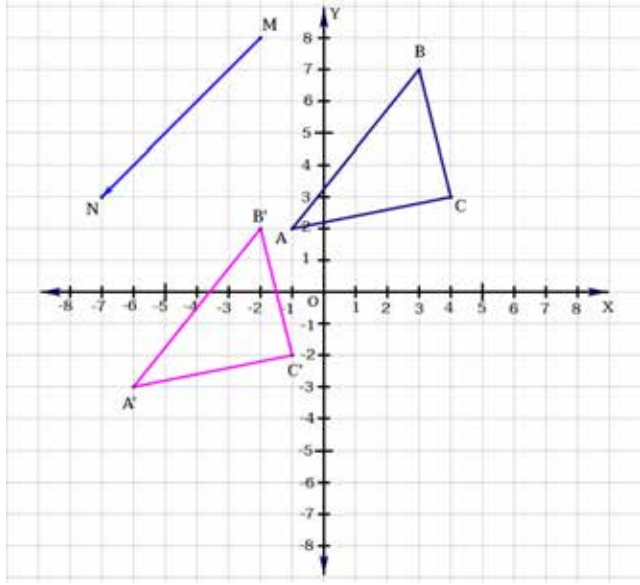


7. ครูเขียนจุด A(1, 3), B(-4, 4), จุด C(-6, -5) และจุด D(0, -6) ซึ่งเป็นรูปต้นแบบบนระบบพิกัดฉาก จากนั้นครูให้ตัวแทนนักเรียนออกมาแสดงการเลื่อนขนานโดยใช้เวกเตอร์ PQ และบอกพิกัดของจุด A', จุด B', จุด C' และจุด D' แล้วให้เพื่อนร่วมกันตรวจสอบคำตอบ [จุด A'(7, 6), จุด B'(2, 7), จุด C'(0, -2) และจุด D' (6, -3)]

จากนั้น ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า การเลื่อนขนานในแนวเฉียง พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y) ของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะเปลี่ยนแปลงไป

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	8. ครูยกตัวอย่างที่ 2 จากแบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก ตอนที่ 3 ข้อที่ 1 เพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเมื่อรูปต้นแบบเป็นรูปหลายเหลี่ยม และเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานเป็นเส้นในแนวเฉียง **ข้อที่ 1** กำหนด ΔABC มีจุด A (-1,2), จุด B(3, 7) และจุด C(4, 3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'  **วิธีทำ** เวกเตอร์ MN แสดงการเลื่อนขนานไปทางซ้ายตามแนวแกน X 5 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 5 หน่วย จากจุด A(-1,2) เลื่อนจุด A ไปทางซ้ายตามแนวแกน X 5 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 5 หน่วย จะได้ จุด A'(-6, -3)	

จากจุด B(3, 7) เลื่อนจุด B ไปทางซ้ายตามแนวแกน X 5 หน่วย
และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 5 หน่วย จะได้ จุด B’(-2, 2)
จากจุด C(4, 3) เลื่อนจุด C ไปทางซ้ายตามแนวแกน X 5 หน่วย
และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 5 หน่วย จะได้ จุด C’(-1, -2)
ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$
จะได้ ΔA’B’C’ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$
มีจุดยอดเป็น A’(-6, -3), B’(-2, 2) และ C’(-1, -2)



หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก ตอนที่ 2 ข้อที่ 2 และตอนที่ 3 ข้อที่ 2 และข้อที่ 3 จากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดานโดยให้นักเรียนช่วยกันบอกวิธีคิดและคำตอบที่ได้ **ขั้นสรุป** 10. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมตามแนวแกน Y และการเลื่อนขนานที่มีเวกเตอร์เป็นเส้นในแนวเฉียง บนระบบพิกัดฉาก ดังนี้ • การเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมตามแนวแกน Y พิกัดที่หนึ่ง (x) ของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะเหมือนเดิม แต่พิกัดที่สอง (y) จะเปลี่ยนแปลงไป • การเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมที่มีเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานเป็นเส้นในแนวเฉียง พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y) ของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้น ในการหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะต้องทราบว่า เวกเตอร์ที่กำหนดให้นั้นเลื่อนขนานตามแนวแกน X และเลื่อนขนานตามแนวแกน Y อย่างไร	

ชั่วโมงที่ 5

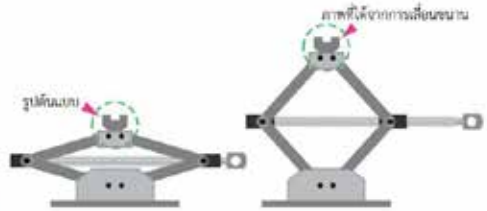
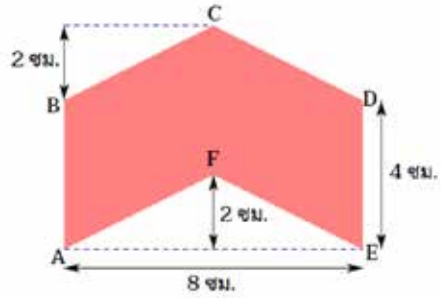
ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความหมายของการเลื่อนขนาน ดังนี้
   - การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางเท่ากันตามที่กำหนด

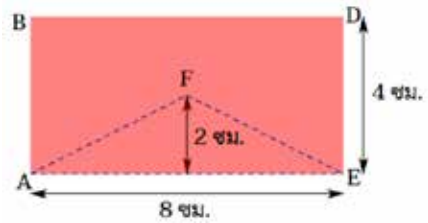
   จากนั้น ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสิ่งของหรืออุปกรณ์ที่เป็นตัวอย่างของการใช้การเลื่อนขนาน [คำตอบมีได้หลากหลาย เช่น คัตเตอร์ ประตูเลื่อน แม่แรง โต๊ะรองรีดผ้า]

ขั้นสอน

2. ครูแสดงภาพโต๊ะรองรีดผ้าหรือแสดงของจริง แล้วอธิบายการทำงานของโต๊ะรองรีดผ้าว่า เราสามารถยกระดับแผ่นรองรีดให้สูงขึ้นหรือต่ำลง เพื่อให้เหมาะสมกับความสูงของผู้ใช้งาน จากนั้นให้นักเรียนสังเกตว่า ส่วนใดของโต๊ะรองรีดผ้าที่ใช้การเลื่อนขนาน โดยอธิบายว่า ก่อนการใช้งาน รูปต้นแบบอยู่ในลักษณะใด และหลังใช้งานภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานอยู่ในลักษณะใด

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องที่ 8.2 แปลงไปด้วยเลื่อนขนาน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	3. ครูแสดงภาพแม่แรงหรือแสดงของจริง แล้วอธิบายการทำงานของแม่แรงว่า แม่แรงเป็นอุปกรณ์ที่ช่วยยกรถ เพื่อให้สะดวกต่อการเปลี่ยนยางรถยนต์หรือบำรุงรักษารถยนต์ โดยจะต้องหมุนคันหมุน (หรือโยกคันโยก) เพื่อปรับให้ส่วนที่ดันรถสูงขึ้นไปดันรถให้สูงขึ้น จากนั้นให้นักเรียนสังเกตว่า ส่วนใดของแม่แรงที่ใช้การเลื่อนขนานโดยอธิบายว่าก่อนการใช้งาน รูปต้นแบบอยู่ในลักษณะใด และหลังใช้งานภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานอยู่ในลักษณะใด  4. ครูวาดรูป ABCDEF บนกระดาน จากนั้นให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูป ABCDEF แล้วให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด  	

ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า เราสามารถใช้การเลื่อนขนานมาช่วยในการหาพื้นที่ของรูปนี้ได้ จากนั้นให้นักเรียนสังเกตว่ารูปสามเหลี่ยม BCD กับรูปสามเหลี่ยม AFE มีขนาดเท่ากัน จึงสามารถเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม BCD มาแทนที่รูปสามเหลี่ยม AFE ได้ จะได้ รูปสี่เหลี่ยม ABDE มีพื้นที่เท่ากับ $4 \times 8 = 32$ ตารางเซนติเมตร ดังรูป



จากนั้น ครูเน้นย้ำกับนักเรียนว่า ในการหาพื้นที่โดยอาศัยการเลื่อนขนาน นักเรียนจะต้องสังเกตลักษณะของรูปต้นแบบและรูปที่จะเลื่อนไปทับว่าสามารถทับกันสนิทหรือไม่ และต้องไม่เปลี่ยนทิศทาง จึงสามารถหาพื้นที่ได้ถูกต้อง

ขั้นสรุป

5. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการประยุกต์ของการเลื่อนขนาน ดังนี้
   - อุปกรณ์หรือสิ่งของใกล้ตัวบางอย่างเป็นตัวอย่างของการใช้การเลื่อนขนาน ซึ่งการพิจารณาว่าส่วนใดของอุปกรณ์นั้นเป็นการเลื่อนขนาน จะต้องดูว่า ส่วนนั้นมีการเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกัน และด้วยระยะทางที่เท่ากัน
   - ในการหาพื้นที่โดยอาศัยการเลื่อนขนานจะต้องสังเกตลักษณะของรูปต้นแบบและรูปที่จะเลื่อนไปทับว่าสามารถทับกันสนิทหรือไม่ และต้องไม่เปลี่ยนทิศทาง จึงสามารถหาพื้นที่ได้ถูกต้อง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน**	**เวลา 4 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

สาระการเรียนรู้

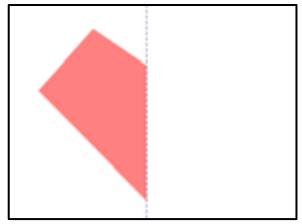
1. การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีเส้นตรง ℓ ที่ตรึงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบ จะมีจุด P′ เป็นจุดคู่สมนัยและเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่
   1) ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วเส้นตรง ℓ จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$
   2) ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้ว จุด P และ จุด P′ เป็นจุดเดียวกัน
2. สมบัติของการสะท้อน
   1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน สามารถทับกันได้สนิท โดยต้องพลิกรูปต้นแบบหรือพลิกภาพที่ได้จากการสะท้อนอย่างหนึ่งอย่างใด หรือกล่าวว่า

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 6

ขั้นนำ

1. ครูสร้างภาพสีชอล์คหรือสีน้ำ (ที่สามารถสร้างรอยเมื่อพับกระดาษทับได้) ดังรูป จากนั้น ครูให้ถามนักเรียนว่า ถ้าครูพับกระดาษตามรอยพับแล้วรีดกระดาษให้สีติดอีกด้านหนึ่ง รูปที่ได้จะเป็นรูปใด [รูปหัวใจ]



2. ครูแนะนำว่า การพับข้างต้นเป็นตัวอย่างของการสะท้อน เรียกรูปเริ่มต้นที่เป็นรูปครึ่งซีกว่ารูปต้นแบบ และเรียกรูปที่เกิดจากการพับสร้างรอยว่า ภาพที่ได้จากการสะท้อน และเรียกรอยพับว่า เส้นสะท้อน จากนั้นแสดงบัตรภาพศิลปะสีน้ำให้นักเรียนดูเพิ่มเติม

ขั้นสอน

3. ครูยกตัวอย่างการส่องกระจกเงาเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเห็นปรากฏการณ์ที่เกี่ยวกับการสะท้อน โดยครูนำกระจกเงามาส่องหน้าชั้นเรียน แล้วยกมือให้นักเรียนสังเกตว่าขนาดของมือที่ปรากฏในกระจกเงามีรูปร่างและขนาดเท่ากับมือของครู แล้วให้นักเรียนสังเกตว่า ครูยกมือขวา แต่ภาพที่ปรากฏในกระจกเป็นภาพครูยกมือซ้าย ครูอธิบายว่า การส่องกระจกเงาเป็นตัวอย่างของการสะท้อนบนระนาบ

สื่อและแหล่งเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 6

1. ภาพสีชอล์คหรือสีน้ำ (ที่สามารถสร้างรอยเมื่อพับกระดาษทับได้)
2. บัตรภาพศิลปะสีน้ำ
3. กระจกเงา
3. บัตรภาพการสะท้อน กรณีที่ 1
4. บัตรภาพการสะท้อน กรณีที่ 2
5. อุปกรณ์กิจกรรมสำรวจการสะท้อน
   - ไม้บรรทัด
   - โพรแทรกเตอร์
   - กระดาษ A4
   - กระดาษรูปต้นแบบ
   - รูปต้นแบบ (ขนาดใหญ่)

รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ

2) จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน หรือเส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน

3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน จะขนานกัน

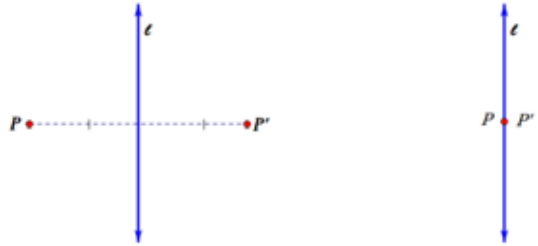
3. การหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ทำได้โดยสร้างรังสีที่มีจุดปลายเป็นจุดบนรูปต้นแบบ และตั้งฉากกับเส้นสะท้อน ตำแหน่งของจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากับที่จุดบนรูปต้นแบบที่สมนัยกันห่างจาก

4. ครูอธิบายความหมายของการสะท้อนบนระนาบ และเขียนความหมายบนกระดานดังนี้

การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีเส้นตรง ℓ ที่ตรึงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบ จะมีจุด P' เป็นจุดคู่สมนัยและเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่

1) ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วเส้นตรง ℓ จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$

2) ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง ℓ แล้วจุด P และจุด P' เป็นจุดเดียวกัน



จากนั้น ครูยกตัวอย่างของการสะท้อนที่มีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน เพิ่มเติมโดยแสดงบัตรภาพการสะท้อนกรณีที่ 1 และกรณีที่ 2 ดังนี้

ชั่วโมงที่ 7

1. บัตรภาพการสะท้อนรูปหลายเหลี่ยม
2. ใบกิจกรรม 1 : ภาพลับจับสะท้อน

ชั่วโมงที่ 8

1. บัตรภาพการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม ABC

ชั่วโมงที่ 9

1. บัตรภาพศิลปะ
2. บัตรภาพลวดลายประตู
3. บัตรภาพกล้องดูแห่
4. บัตรภาพรถพยาบาล 1–2
5. กระจกเงา
6. อุปกรณ์กิจกรรมตุ๊กตาต่อเนื่อง
   - แถบตุ๊กตาต่อเนื่อง 5 ตัว
   - กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 แผ่น
   - กระดาษ A4 2 แผ่น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง | **เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน** | **เวลา 4 ชั่วโมง**

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ | **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์** | **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

เส้นสะท้อน จากนั้นลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนเหล่านั้น

4. การประยุกต์ของการสะท้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

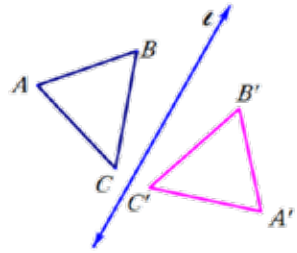
นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายและสมบัติของการสะท้อนบนระนาบ
2. หาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบ
3. บอกพิกัดของจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบ
4. นำความรู้เกี่ยวกับการสะท้อนไปใช้ในการแก้ปัญหา

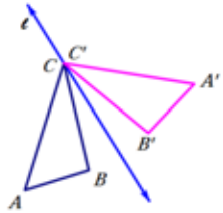
ด้านทักษะและกระบวนการ

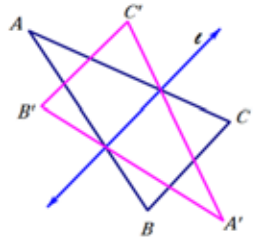
1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการสะท้อน

กรณีที่ 1 ทุกจุดบนรูปต้นแบบไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ

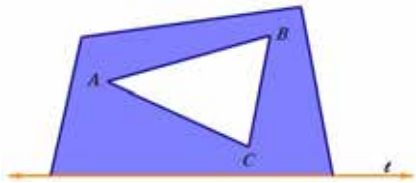


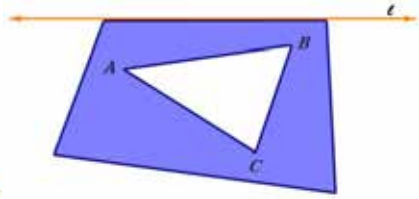
กรณีที่ 2 มีบางจุดบนรูปต้นแบบอยู่บนเส้นตรง ℓ





5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อทำกิจกรรมสำรวจการสะท้อน จากนั้นครูแจกกระดาษรูปต้นแบบให้แต่ละกลุ่มซึ่งจะได้รูปเดียวกัน แล้วครูระบุเส้นสะท้อนอยู่ในแนวนอน แต่แนวของเส้นสะท้อน ℓ และด้านที่ชิดกับเส้นแตกต่างกัน ดังนี้





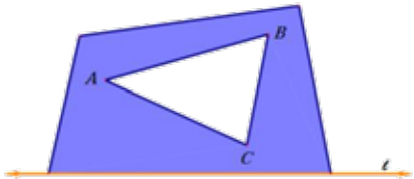
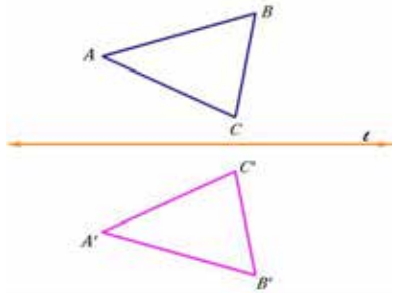
- กรรไกร
- ไม้บรรทัด

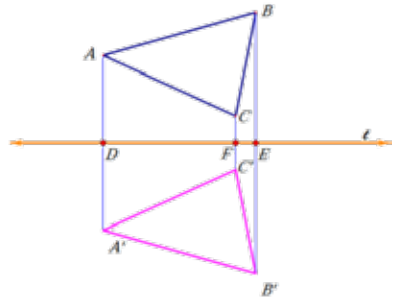
ชิ้นงาน/ภาระงาน

1. ใบกิจกรรม 1 : ภาพลับจับสะท้อน
2. แบบฝึกหัด 3 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก

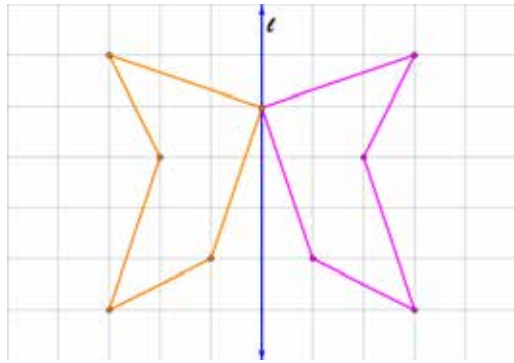
การวัดและประเมินผล

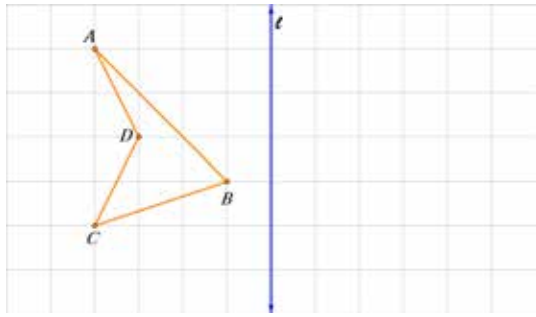
1. ตรวจใบกิจกรรม 1 โดยตรวจสอบว่า สร้างภาพที่ได้จากการสะท้อนถูกต้อง
2. ตรวจแบบฝึกหัด 3 โดยตอบได้ถูกต้องทั้งหมด 3 ข้อ

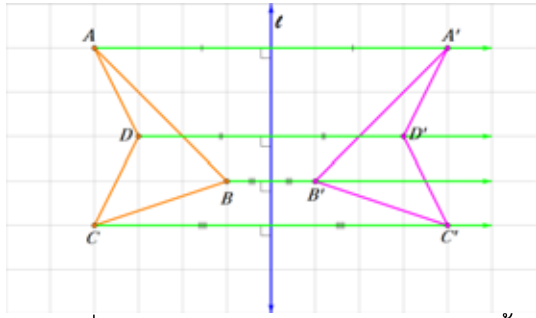
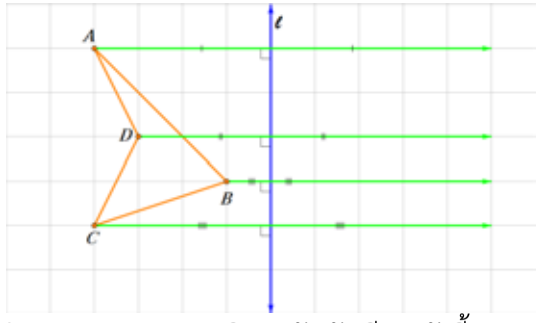
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ด้านคุณลักษณะ 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม 3. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ **สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน** 1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการสะท้อนมาแก้ปัญหา 2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อ	จากนั้นครูให้นักเรียนทำกิจกรรมตามลำดับขั้นตอน โดยครูใช้กระดาษรูปต้นแบบวาดบนกระดาน ประกอบการอธิบายขั้นตอน ดังนี้ 1) วาดเส้นสะท้อน ℓ แล้ววางกระดาษรูปต้นแบบให้ขอบชิดกับเส้นสะท้อน จากนั้นวาดรูปสามเหลี่ยม ABC ลงบนกระดาษ กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปต้นแบบ พร้อมระบุชื่อจุด A, B และ C  2) พลิกกระดาษรูปต้นแบบไปอีกฝั่งของเส้นสะท้อน ℓ แล้ววาดรูปสามเหลี่ยมอีกครั้ง แล้วระบุชื่อจุดที่สมนัยกัน ได้แก่ จุด A', B' และ C' กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน  3) สร้าง $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ตัดกับเส้นสะท้อน ℓ ให้จุดตัด คือ จุด D, E และ F ตามลำดับ	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสะท้อน	 4) วัดความยาวของ $\overline{AD}$, $\overline{DA'}$, $\overline{BE}$, $\overline{EB'}$, $\overline{CF}$ และ $\overline{FC'}$ และวัดขนาดของ $F\hat{D}A$, $F\hat{E}B$ และ $D\hat{F}C$ 6. ครูใช้คำถามให้นักเรียนพิจารณาผลที่ได้จากการทำกิจกรรม เพื่อนำไปสู่สมบัติของการสะท้อน ดังนี้ • รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม A'B'C' สามารถทับกันสนิทหรือไม่ เพราะเหตุใด [ทับกันสนิท เพราะสร้างมาจากรูปเดียวกัน] • ส่วนของเส้นตรงที่สร้างมีคู่ใดยาวเท่ากันหรือไม่ อย่างไร [AD = DA', BE = EB' และ CF = FC'] • ขนาดของ $F\hat{D}A$, $F\hat{E}B$ และ $D\hat{F}C$ เท่ากันหรือไม่ และเท่ากับเท่าใด [ขนาดของทุกมุมเท่ากัน คือ 90 องศา] • $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด [ขนานกัน เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งก็คือ เส้นสะท้อน ℓ รวมกันเท่ากับ 180 องศา]	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	7. ครูอธิบายกับนักเรียนเพิ่มเติมว่า ผลจากการทำกิจกรรมสำรวจการสะท้อนเป็นไปตามสมบัติของการเลื่อนขนาน จากนั้นครูเขียนสมบัติของการสะท้อนบนกระดาน ดังนี้ 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน สามารถทับกันได้สนิทโดยต้องพลิกรูปต้นแบบหรือพลิกภาพที่ได้จากการสะท้อนอย่างหนึ่งอย่างใด หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ 2) จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน หรือเส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน 3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน จะขนานกัน **ขั้นสรุป** 8. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการสะท้อน ดังนี้ • การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการพลิกรูป โดยมีเส้นในแนวตรงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน ซึ่งอาจจะมีบางจุดอยู่บนเส้นสะท้อนก็ได้ • สมบัติของการสะท้อน 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน สามารถทับกันได้สนิทโดยต้องพลิกรูปต้นแบบหรือพลิกภาพที่ได้จากการสะท้อนอย่างหนึ่งอย่างใด หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	2) จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน หรือเส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน 3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน จะขนานกัน	
	ชั่วโมงที่ 7 **ขั้นนำ** 1. ครูนำนักเรียนทบทวนสมบัติของการสะท้อน โดยแสดงบัตรภาพการสะท้อนรูปหลายเหลี่ยม บนกระดาน ดังนี้  จากนั้น ครูอธิบายว่า ให้รูปสีส้มเป็นรูปต้นแบบ แล้วใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้ • รูปสีชมพูได้จากการแปลงรูปสีส้มอย่างไร [รูปสีชมพูเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสีส้ม]	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	• นักเรียนทราบได้อย่างไร [รูปทั้งสองทับกันสนิทโดยต้องพลิกรูป และจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน] • ถ้าลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดคู่ที่สมนัยกัน ส่วนของเส้นตรงที่ได้จะขนานกันหรือไม่ [ขนานกัน] **ขั้นสอน** 2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน เพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน เมื่อกำหนดเส้นสะท้อนมาให้ **ตัวอย่างที่ 1** จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD โดยมีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน  	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	วิธีทำ  ครูแสดงการสร้างรังสีที่มีจุดปลายเป็นจุดบนรูปต้นแบบ และตั้งฉากกับเส้นสะท้อน  จากนั้น ครูใช้คำถามประกอบการอธิบายกับนักเรียน ดังนี้ • ตำแหน่งของจุด A', B', C' และ D' อยู่ที่ใด [อยู่ห่างจากเส้นสะท้อนอีกฝั่งหนึ่งและห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากับที่จุด A, B, C และ D ห่างจากเส้นสะท้อน] • จุด A, B, C และ D อยู่ห่างจากเส้นสะท้อนกี่หน่วย [4, 1, 4 และ 3 หน่วยตามลำดับ]	

- จุด A', B', C' และ D' อยู่ห่างจากเส้นสะท้อนกี่หน่วย [4, 1, 4 และ 3 หน่วย ตามลำดับ]

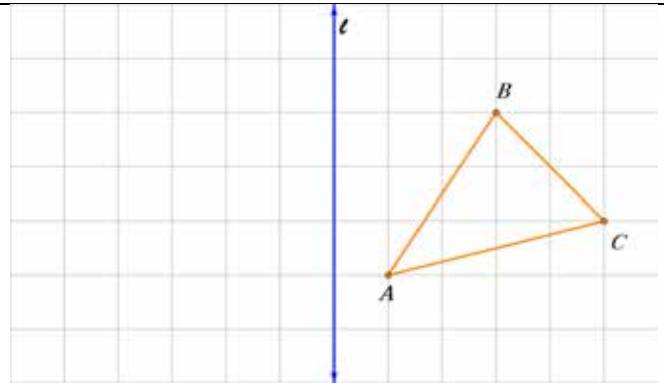
จากนั้น ครูเขียนจุด A', B', C' และ D' แล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมทั้ง 4 จุด ตามลำดับ จะได้รูปสี่เหลี่ยม A'B'C'D' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD โดยมีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน

3. ครูให้นักเรียนสังเกตรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนว่า ทั้งสองรูปนั้นเมื่อประกอบกันแล้วคล้ายกับสิ่งใด [คำตอบมีได้หลากหลาย เช่น ปีกผีเสื้อ ปีกนก]
4. ครูอธิบายกับนักเรียนเพิ่มเติมว่า จากตัวอย่างที่ 1 เป็นการสะท้อนบนกริด ซึ่งเส้นสะท้อนเป็นส่วนหนึ่งของตารางกริด และจุดยอดมุมของรูปต้นแบบอยู่บนจุดตัดของตารางกริด จึงง่ายต่อการสังเกตตำแหน่งของจุดยอดที่อยู่บนภาพที่ได้จากการสะท้อน เนื่องจากส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดคู่ที่สมนัยกันจะตั้งฉากกับเส้นสะท้อนเสมอ ดังนั้น ถ้าเงื่อนไขของการสะท้อนเป็นในลักษณะเดียวกับตัวอย่างที่ 1 เราสามารถพิจารณาระยะห่างของจุดกับเส้นสะท้อนได้โดยไม่ต้องสร้างรังสี เนื่องจากจุดบนรูปต้นแบบและจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนอยู่บนส่วนของเส้นตรงเดียวกัน

ครูเน้นย้ำกับนักเรียนว่า สำหรับการสะท้อนบนกริดที่เส้นสะท้อนเป็นแนวเฉียง หรือการสะท้อนบนระนาบอื่น ๆ ต้องอาศัยการสร้างรังสีจากจุดบนรูปต้นแบบไปตั้งฉากกับเส้นสะท้อน

5. ครูให้นักเรียนจับคู่ เพื่อทำกิจกรรมภาพลับจับสะท้อน โดยให้แต่ละกลุ่มหาภาพที่ได้จากการสะท้อน เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนมาให้ จากนั้น ให้นักเรียนตกแต่งภาพโดยการระบายสีเท่านั้น ไม่ตกแต่งส่วนอื่นเพิ่มเติมจากภาพที่ได้ แล้วตั้งชื่อ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ภาพที่ได้ให้สอดคล้องกับภาพที่ปรากฏ เมื่อทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนที่ได้รับรูปต้นแบบเหมือนกันมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยครูให้นักเรียนเลือกมานำเสนอเพียง 1 ภาพ **ขั้นสรุป** 6. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ดังนี้ การหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ทำได้โดยสร้างรังสีที่มีจุดปลายเป็นจุดบนรูปต้นแบบ และตั้งฉากกับเส้นสะท้อน ตำแหน่งของจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากับที่จุดบนรูปต้นแบบที่สมนัยกันห่างจากเส้นสะท้อน จากนั้นลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนเหล่านั้น	
	ชั่วโมงที่ 8 **ขั้นนำ** 1. ครูนำนักเรียนทบทวนการหาภาพที่ได้จากการสะท้อน โดยครูแสดงบัตรภาพการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม ABC บนกระดาน และให้นักเรียนช่วยกันบอกตำแหน่งของภาพที่ได้จากการสะท้อน	

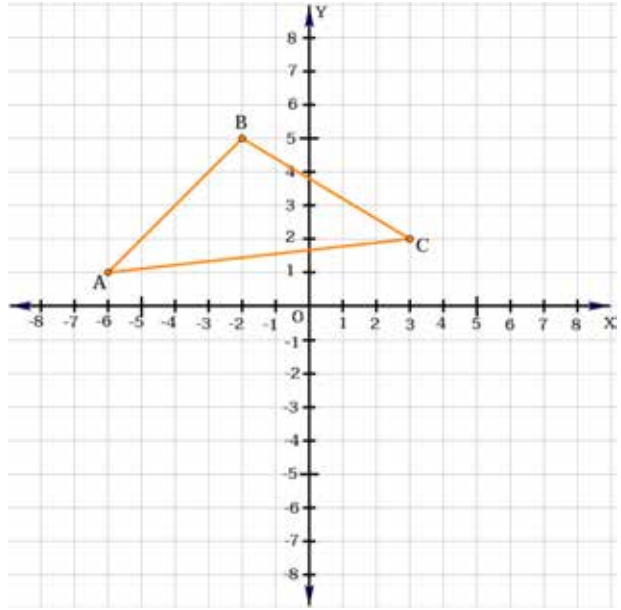


จากนั้นครูลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดคู่ที่สมนัยกัน แล้วใช้คำถามเพื่อทบทวนสมบัติของการสะท้อน ดังนี้

- ระยะห่างจากจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนกับเส้นสะท้อน กับระยะห่างจากจุดบนรูปต้นแบบกับเส้นสะท้อน สัมพันธ์กันอย่างไร [เท่ากัน]

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	• ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดคู่ที่สมนัยกันกับเส้นสะท้อนสัมพันธ์กันอย่างไร [เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน] • ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดคู่ที่สมนัยกันแต่ละเส้นสัมพันธ์กันอย่างไร [ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดคู่ที่สมนัยกันเหล่านั้นขนานกัน] **ขั้นสอน** 2. ครูเขียนจุด A (-5, -3) บนระบบพิกัดฉาก และกำหนดให้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ดังนี้ • จุด A อยู่ในจตุภาคใด [จตุภาคที่ 3] • จุด A' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A จะอยู่ในจตุภาคใด [จตุภาคที่ 4] • จุด A อยู่ห่างจากแกน Y ซึ่งเป็นเส้นสะท้อนกี่หน่วย [5 หน่วย] • จุด A' จะอยู่ห่างจากแกน Y กี่หน่วย [5 หน่วย] • พิกัดของจุด A' ที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A คือพิกัดใด [(5, -3)] 3. ครูเขียนจุด B(-6, 5), จุด C(4, 0) และจุด D(0, 5) บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นให้ตัวแทนนักเรียนออกมาหาจุด B', จุด C' และจุด D' ที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนโดยมีแกน Y เป็นเส้นสะท้อน และบอกพิกัดของจุด B', จุด C' และจุด D' แล้วให้เพื่อนร่วมกันตรวจสอบคำตอบ [จุด B'(6, 5), จุด C'(-4, 0) และจุด D'(0, 5)]	

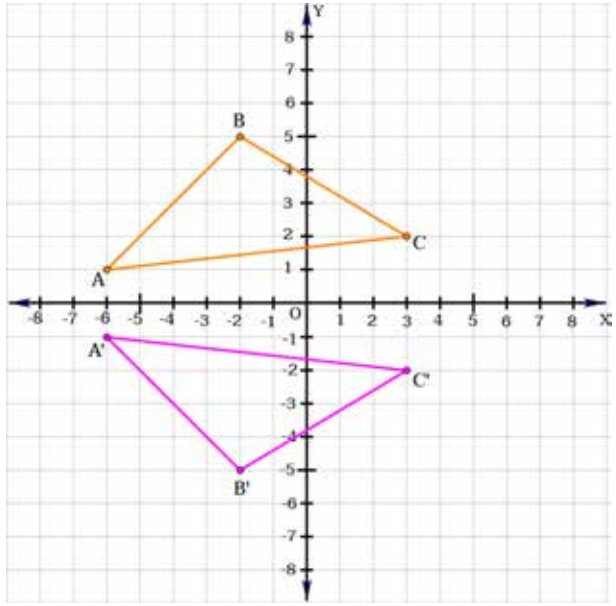
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	4. ครูให้นักเรียนสังเกตพิกัดของจุดที่เป็นรูปต้นแบบและพิกัดของจุดที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน โดยมีแกน Y เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งจะเห็นว่า พิกัดที่หนึ่ง (x) เปลี่ยนแปลงไป แต่พิกัดที่สอง (y) เหมือนเดิม 5. ครูเขียนจุด A(-5, -3) บนระบบพิกัดฉาก และกำหนดให้แกน X เป็นเส้นสะท้อน จากนั้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ดังนี้ • จุด A อยู่ในจตุภาคใด [จตุภาคที่ 3] • จุด A' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A จะอยู่ในจตุภาคใด [จตุภาคที่ 2] • จุด A อยู่ห่างจากแกน X ซึ่งเป็นเส้นสะท้อนกี่หน่วย [3 หน่วย] • จุด A' จะอยู่ห่างจากแกน X กี่หน่วย [3 หน่วย] • พิกัดของจุด A' ที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A คือพิกัดใด [(-5, 3)] 6. ครูเขียนจุด B(-4, 5), จุด C(4, 0) และจุด D(0, -3) บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นให้ตัวแทนนักเรียนออกมาหาจุด B', จุด C' และจุด D' ที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนโดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน และบอกพิกัดของจุด B', จุด C' และจุด D' แล้วให้เพื่อนร่วมกันตรวจสอบคำตอบ [จุด B'(-4, -5), จุด C'(4, 0) และจุด D'(0, 3)] 7. ครูให้นักเรียนสังเกตพิกัดของจุดที่เป็นรูปต้นแบบและพิกัดของจุดที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งจะเห็นว่า พิกัดที่หนึ่ง (x) เหมือนเดิม แต่พิกัดที่สอง (y) เปลี่ยนแปลงไป 8. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จากแบบฝึกหัด 3 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก ข้อที่ 1 เพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อนเมื่อรูปต้นแบบเป็นรูปหลายเหลี่ยม โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ข้อที่ 1 กำหนด ΔABC มีจุด A(-6, 1), จุด B(-2, 5) และจุด C(3, 2) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนน ΔABC โดยมีแกน X เป็นแกนสะท้อน และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'  **วิธีทำ** จากสมบัติของการสะท้อน จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากแกน X เท่ากัน จากจุด A(-6, 1) อยู่ห่างจากแกน X 1 หน่วย จะได้จุด A'(-6, -1) จากจุด B(-2, 5) อยู่ห่างจากแกน X 5 หน่วย จะได้จุด B'(-2, -5) จากจุด C(3, 2) อยู่ห่างจากแกน X 2 หน่วย จะได้จุด C'(3, -2)	

ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$

จะได้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC โดยมีแกน X

เป็นเส้นสะท้อน มีจุดยอดเป็น A'(-6, -1), B'(-2, -5) และ C'(3, -2)



9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก ข้อที่ 2 และข้อที่ 3 จากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดานโดยให้นักเรียนช่วยกันบอกวิธีคิดและคำตอบที่ได้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ขั้นสรุป 10. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการสะท้อนรูปหลายเหลี่ยม โดยมีแกน X หรือแกน Y เป็นเส้นสะท้อน ดังนี้ • การหาภาพที่ได้จากการสะท้อน หาได้โดยอาศัยสมบัติของการสะท้อนที่ว่า จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน • การสะท้อนรูปหลายเหลี่ยม โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน พิกัดที่หนึ่ง (x) ของจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อน จะเหมือนเดิม แต่พิกัดที่สอง (y) จะเปลี่ยนแปลงไป • การสะท้อนรูปหลายเหลี่ยม โดยมีแกน Y เป็นเส้นสะท้อน พิกัดที่หนึ่ง (x) ของจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อน จะเปลี่ยนแปลงไป แต่พิกัดที่สอง (y) จะเหมือนเดิม	
	ชั่วโมงที่ 9 **ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความหมายของการสะท้อน ดังนี้ การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการพลิกรูป โดยมีเส้นในแนวตรงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน ซึ่งอาจจะมีบางจุดอยู่บนเส้นสะท้อนก็ได้ จากนั้น ครูแสดงบัตรภาพศิลปะ บัตรภาพลวดลายของประตู และบัตรภาพกล้องดูแห่ (กล้องปริทรรศน์) หรือกล้องส่องเหนือผิวน้ำสำหรับเรือดำน้ำ	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3
เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน
รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

ขั้นสอน

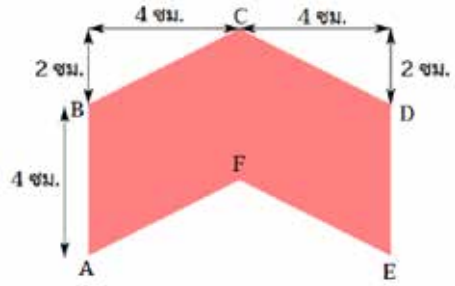
2. ครูแสดงบัตรภาพรถพยาบาล 1–2 ให้นักเรียนสังเกตคำที่ติดอยู่หน้ารถพยาบาล โดยใช้คำถามกับนักเรียน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำถามที่ใช้ มีดังนี้

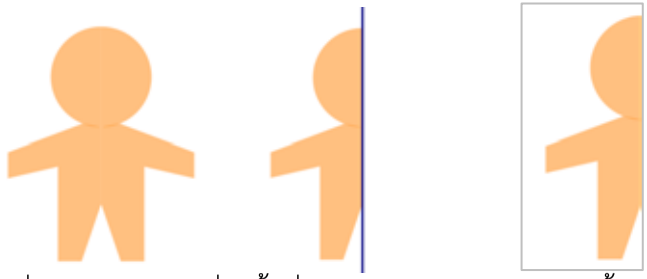
- เมื่อนักเรียนมองไปที่หน้ารถพยาบาล คำที่ติดหน้ารถพยาบาลมีลักษณะอย่างไร สามารถอ่านคำนั้นได้โดยปกติหรือไม่ [คำดังกล่าวมีลักษณะกลับจากซ้ายไปขวา และไม่สามารถอ่านได้ปกติ]
- ถ้าต้องการอ่านคำหน้ารถพยาบาลได้ปกติ ต้องอาศัยการอ่านผ่านสิ่งใด [อ่านผ่านกระจกเงา]
- คำที่ติดอยู่หน้ารถพยาบาล คือคำใด [รถพยาบาล และ AMBULANCE]
- ทำไมจึงต้องเขียนคำให้อยู่ในลักษณะกลับจากซ้ายเป็นขวา มีประโยชน์อย่างไร [เพื่อทำให้ผู้ที่ขับรถอยู่ข้างหน้ารถพยาบาล เมื่อมองเห็นจะสามารถอ่านคำที่ติดหน้ารถได้ว่าเป็นรถพยาบาล แล้วรีบหลบให้รถพยาบาลไปก่อน]

3. ครูวาดรูป ABCDEF บนกระดาน จากนั้นให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูป ABCDEF แล้วให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด



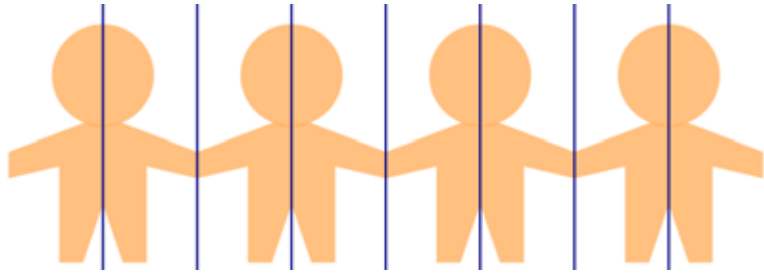
ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า เราสามารถใช้การสะท้อนมาช่วยในการหาพื้นที่ของรูปนี้ได้ จากนั้นให้นักเรียนสังเกตว่า เมื่อสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCF มาทับกับรูปสี่เหลี่ยม CDEF ได้พอดี จะได้ว่ารูปทั้งสองมีขนาดเท่ากัน ดังนั้น รูป ABCDEF มีพื้นที่เท่ากับ $2 \times$ (พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCF) $= 2 \times (AB \times$ ความสูง$) = 2 \times (4 \times 4) = 32$ ตารางเซนติเมตร

4. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมตุ๊กตาต่อเนื่อง โดยครูแสดงกระดาษที่ตัดเป็นลวดลายที่อาศัยการสะท้อนในการสร้าง แล้วให้นักเรียนสังเกตว่า เราสามารถตัดกระดาษให้ได้ลวดลายตามตัวอย่างได้อย่างรวดเร็วได้อย่างไร

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	จากนั้น ครูบัตรแสดงภาพการสะท้อนลวดลาย (1) เพื่อให้นักเรียนพิจารณาภาพคน 1 คน และสังเกตว่ารูปต้นแบบเป็นรูปใด เส้นสะท้อนอยู่ในลักษณะใด [รูปต้นแบบเป็นภาพครึ่งซ้ายของคน เส้นสะท้อนอยู่ในแนวตั้งลากกลางตัวของคน] แล้วครูให้นักเรียนตัดกระดาษให้ได้รูปคน โดยให้พับครึ่งกระดาษที่ครูแจกให้ และอธิบายกับนักเรียนว่า รอยพับที่นักเรียนเห็นเปรียบได้กับเส้นสะท้อน จากนั้นวาดรูปต้นแบบลงบนกระดาษด้านซ้ายของรอยพับ แล้วตัดกระดาษตามขอบของรูปต้นแบบ  ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า รูปคนที่ได้นี้ เมื่อพับตามรอยพับแล้วทำให้ทั้งสองข้างทับกันสนิท หรือกล่าวได้ว่า รูปคนนี้เป็นรูปสมมาตร โดยมีรอยพับเป็นแกนสมมาตร 5. ครูแสดงภาพการสะท้อนลวดลาย (2) ที่เป็นภาพ 1 คน และอีกครึ่งคน แล้วให้นักเรียนสังเกตว่า ภาพครึ่งคน เป็นการสะท้อนรูปต้นแบบรูปใด และเส้นสะท้อนอยู่ในลักษณะใด [รูปต้นแบบเป็นภาพครึ่งขวาของคน เส้นสะท้อนอยู่ในแนวตั้งลากผ่านมือของคน]	

ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ถ้าพิจารณาภาพการสะท้อนลวดลาย (1) และ (2) ร่วมกัน จะเห็นว่า การสร้างลวดลายดังกล่าว รูปต้นแบบ คือ ภาพครึ่งซ้ายของคน และเส้นสะท้อนมี 2 เส้น ได้แก่ เส้นสะท้อนที่อยู่ในแนวตั้งลากกลางตัวของคน และเส้นสะท้อนที่อยู่ในแนวตั้ง

จากนั้น ครูให้นักเรียนพิจารณาให้เส้นสะท้อนเป็นรอยพับ แล้วครูให้นักเรียนตัดกระดาษให้ได้รูปคน โดยแสดงการพับกระดาษแบ่งเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน โดยพับแบบสลับรอยพับแบบขึ้นลง จากนั้นวาดรูปต้นแบบลงบนกระดาษด้านซ้ายของรอยพับ โดยให้แขนอีกข้างหนึ่งชนขอบกระดาษ แล้วตัดกระดาษตามขอบของรูปต้นแบบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องที่ 8.3 พลิกไปได้สะท้อน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 4 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	6. ครูให้นักเรียนจับคู่แล้วช่วยกันหาวิธีในการตัดตุ๊กตาต่อเนื่องนี้ ให้ได้ 4 คน โดยไม่ขาดออกจากกัน จากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแสดงผลงานพร้อมอธิบายวิธีตัดกระดาษให้ได้ลวดลายดังกล่าว  **ขั้นสรุป** 7. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการประยุกต์ของการสะท้อน ดังนี้ • เราสามารถสร้างลวดลายของสิ่งของต่างๆ โดยใช้สมบัติของการสะท้อนได้ โดยต้องทราบว่าส่วนใดของลวดลายเป็นรูปต้นแบบ และมีเส้นสะท้อนอยู่ในตำแหน่งใด • ในการหาพื้นที่โดยอาศัยการสะท้อนจะต้องสังเกตลักษณะของรูปต้นแบบและรูปที่จะพลิกไปทับว่าสามารถทับกันสนิทหรือไม่ และต้องไม่เปลี่ยนทิศทาง จึงสามารถหาพื้นที่ได้ถูกต้อง	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน**	**เวลา 3 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

สาระการเรียนรู้

1. การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็น จุดหมุน หรือ จุดศูนย์กลางของการหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P′ เป็นจุดคู่สมนัยกับจุด P และเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วย มุมที่มีขนาด k องศา โดยที่ OP = OP′
2. สมบัติของการหมุน
   1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 10

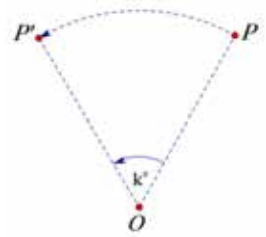
ขั้นนำ

1. ครูแสดงบัตรภาพสิ่งของต่าง ๆ ในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับการหมุน ได้แก่ บัตรภาพนาฬิกา พัดลม ม้าหมุน ชิงช้าสวรรค์ แล้วอธิบายว่า การหมุนของเข็มนาฬิกา การหมุนของใบพัดลม การหมุนของที่นั่งของม้าหมุน และการหมุนของกระเช้าของชิงช้าสวรรค์ เป็นตัวอย่างของการเคลื่อนที่รอบจุด ๆ หนึ่ง ซึ่งอาจมีทิศทางตามเข็มนาฬิกาหรือทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

สื่อและแหล่งเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 10

1. บัตรภาพนาฬิกา
2. บัตรภาพพัดลม
3. บัตรภาพม้าหมุน
4. บัตรภาพชิงช้าสวรรค์
6. อุปกรณ์กิจกรรมสำรวจการหมุน
   - ไม้บรรทัด
   - โพรแทรกเตอร์
   - วงเวียน
   - กระดาษ A4
   - กระดาษรูปต้นแบบ
   - รูปต้นแบบ (ขนาดใหญ่)
7. บัตรภาพสมบัติของการหมุน ข้อที่ 2) และข้อที่ 3)
8. บัตรภาพการหมุนบนระนาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน 3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้นจะผ่านจุดหมุนเสมอ 3. การหาภาพที่ได้จากการหมุน จะต้องวิเคราะห์ว่า จุดยอดของภาพที่ได้จากการหมุนอยู่ตำแหน่งใดบนระบบพิกัดฉาก จากนั้นใช้สมบัติของการหมุนที่ว่า จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง เมื่อหา	**ขั้นสอน** 2. ครูอธิบายความหมายของการหมุนบนระนาบ และเขียนความหมายบนกระดาน ดังนี้ การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็นจุดหมุน หรือ จุดศูนย์กลางของการหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P′ เป็นจุดคู่สมนัยกับจุด P และเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วย มุมที่มีขนาด k องศา โดยที่ OP = OP′  3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อทำกิจกรรมสำรวจการหมุน แล้วแจกกระดาษรูปต้นแบบรูปธงให้แต่ละกลุ่มซึ่งจะได้รูปเดียวกัน จากนั้นครูให้นักเรียนทำกิจกรรมตามลำดับขั้นตอน โดยครูใช้กระดาษรูปต้นแบบวาดบนกระดาน ประกอบการอธิบายขั้นตอน ดังนี้ 1) วางกระดาษรูปต้นแบบ (รูปธง) บนกระดาษ A4 วาดรูปสามเหลี่ยม ABC พร้อมทั้งเขียนชื่อจุดยอด A, B และ C และกำหนดให้เป็นรูปต้นแบบ แล้วปักปลายดินสอในรูที่ด้ามแล้ววาดจุดหมุน O ลงในรูที่เจาะไว้บนด้ามธงและกดดินสอไว้เพื่อไม่ให้ปลายดินสอเคลื่อนที่ ให้จุดนี้เป็นจุดหมุน O จากนั้นหมุนธงทวนเข็มนาฬิกาไปเป็นมุมขนาดหนึ่ง	**ชั่วโมงที่ 11** 1. บัตรภาพสมบัติของการหมุน ข้อที่ 2) และข้อที่ 3) 2. วงเวียน 3. ไม้บรรทัด **ชั่วโมงที่ 12** 1. บัตรภาพเครื่องตัดกระดาษ 2. บัตรภาพชิงช้า 3. บัตรภาพล้อรถ 4. บัตรภาพลายผ้า **ชิ้นงาน/ภาระงาน** 1. แบบฝึกหัด 4 : การหมุนบนระบบพิกัดฉาก **การวัดและประเมินผล** 1. ตรวจแบบฝึกหัด 4 โดยตอบได้ถูกต้องทั้งหมด 3 ข้อ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตำแหน่งของจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนแล้ว จากนั้นลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนเหล่านั้น

4. การประยุกต์ของการหมุน

จุดประสงค์การเรียนรู้

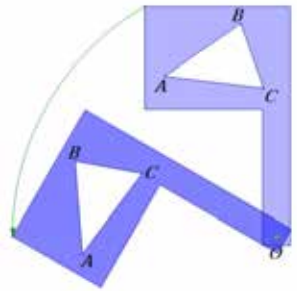
ด้านความรู้

นักเรียนสามารถ

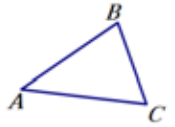
1. บอกความหมายและสมบัติของการหมุนบนระนาบ
2. หาภาพที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบ
3. บอกพิกัดของจุดบนภาพที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบ
4. นำความรู้เกี่ยวกับการหมุนไปใช้ในการแก้ปัญหา

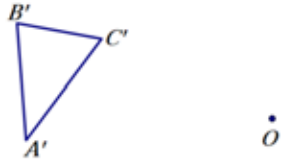
ด้านทักษะและกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการหมุน



2) ใช้ดินสอวาดรูปสามเหลี่ยมในธงอีกครั้ง ให้รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นภาพที่ได้จากการหมุน จากนั้นเขียนชื่อจุดยอด A', B' และ C'



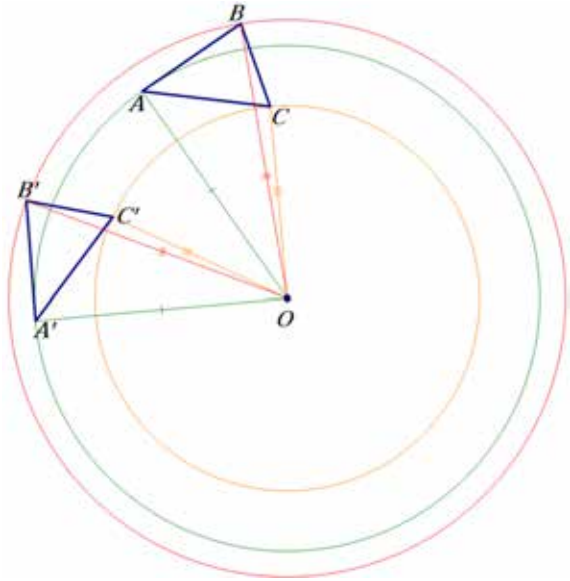


4. ครูใช้คำถามประกอบการทำกิจกรรม ดังนี้

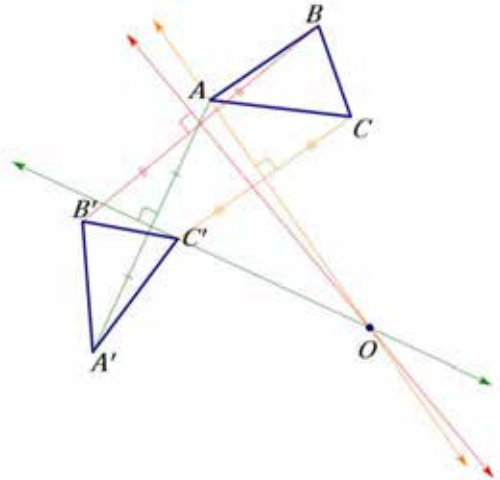
- รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันสนิทหรือไม่ เพราะเหตุใด [ทับกันสนิท เพราะสร้างมาจากรูปเดียวกัน]

จากนั้น ครูให้นักเรียนลาก $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OA'}$, $\overline{OB'}$ และ $\overline{OC'}$ พร้อมทั้งวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงเหล่านั้น แล้วครูใช้คำถามให้นักเรียนสังเกต ดังนี้

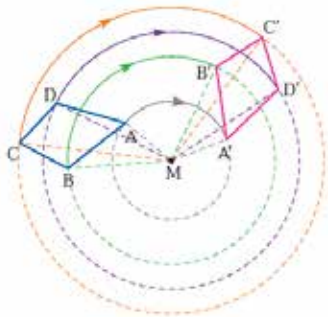
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ด้านคุณลักษณะ 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม 3. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ **สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน** 1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการหมุนมาแก้ปัญหา 2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการเขียนหรือพูด ในการสื่อความเพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหมุน	• ส่วนของเส้นตรงใดบ้างยาวเท่ากัน [OA = OA', OB = OB' และ OC = OC'] จากนั้น ครูให้นักเรียนวัดขนาดของ $A\hat{O}A'$, $B\hat{O}B'$ และ $C\hat{O}C'$ แล้วให้นักเรียนสังเกตว่า ขนาดของมุมทั้งสามเท่ากันหรือไม่ [เท่ากัน] 5. ครูอธิบายกับนักเรียนเพิ่มเติมว่า ผลจากการทำกิจกรรมสำรวจการหมุนเป็นไปตามสมบัติของการหมุน จากนั้นครูเขียนสมบัติของการหมุนบนกระดาน ดังนี้ 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ 2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน 3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ ครูแสดงบัตรภาพสมบัติของการหมุน ข้อที่ 2) เพื่ออธิบายสมบัติในข้อที่ 2) เพิ่มเติมว่า จากการวัดความยาวแล้วพบว่า OA = OA', OB = OB' และ OC = OC' เมื่อเราวาดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด O ให้ผ่านจุด A จะได้ว่า วงกลมจะผ่านจุด A' ด้วยเช่นกัน ในทำนองเดียวกันกับวงกลมที่ผ่านจุด B ก็จะผ่านจุด B' และวงกลมที่ผ่านจุด C ก็จะผ่านจุด C' แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	 ครูแสดงบัตรภาพสมบัติของการหมุน ข้อที่ 3) เพื่ออธิบายสมบัติในข้อที่ 3) เพิ่มเติมว่า ถ้าลากส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดคู่ที่สมนัยกัน แล้วสร้างเส้นตรงที่ตั้งฉากและผ่านจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรงนี้ เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ	

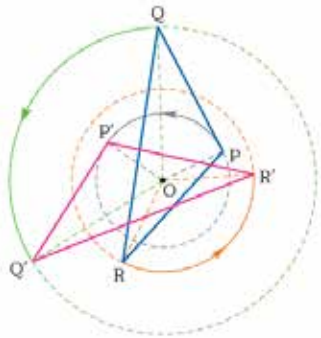
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4** **เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน** **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**เวลา 3 ชั่วโมง** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**



6. ครูแสดงบัตรภาพการหมุนบนระนาบ บนกระดาน แล้วอธิบายกับนักเรียนว่า จุดหมุนอาจอยู่ภายนอกรูปต้นแบบ หรือไม่อยู่ภายนอกรูปต้นแบบก็ได้



จุดหมุน M อยู่ภายนอกรูปต้นแบบ



จุดหมุน O อยู่ภายในรูปต้นแบบ

ขั้นสรุป

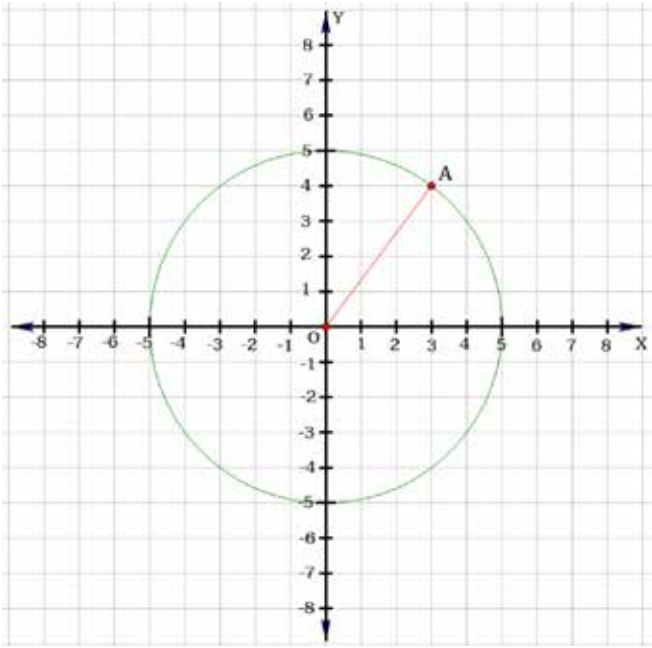
7. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหมุน ดังนี้
   - การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็นจุดหมุน หรือ จุดศูนย์กลางของการหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P′ เป็นจุดคู่สมนัยกับจุด P และเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วย มุมที่มีขนาด k องศา โดยที่ OP = OP′

   - การหมุนบนระนาบ จุดหมุนอาจอยู่ภายนอกรูปต้นแบบ หรือไม่อยู่ภายนอกรูปต้นแบบก็ได้
   - สมบัติของการหมุน
     1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
     2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน
     3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ

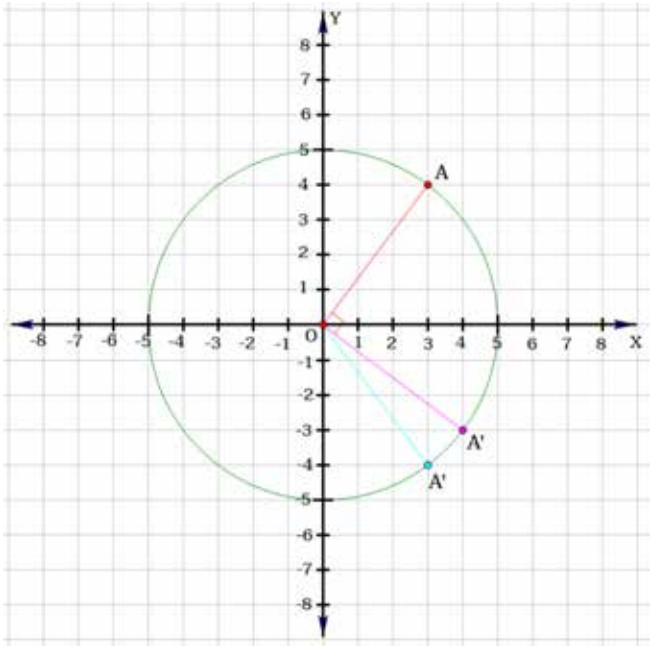
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ชั่วโมงที่ 11 **ขั้นนำ** 1. ครูนำนักเรียนทบทวนสมบัติของการหมุน โดยเขียนกระดาน ดังนี้ สมบัติของการหมุน 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ 2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน 3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ **ขั้นสอน** 2. ครูเขียนจุด A(3, 4) ซึ่งเป็นรูปต้นแบบ บนระบบพิกัดฉาก จากนั้นแสดงการหมุนโดยมีจุดกำเนิดหรือจุด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 90 องศา ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา โดยใช้คำถามประกอบการอธิบาย ดังนี้ • จุด A ซึ่งเป็นรูปต้นแบบอยู่ในจตุภาคใด [จตุภาคที่ 1] • ภาพที่ได้จากการหมุนจุด A จะอยู่ในจตุภาคใด [จตุภาคที่ 4]	

- เราจะหาตำแหน่งของจุด A’ ได้โดยใช้สมบัติของการหมุนใด [จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง]

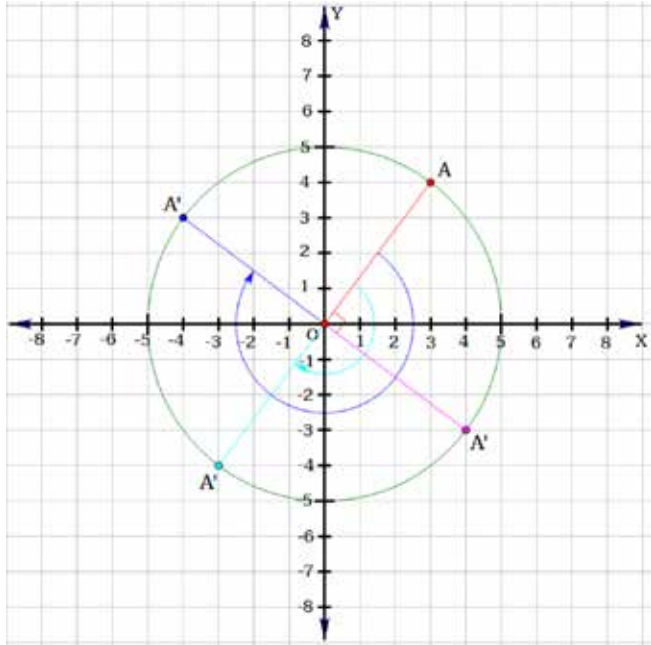
จากนั้น ครูลาก $\overline{OA}$ และวาดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด O และผ่านจุด A แล้วอธิบายว่า จุด A’ ต้องอยู่บนวงกลมนี้ด้วย และอยู่ในจตุภาคที่ 4

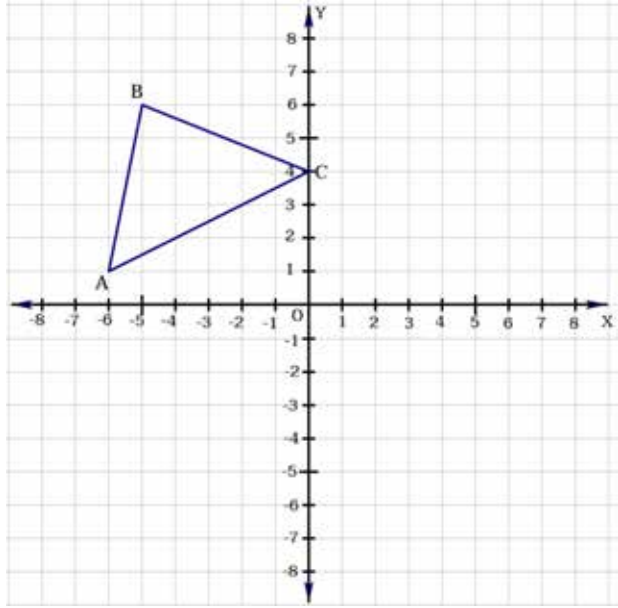


- จุด A’ ควรจะอยู่ที่ตำแหน่งใด ซึ่งเมื่อลาก $\overline{OA'}$ แล้ว ทำให้ $\overline{OA'}$ ทำมุม 90 องศา กับ $\overline{OA}$ [คำตอบขึ้นอยู่กับนักเรียน อาจจะเป็น (3, -4) หรือ (4, -3)]

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4** **เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน** **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**เวลา 3 ชั่วโมง** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**
	ครูเขียนจุดซึ่งเป็นคำตอบของนักเรียนลงบนระบบพิกัดฉาก แล้วลาก $\overline{OA'}$ ในกรณีที่นักเรียนตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ครูลาก $\overline{OA'}$ ให้ครบทุกคำตอบ โดยใช้คนละสี จากนั้น ให้นักเรียนลองคาดคะเนว่า $\overline{OA}$ และ $\overline{OA'}$ เส้นใดที่ทำมุม 90 องศา กับ $\overline{OA}$ ตามที่กำหนด เมื่อได้คำตอบแล้ว ครูวัดขนาดของมุมให้นักเรียนเห็นว่า $\overline{OA'}$ ที่เลือกไว้ ทำมุม 90 องศา กับ $\overline{OA}$ หรือไม่  	

3. ครูให้นักเรียนหาจุด A’ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A โดยมีจุดศูนย์กลางหรือจุด O เป็นจุดหมุน แต่มีขนาดของมุมและทิศทางของการหมุน เปลี่ยนไปเป็นมุม 180 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และมุม 270 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา โดยครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ตำแหน่งของจุด A’ เช่นเดียวกับข้อที่ 2



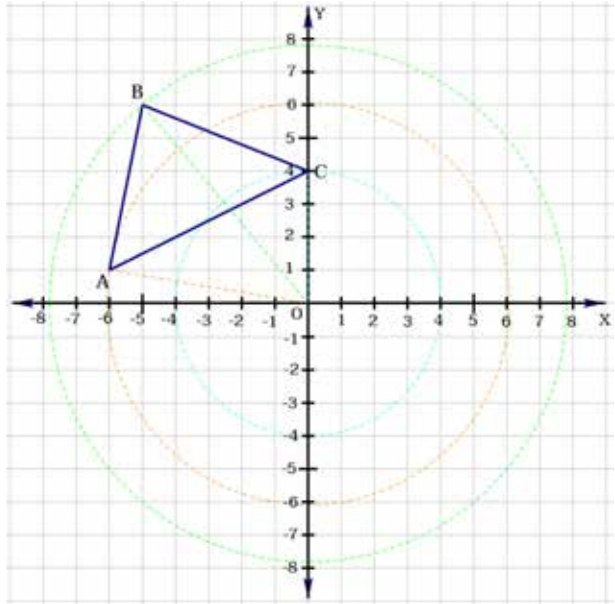
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห้ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จากแบบฝึกหัด 4 : การหมุนบนระบบพิกัดฉาก ข้อที่ 1 เพื่อให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการหมุน เมื่อรูปต้นแบบเป็นรูปหลายเหลี่ยม จากนั้นครูให้นักเรียนวิเคราะห์ทิศทางและขนาดของมุมในการหมุน แล้วภาพที่ได้จากการหมุนโดยใช้คำถามประกอบการอธิบาย **ข้อที่ 1** กำหนด ΔABC มีจุด A(-6, 1), จุด B(-5, 6) และจุด C(0, 4) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC โดยมีจุด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'  	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิธีทำ ลาก $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

วาดวงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง ที่มีรัศมี OA, OB และ OC ตามลำดับ

จากนั้น พิจารณาตำแหน่งของจุด A' และจุด B' ในจตุภาคที่ 3 และตำแหน่งของจุด C' อยู่บนแกน X ที่อยู่บนวงกลม และทำให้ $\overline{OA'}$, $\overline{OB'}$ และ $\overline{OC'}$ ทำมุม 90 องศา กับ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$ ตามลำดับ

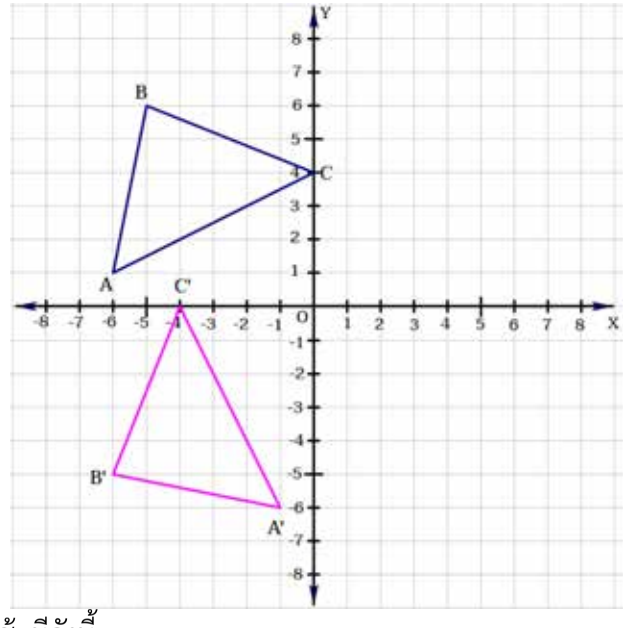


จะได้ จุด A' (-1, -6), จุด B' (-6, -5) และจุด C' (-4, 0)

ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จะได้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC โดยมีจุด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา มีจุดยอดเป็น A'(-1, -6), B'(-6, -5) และ C'(-4, 0)



คำถามที่ใช้ มีดังนี้

- จุด A' และจุด B' อยู่ที่จตุภาคใด [จตุภาคที่ 3]
- จุด C' อยู่ตำแหน่งใดบนระบบพิกัดฉาก [บนแกน X]

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4 : การหมุนบนระบบพิกัดฉาก ข้อที่ 2 จากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดบนกระดานโดยให้นักเรียนช่วยกันบอกวิธีคิดและคำตอบที่ได้

ขั้นสรุป

6. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหมุนรูปหลายเหลี่ยมบนระบบพิกัดฉาก ดังนี้

การหาภาพที่ได้จากการหมุน จะต้องวิเคราะห์ว่า จุดยอดของภาพที่ได้จากการหมุนอยู่ตำแหน่งใดบนระบบพิกัดฉาก จากนั้นใช้สมบัติของการหมุนที่ว่า จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง เมื่อหาตำแหน่งของจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนแล้ว จากนั้นลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนเหล่านั้น

ชั่วโมงที่ 12

ขั้นนำ

1. ครูแสดงบัตรภาพเครื่องตัดกระดาษ และบัตรภาพชิงช้า

จากนั้น ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสิ่งของหรืออุปกรณ์ที่เป็นตัวอย่างของการใช้การหมุน [คำตอบมีได้หลากหลาย เช่น นาฬิกา กบเหลาดินสอแบบมีด้าม เทปลบคำผิดแบบมีเฟือง พัดลม กังหันลม]

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ขั้นสอน 2. ครูแสดงบัตรภาพเครื่องตัดกระดาษหรือแสดงของจริง แล้วอธิบายการทำงานของเครื่องตัดกระดาษว่า ว่าเครื่องตัดกระดาษมีใบมีดที่ยึดติดกับแท่นรองตัดและหมุนรอบจุดหมุนจุดหนึ่ง ขณะที่ยกใบมีดขึ้นหรือกดลงในตำแหน่งต่าง ๆ การหมุนของใบมีดของเครื่องตัดกระดาษรอบจุดหมุนเป็นการแปลงแบบการหมุน เพราะทุก ๆ จุดบนใบมีดจะหมุนรอบจุดหมุนเป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มีรัศมีคงตัว 3. ครูแสดงบัตรภาพชิงช้า แล้วอธิบายว่า ชิงช้าเป็นเครื่องเล่นชนิดหนึ่งที่นำการแปลงแบบการหมุนมาประยุกต์ใช้ ถ้ามองรูปด้านข้างของชิงช้า จะเห็นรูปสองมิติแสดงการเปลี่ยนตำแหน่งของที่นั่งชิงช้าซึ่งมีสมบัติของการหมุน 	

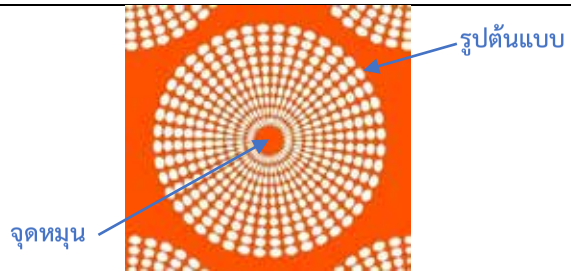
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4
เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน
รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

4. ครูแสดงบัตรภาพล้อรถและบัตรภาพลายผ้า แล้วอธิบายเพิ่มเติมว่า เราสามารถนำการหมุนมาใช้กับงานออกแบบลวดลายศิลปะต่าง ๆ เช่น ลวดลายบนวงล้อรถยนต์ ลายผ้า จากนั้นครูให้นักเรียนอธิบายว่า จุดหมุนอยู่ในตำแหน่งใด และรูปต้นแบบคือลวดลายส่วนใด

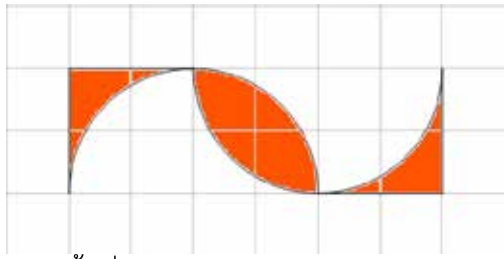
ตัวอย่างคำตอบ

ที่มา: ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ (ตอนที่ 1) รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



5. ครูวาดรูปต่อไปนี้บนกระดาน

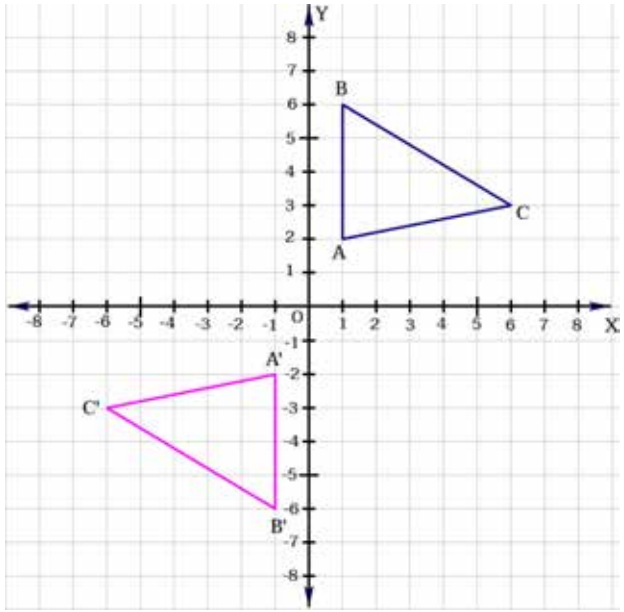


จากนั้นให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปดังกล่าว แล้วให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด

ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า เราสามารถใช้การหมุนมาช่วยในการหาพื้นที่ของรูปนี้ได้ เมื่อกำหนดจุด A และจุด B เป็นจุดหมุน จากนั้น หมุนรูปทางซ้ายและรูปทางขวาไปทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จนได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวของด้าน 2 หน่วย ดังนั้น รูปที่ต้องการหาพื้นที่ มีพื้นที่เท่ากับ $2 \times 2 = 4$ ตารางหน่วย

7. ครูแสดงภาพการแปลงบนระบบพิกัดฉาก ซึ่งมีรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปต้นแบบ และรูปสามเหลี่ยม A'B'C เป็นภาพที่ได้จากการแปลง บนระบบพิกัดฉาก เพื่อให้นักเรียนพิจารณาว่า รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เกิดจากการแปลงบนระบบพิกัดฉากแบบใด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4
เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน
รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

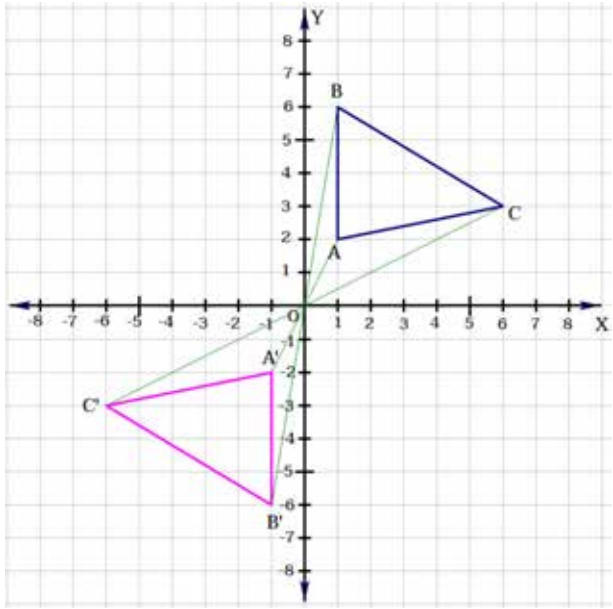


ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า การจะระบุได้ว่า รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการแปลงแบบใด จะต้องใช้สมบัติมาช่วยพิจารณา

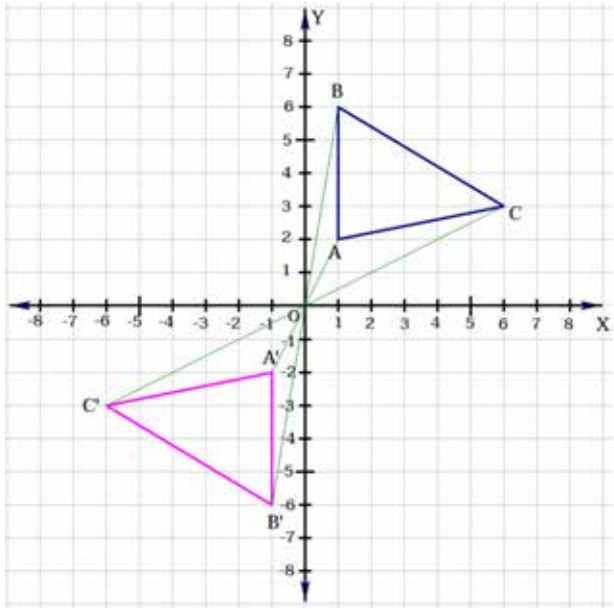
การพิจารณาว่า รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานหรือไม่ ต้องพิจารณาว่า ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น และส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรงนั้น จะขนานกันและยาวเท่ากัน จากรูปจะเห็นว่า ส่วนของ

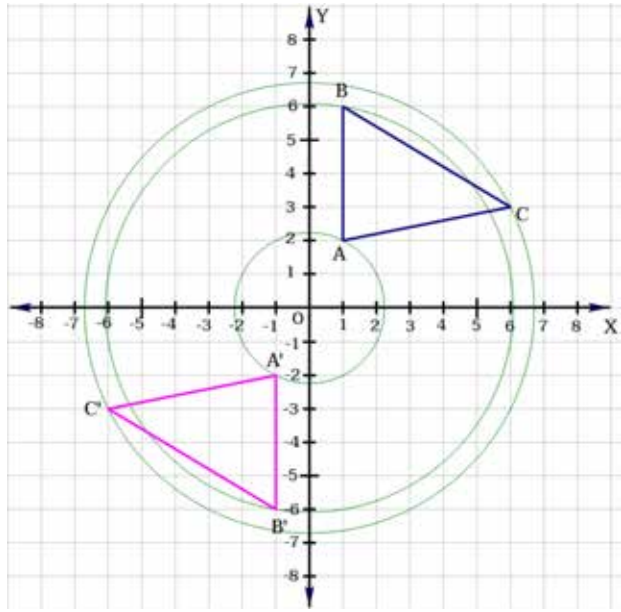
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4** **เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน** **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**เวลา 3 ชั่วโมง** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

เส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ ยาวไม่เท่ากันและไม่ขนานกัน ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม A'B'C' ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน



การพิจารณาว่า รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนหรือไม่ ต้องพิจารณาว่า ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันจะขนานกัน และมีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันเหล่านั้น จากรูปจะเห็นว่า ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันไม่ขนานกัน ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม A'B'C' ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	 การพิจารณาว่า รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการหมุนหรือไม่ ต้องพิจารณาว่า เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกัน จะตัดกันที่จุดเพียงจุดเดียว แต่สำหรับกรณีการหมุนบนระบบพิกัดฉาก เราพิจารณาเพียงการหมุนที่มีจุด O เป็นจุดหมุน ดังนั้น เราจะพิจารณาว่า จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง จากรูปจะเห็นว่า จุดยอดของรูปต้นแบบและจุดยอดที่สมนัยกันบนภาพ	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ที่ได้จากการแปลงอยู่บนวงกลมเดียวกัน ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการหมุน  	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องที่ 8.4 ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 3 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ขั้นสรุป 8. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการประยุกต์ของการหมุนและการแปลงทางเรขาคณิต ดังนี้ • อุปกรณ์หรือสิ่งของบางอย่างเป็นตัวอย่างของการใช้การหมุน อาจจะเป็นลวดลายหรือการทำงานของอุปกรณ์ที่มีการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนรอบจุดหมุนจุดหนึ่ง • ในการหาพื้นที่โดยอาศัยการหมุน จะต้องสังเกตลักษณะของรูปที่จะหมุนไปประกอบว่า สามารถหมุนไปประกอบได้สนิทหรือไม่ มีส่วนใดทับซ้อนหรือไม่ แล้วเมื่อหมุนไปแล้ว ทำให้เกิดรูปที่สามารถหาพื้นที่ได้ง่ายขึ้นหรือไม่ • เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมาให้ การพิจารณาว่า ภาพที่ได้นั้นเกิดจากการแปลงแบบใด จะต้องอาศัยสมบัติของการแปลงแต่ละชนิดมาช่วยในการพิจารณา	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง**	**เวลา 2 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

สาระการเรียนรู้

1. การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการออกแบบลวดลาย

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการออกแบบลวดลาย

ด้านทักษะและกระบวนการ

นักเรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาการออกแบบลวดลายของผ้าไทยลายสวยโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต
2. อธิบายและนำเสนอวิธีออกแบบลวดลายของผ้าไทยลายสวยของกลุ่มตนเอง

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 13

ขั้นนำ

1. ครูนำนักเรียนสนทนาเกี่ยวกับชุดไทยที่ทำมาจากผ้าไหมหรือผ้าฝ้ายที่มีลวดลายงดงาม ซึ่งผ้าบางผืนนักเรียนจะสังเกตเห็นว่า ลวดลายของผ้าสามารถอธิบายการสร้างลายโดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิตได้
2. ครูแสดงผ้าไทยที่เตรียมมาหรือบัตรภาพผ้าไทย แล้วให้นักเรียนช่วยพิจารณาว่านักเรียนสามารถอาศัยการแปลงทางเรขาคณิตในการอธิบายลายผ้าผืนนี้ได้อย่างไร หรือใช้การแปลงใดบ้าง โดยครูให้นักเรียนบอกรูปต้นแบบ และการแปลงที่ใช้ ซึ่งผ้าไทยที่ครูเตรียมมาไม่จำเป็นต้องแสดงให้เห็นการแปลงครบทั้ง 3 ชนิด

ขั้นสอน

3. ครูแสดงบัตรภาพลายผ้าตัวอย่างเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเห็นว่า เราสามารถอธิบายลายผ้าโดยอาศัยการเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุน หรือใช้การแปลงได้มากกว่า 1 ชนิด โดยครูให้นักเรียนบอกรูปต้นแบบ และการแปลงที่ใช้

สื่อและแหล่งเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 13

1. บัตรภาพผ้าไทย
2. อุปกรณ์กิจกรรมผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง
   - ใบกิจกรรม 2 : ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง
   - สีไม้
   - บัตรภาพลายผ้าตัวอย่าง

ชั่วโมงที่ 14

1. บัตรภาพลายผ้าตัวอย่าง

ชิ้นงาน/ภาระงาน

1. ใบกิจกรรม 2 : ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส่น่ห์ไทยด้วยการแปลง	**เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง**	**เวลา 2 ชั่วโมง**
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	**รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

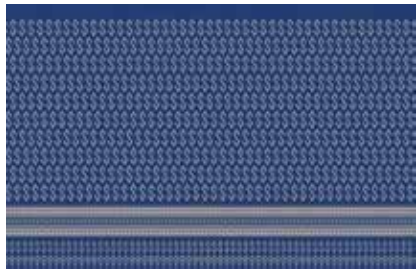
ด้านคุณลักษณะ

1. นักเรียนมีความมุ่งมั่น และไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. นักเรียนมีการคิดเชิงระบบ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม
3. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้

สมรรถนะที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน

1. การจัดการตนเอง โดยการควบคุมและกำกับตนเองในการใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตมาใช้ในการแก้ปัญหา
2. การสื่อสาร โดยอธิบาย ผ่านการอธิบายเพื่อแสดงแนวคิดในการออกแบบลายผ้าโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต

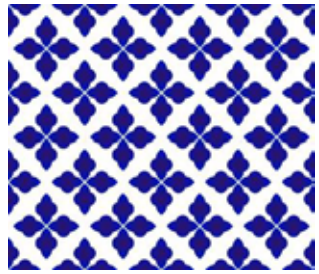
ตัวอย่างของลวดลายที่อธิบายได้ด้วยการเลื่อนขนาน



ตัวอย่างของลวดลายที่อธิบายได้ด้วยการสะท้อน

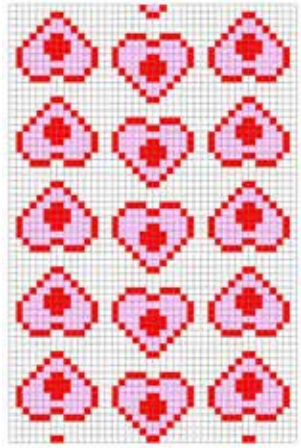
การวัดและประเมินผล

1. ตรวจใบกิจกรรม 2 โดยตรวจสอบว่าลายผ้าที่ออกแบบสามารถสร้างได้โดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เส้นห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. การรวมพลังทำงานเป็นทีม โดยร่วมกันทำกิจกรรมผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง โดยมีการวางแผนแบ่งหน้าที่ และตัดสินใจร่วมกันในการออกแบบลายผ้า	ตัวอย่างของลวดลายที่อธิบายได้ด้วยการหมุน  ตัวอย่างของลวดลายที่อธิบายได้ด้วย การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน 4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อทำกิจกรรมผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง จากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันออกแบบลายผ้าไทยที่สามารถอธิบายการสร้างลายผ้าโดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิต โดยระบายสีลงในช่องตารางสร้างเป็นผ้าไทยลายสวยลงในใบกิจกรรม 2 : ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง ทั้งนี้ ก่อนที่นักเรียนจะเริ่มทำกิจกรรม ให้ครูยกตัวอย่างวิธีการการออกแบบลายผ้าโดยใช้ตัวอย่างลายผ้าจากใบกิจกรรม 2 ประกอบการอธิบาย ดังนี้	

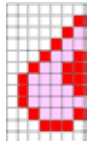
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์	เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตัวอย่างลายผ้า

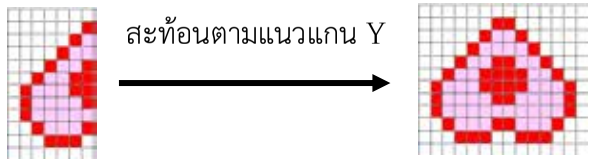


ชื่อผ้าไทยลายสวย : หัวใจกาชาด

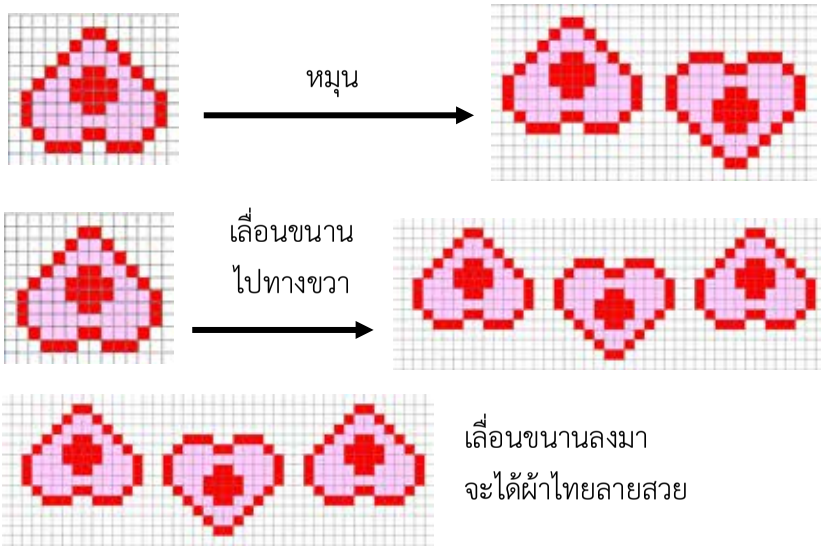
รูปต้นแบบเริ่มต้น คือ



วิธีการสร้างลายผ้า



หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5** **เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง** **รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์**	**เวลา 2 ชั่วโมง** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**



ขั้นสรุป

5. ครูเน้นย้ำว่า ให้นักเรียนออกแบบลายผ้าโดยให้สามารถอธิบายลายผ้านั้นด้วยการแปลงทางเรขาคณิตได้ และเน้นย้ำว่าให้นักเรียนออกแบบลายผ้าให้เรียบร้อย พร้อมทั้งเตรียมการนำเสนอชื่อลายผ้า รูปต้นแบบเริ่มต้น และวิธีการสร้างลายผ้าให้กลายเป็นผ้าไทยลายสวย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5
เรื่องที่ 8.5 ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง
รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

ชั่วโมงที่ 14

ขั้นนำ

1. ครูนำนักเรียนสนทนาเกี่ยวกับการนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตมาช่วยในการออกแบบลายผ้า จากนั้นครูตรวจสอบว่า นักเรียนออกแบบลายผ้าลงบนกระดาษเสร็จเรียบร้อยแล้วหรือไม่ แล้วเน้นย้ำให้นักเรียนเตรียมการนำเสนอชื่อลายผ้า รูปต้นแบบเริ่มต้น และวิธีการสร้างลายผ้าให้กลายเป็นผ้าไทยลายสวย

ขั้นสอน

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยเสนอชื่อลายผ้า รูปต้นแบบเริ่มต้น และวิธีการสร้างลายผ้าให้กลายเป็นผ้าไทยลายสวย แล้วให้นักเรียนจัดแสดงผลงานไว้ในห้องเรียนให้เพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ดู

ขั้นสรุป

3. ครูนำนักเรียนร่วมกันสรุปว่า จากการทำกิจกรรมอาจจะมีบางกลุ่มที่ใช้การแปลงทางเรขาคณิตเพียงชนิดเดียวในการออกแบบ หรือบางกลุ่มอาจใช้การแปลงทางเรขาคณิตหลายชนิดในการออกแบบ ซึ่งเราอาจจะนำลายผ้าที่ได้เสนอให้กับผู้ทำอาชีพทอผ้าเพื่อสร้างรายได้เสริมได้

แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 : เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง

เวลาสอบ 40 นาที คะแนนเต็ม 20 คะแนน

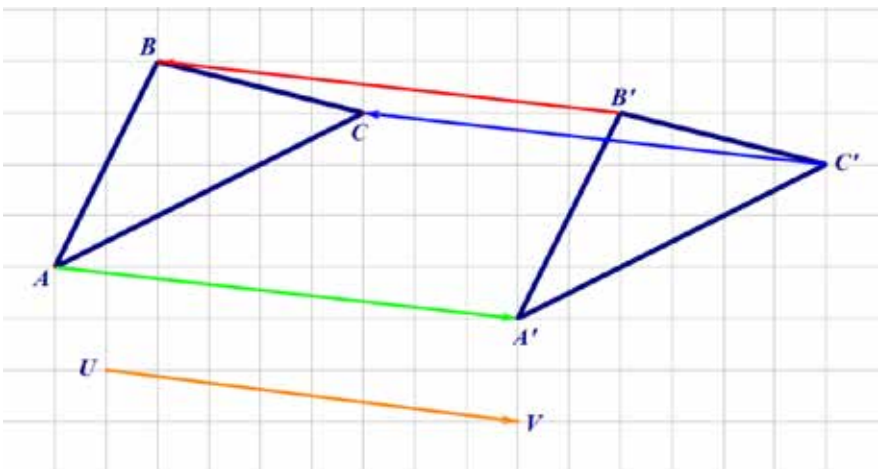
ชื่อ – สกุล..... ชั้น ม. 2/..... ห้อง..... เลขที่.....

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้ มีทั้งหมด 12 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน รวม 20 คะแนน

ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบเลือกตอบ มี 9 ข้อ
ให้นักเรียนเขียน ○ ล้อมรอบตัวเลือกที่ถูกที่สุด

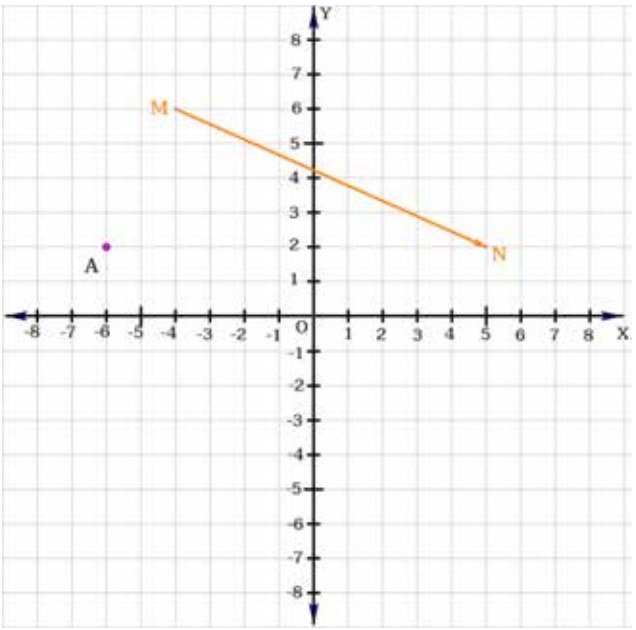
1. ข้อใดกล่าว<u>ไม่</u>ถูกต้อง (1 คะแนน)
   - ก. การเดินของเข็มวินาทีของนาฬิกาเป็นตัวอย่างของการหมุน
   - ข. การเคลื่อนที่ของบันไดเลื่อนเป็นตัวอย่างของการเลื่อนขนาน
   - ค. การใช้กรรไกรตัดกระดาษเป็นตัวอย่างของการหมุน
   - ง. การเลื่อนใบมีดเพื่อใช้งานคัตเตอร์เป็นตัวอย่างของการสะท้อน

2. จากรูป กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม A′B′C′ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม ABC ข้อใดเป็นเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานนี้ (1 คะแนน)



ก. $\overrightarrow{AA'}$ ข. $\overrightarrow{B'B}$ ค. $\overrightarrow{C'C}$ ง. $\overrightarrow{UV}$

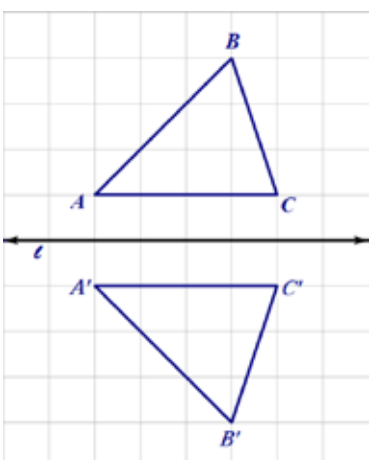
3. ข้อใดคือพิกัดของจุด A’ ที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด A ด้วยเวกเตอร์ $\overrightarrow{MN}$ (1 คะแนน)



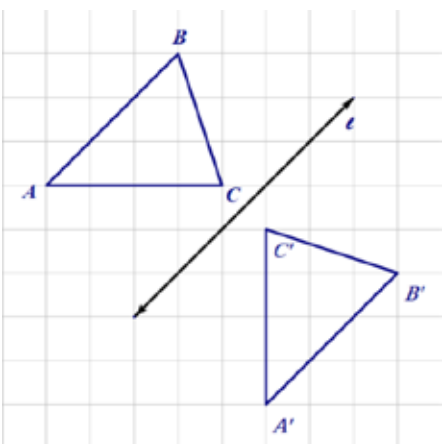
ก. (2, -4) ข. (4, -2) ค. (-8, 4) ง. (-4, 8)

4. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม A′B′C′ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน ภาพในข้อใดไม่ใช่การสะท้อน (1 คะแนน)

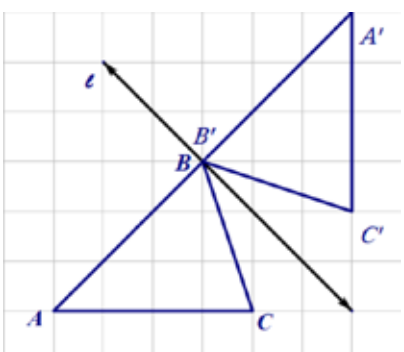
ก.



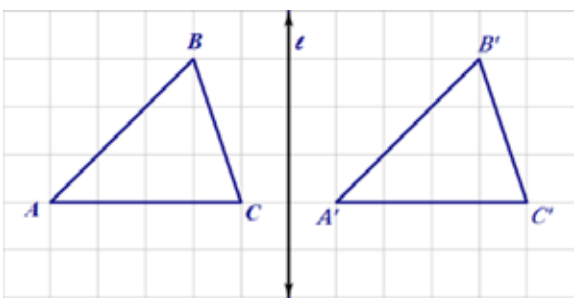
ข.



ค.



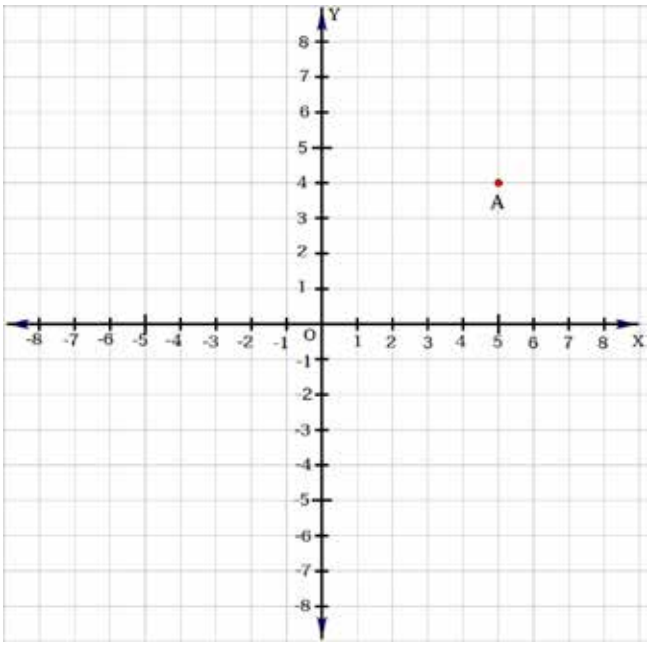
ง.



5. ข้อใดคือพิกัดของจุด A’ ที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A ที่มีพิกัดเป็น (7, -3) โดยมีแกน Y เป็นเส้นสะท้อน (1 คะแนน)

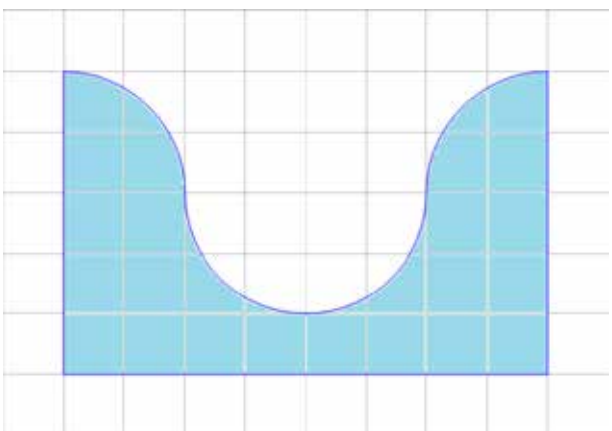
ก. (7, 3) ข. (3, -7) ค. (-7, -3) ง. (-7, 3)

6. ข้อใดคือพิกัดของจุด A’ ที่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (1 คะแนน)



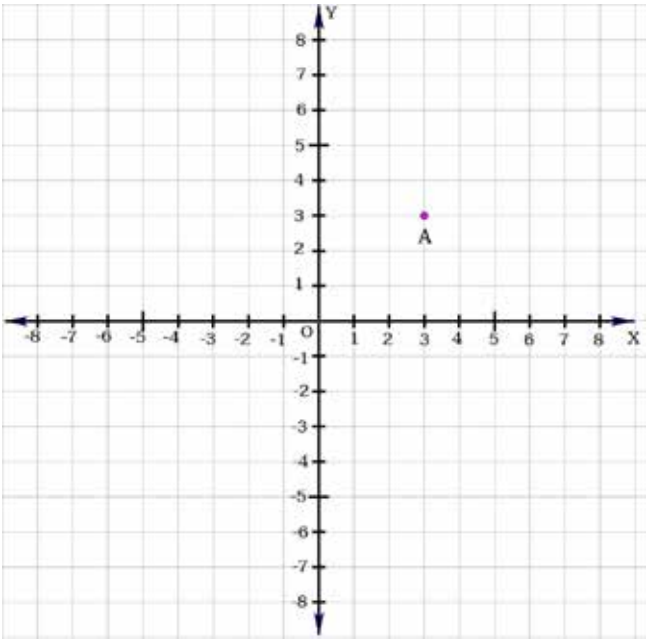
ก. (-4, 5) ข. (5, -4) ค. (-5, -4) ง. (-4, -5)

7. จากรูป พื้นที่ที่แรเงาเท่ากับกี่ตารางหน่วย (1 คะแนน)



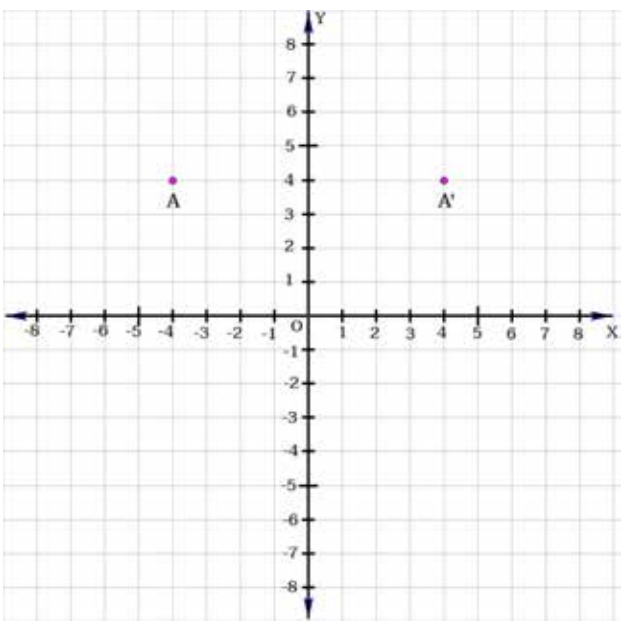
ก. 21 ตารางหน่วย
ข. 22 ตารางหน่วย
ค. 23 ตารางหน่วย
ง. 24 ตารางหน่วย

8. ข้อใดเป็นการหมุนที่ทำให้ได้พิกัดของจุด A’ เป็นพิกัดเดียวกับการหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 180 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา (2 คะแนน)



ก. การหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา
ข. การหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
ค. การหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 180 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
ง. การหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 270 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา

9. จากรูป กำหนดให้จุด A’ เป็นภาพที่ได้จากการแปลงจุด A ข้อใดไม่สามารถอธิบายการแปลงที่เกิดขึ้นได้ (2 คะแนน)



ก. จุด A’ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด A ไปทางขวาตามแนวแกน X 8 หน่วย

ข. จุด A’ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน

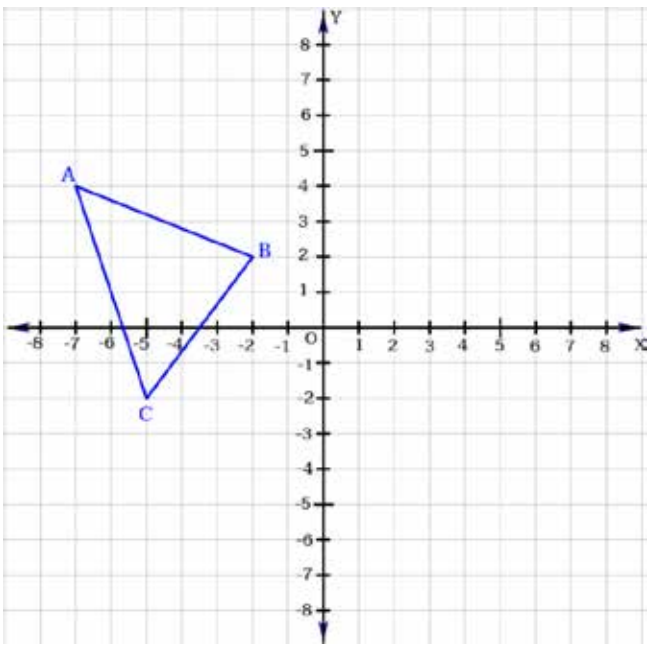
ค. จุด A’ เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา

ง. จุด A’ เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 270 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบเติมคำ มี 3 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

ให้นักเรียนเติมพิกัดของจุดบนภาพที่ได้จากการแปลงรูปต้นแบบที่กำหนดให้

1.



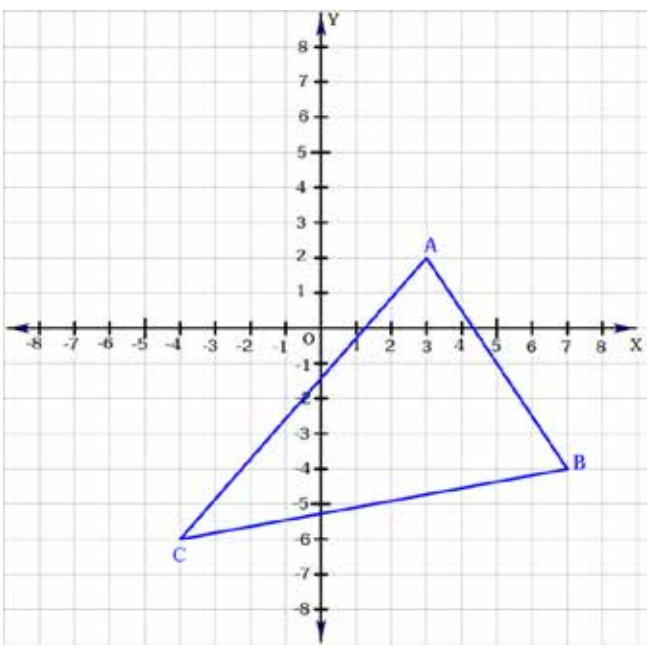
กำหนดให้ ΔA’B’C’ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ไปทางขวาตามแนวแกน X 7 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 4 หน่วย

พิกัดของจุด A’ คือ .....

พิกัดของจุด B’ คือ .....

พิกัดของจุด C’ คือ .....

2.

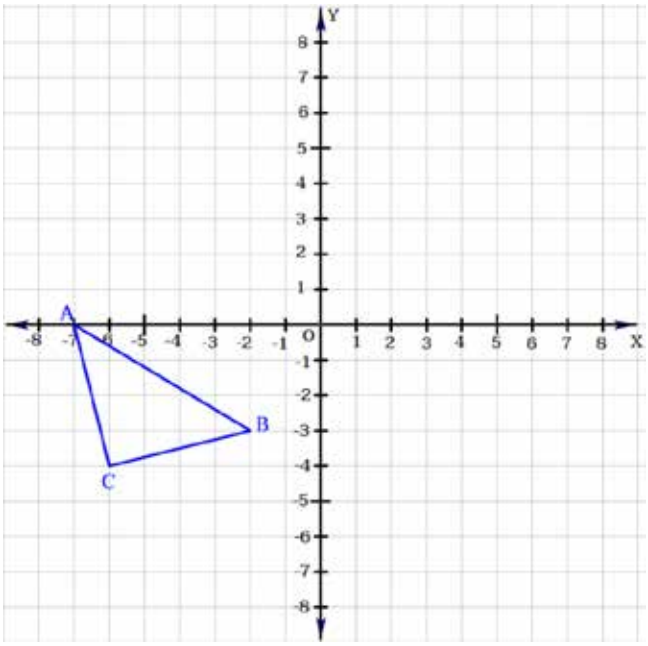


กำหนดให้ ΔA’B’C’ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน

พิกัดของจุด A’ คือ .....

พิกัดของจุด B’ คือ .....

พิกัดของจุด C’ คือ .....

3. 

กำหนดให้ ΔA'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 180 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา

พิกัดของจุด A' คือ .....

พิกัดของจุด B' คือ .....

พิกัดของจุด C' คือ .....

เฉลยแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้
หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 : เสน่ห์ไทยด้วยการแปลง

ตอนที่ 1

1. ข้อ ง

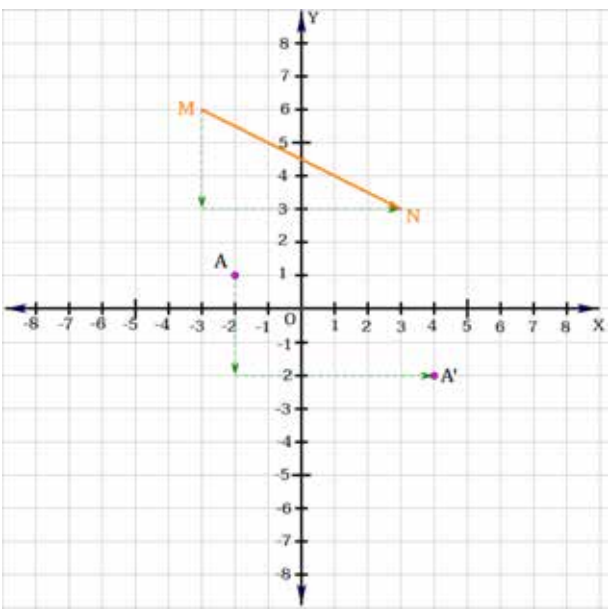
แนวคิด ไม่ถูกต้อง เนื่องจากการเลื่อนใบมีดเพื่อใช้งานคัตเตอร์เป็นตัวอย่างของการเลื่อนขนาน

2. ข้อ ก

แนวคิด รูปสามเหลี่ยม A'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม ABC ไปทางขวาตามแนวแกน X 9 หน่วย และเลื่อนลงไปตามแนวแกน Y 1 หน่วย ซึ่งเวกเตอร์ที่สอดคล้องกับการเลื่อนขนานดังกล่าว คือ $\overrightarrow{AA'}$

3. ข้อ ข

แนวคิด $\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนานไปทางขวาตามแนวแกน X 6 หน่วย และเลื่อนลงไปตามแนวแกน Y 3 หน่วย ดังนั้น จุด A' ที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด A ด้วย $\overrightarrow{MN}$ มีพิกัด คือ (4, -2)

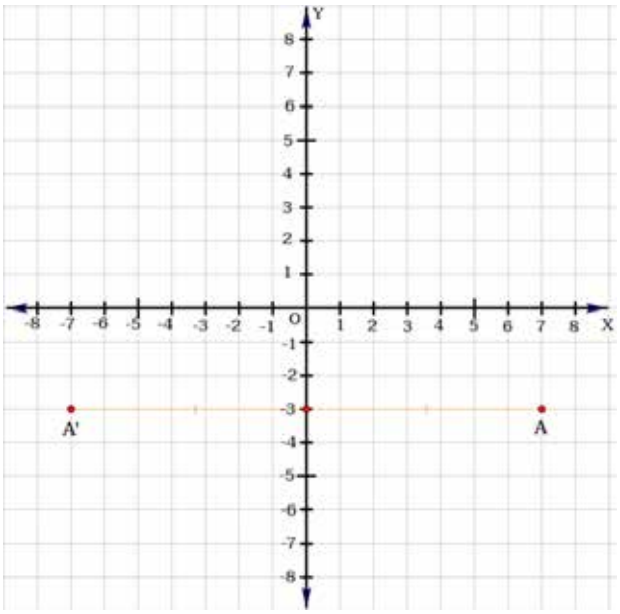


4. ข้อ ง

แนวคิด เมื่อพิจารณาว่าจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะต้องอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากัน จะได้ ภาพในข้อ ง ไม่ใช่การสะท้อน

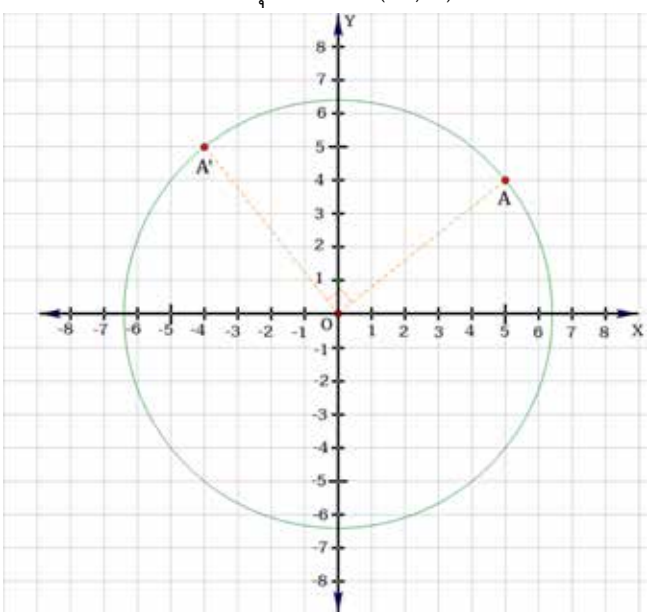
5. ข้อ ค

แนวคิด จุด A’ จะต้องอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากับจุด A อยู่ห่างจากเส้นสะท้อน และเนื่องจากแกน Y เป็นเส้นสะท้อน ดังนั้น พิกัด y จะไม่เปลี่ยนแปลง
ดังนั้น พิกัดของจุด A’ คือ (-7, -3)



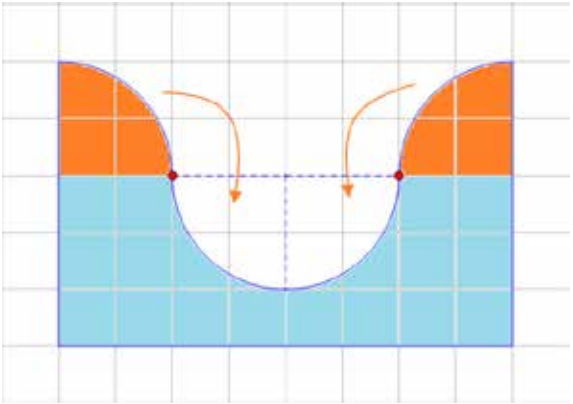
6. ข้อ ก

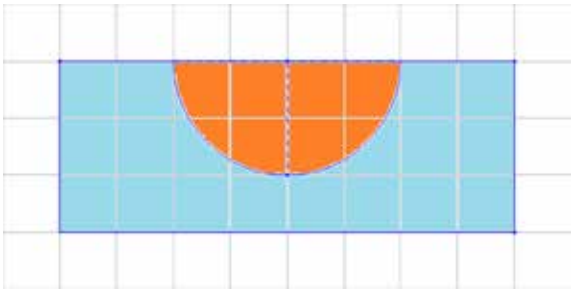
แนวคิด จุด A’ จะอยู่ในจตุภาคที่ 2 และจะต้องอยู่บนวงกลมที่มีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลางและมีรัศมียาว OA ดังนั้น พิกัดของจุด A’ คือ (-4, 5)



7. ข้อ ง

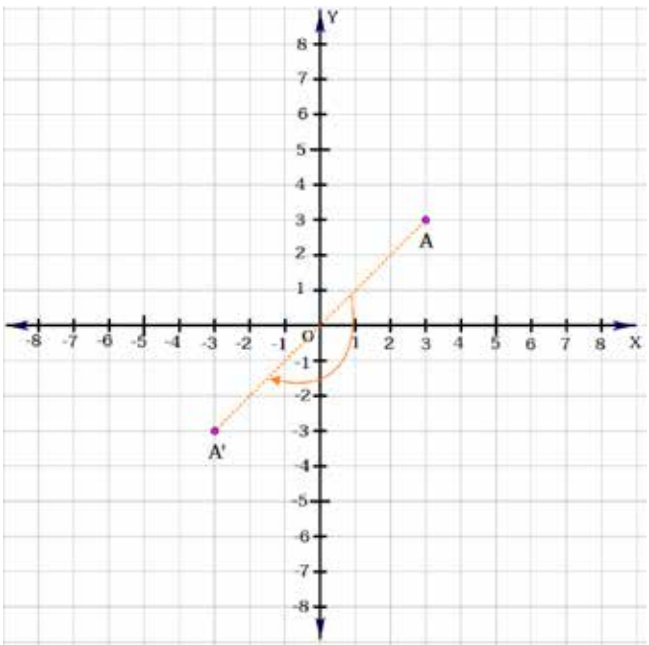
แนวคิด พื้นที่ที่แรเงา = $3 \times 8 = 24$ ตารางหน่วย





8. ข้อ ค

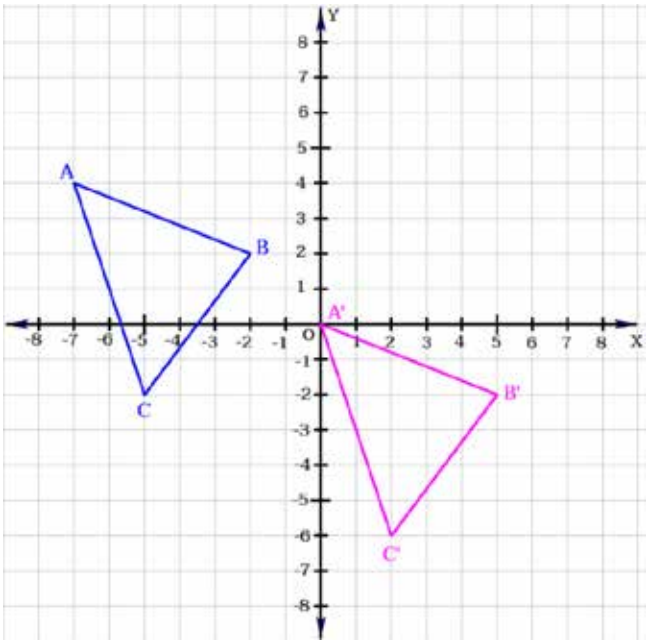
แนวคิด จุด A’ เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 180 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา มีพิกัด คือ (-3, -3) ซึ่งเป็นพิกัดเดียวกับจุด A’ ที่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด A โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดศูนย์กลาง ด้วยมุม 180 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา



9. ข้อ ข

แนวคิด จุด A’ ที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน จะมีพิกัดเป็น (-4, 4) ดังนั้น ข้อ ข อธิบายการแปลงที่ไม่สอดคล้องกับภาพ

ตอนที่ 2

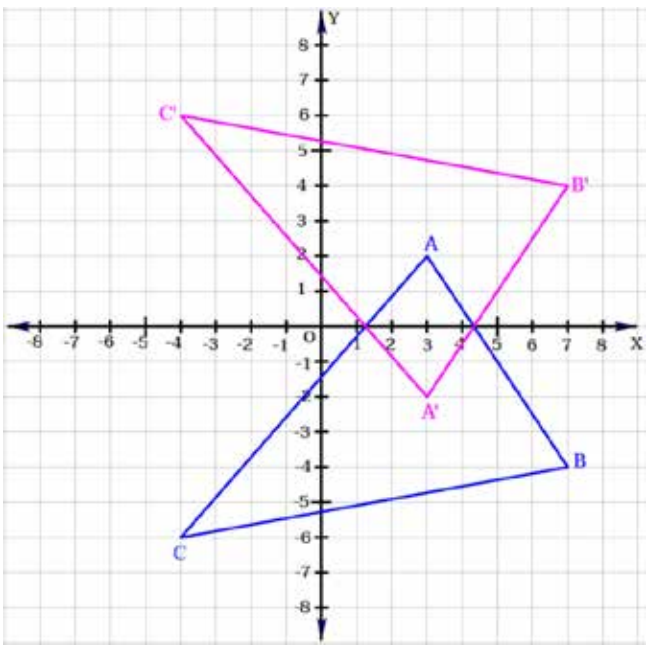
1. 

กำหนดให้ ΔA'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ไปทางขวาตามแนวแกน X 7 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 4 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (0, 0)

พิกัดของจุด B' คือ (5, -2)

พิกัดของจุด C' คือ (2, -6)

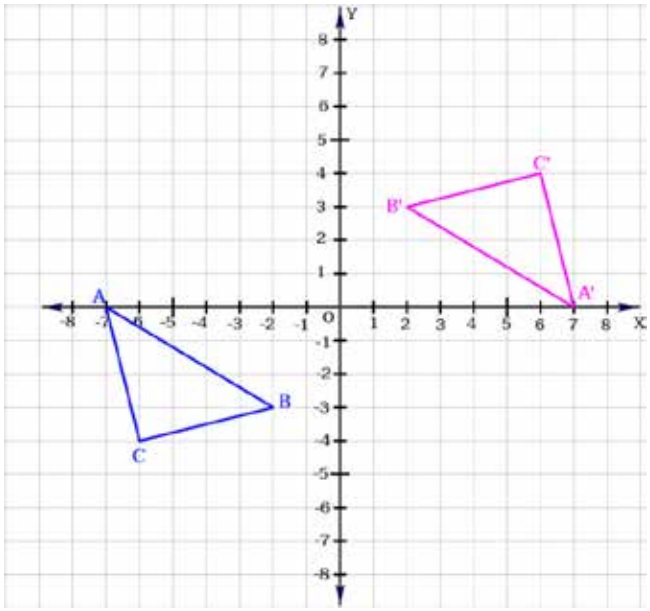
2. 

กำหนดให้ ΔA'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน

พิกัดของจุด A' คือ (3, -2)

พิกัดของจุด B' คือ (7, 4)

พิกัดของจุด C' คือ (-4, 6)

3. 

กำหนดให้ ΔA'B'C' เป็นภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC โดยมีจุดกำเนิด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 180 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา

พิกัดของจุด A' คือ (7, 0)

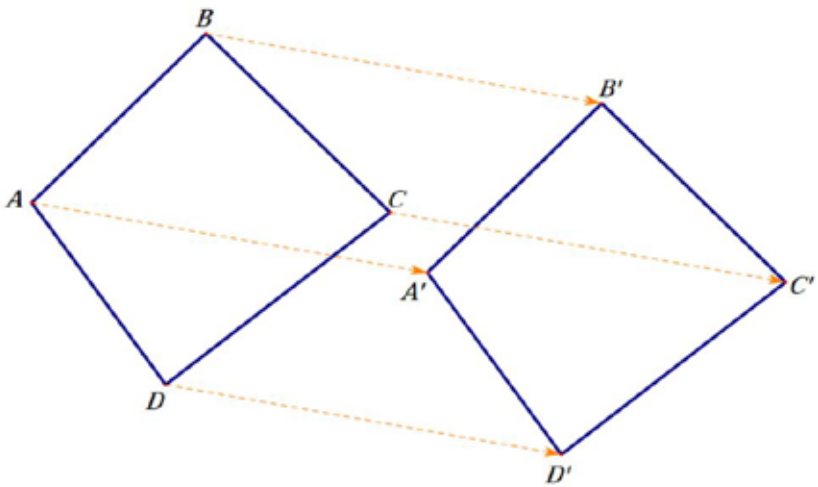
พิกัดของจุด B' คือ (2, 3)

พิกัดของจุด C' คือ (6, 4)

เฉลยแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม

เฉลยแบบฝึกหัด 1 : สิ่งที่สมนัยกัน

คำชี้แจง กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม A'B'C'D' เป็นภาพที่ได้จากการแปลงรูปสี่เหลี่ยม ABCD ให้นักเรียนระบุจุดที่สมนัยกัน ด้านที่สมนัยกัน และมุมที่สมนัยกัน ทุกคู่



จุดที่สมนัยกัน	จุด A และจุด A′ เป็นจุดที่สมนัยกัน
	จุด B และจุด B′ เป็นจุดที่สมนัยกัน
	จุด C และจุด C′ เป็นจุดที่สมนัยกัน
	จุด D และจุด D′ เป็นจุดที่สมนัยกัน
ด้านที่สมนัยกัน	$\overline{AB}$ และ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
	$\overline{BC}$ และ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
	$\overline{CD}$ และ $\overline{C'D'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
	$\overline{DA}$ และ $\overline{D'A'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
มุมที่สมนัยกัน	$A\hat{B}C$ และ $A'\hat{B}'C'$ เป็นมุมที่สมนัยกัน
	$B\hat{C}D$ และ $B'\hat{C}'D'$ เป็นมุมที่สมนัยกัน
	$C\hat{D}A$ และ $C'\hat{D}'A'$ เป็นมุมที่สมนัยกัน
	$D\hat{A}B$ และ $D'\hat{A}'B'$ เป็นมุมที่สมนัยกัน

เฉลยแบบฝึกหัด 2 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก

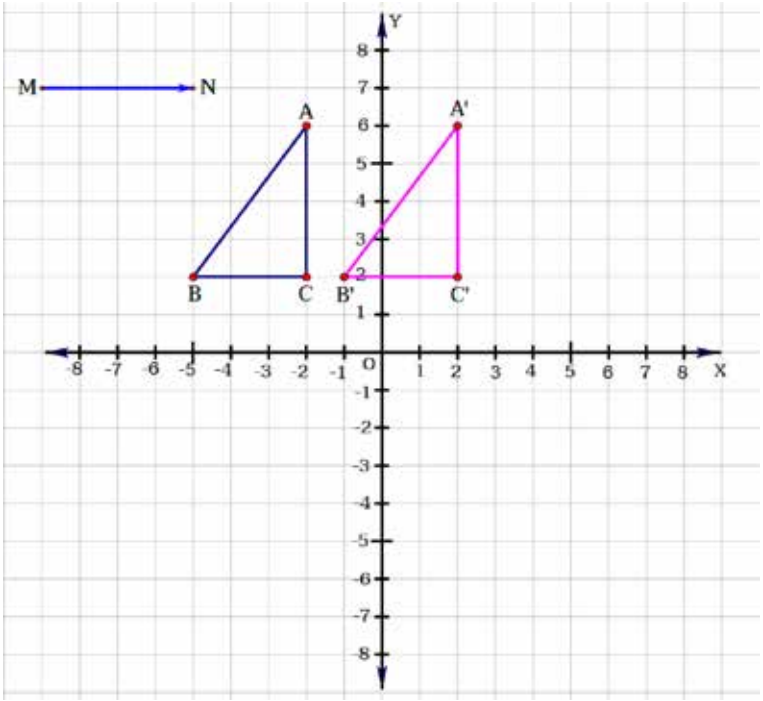
การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางเท่ากันตามที่กำหนด

สมบัติของการเลื่อนขนาน

1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการ
2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น
3) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรงนั้น จะขนานกันและยาวเท่ากัน

ตอนที่ 1 การเลื่อนขนานตามแนวแกน X

1. กำหนด ΔABC มีจุด A(-2, 6), จุด B(-5, 2) และจุด C(-2, 2) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



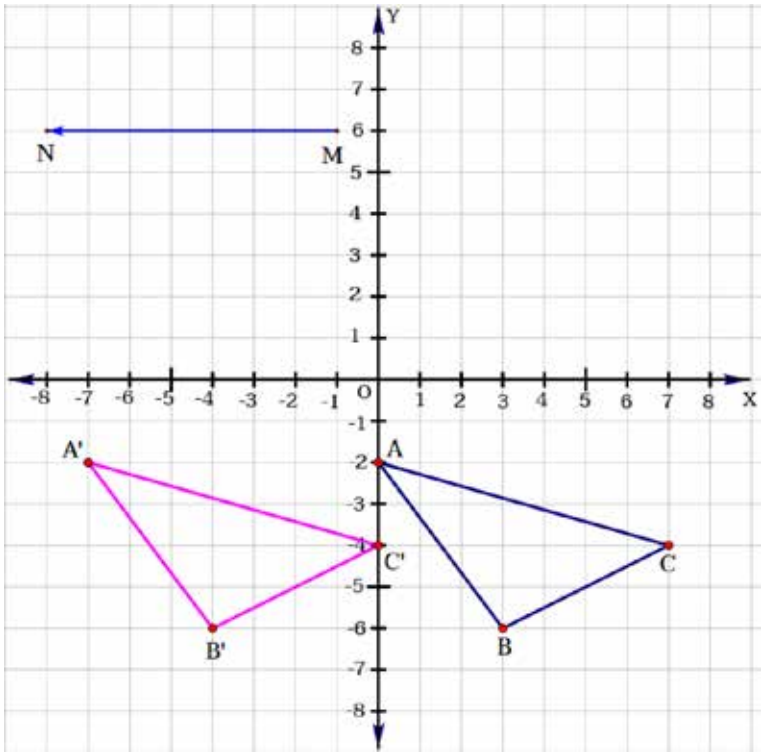
$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (2, 6)

พิกัดของจุด B' คือ (-1, 2)

พิกัดของจุด C' คือ (2, 2)

2. กำหนด ΔABC มีจุด A(0, -2), จุด B(3, -6) และจุด C(7, -4) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



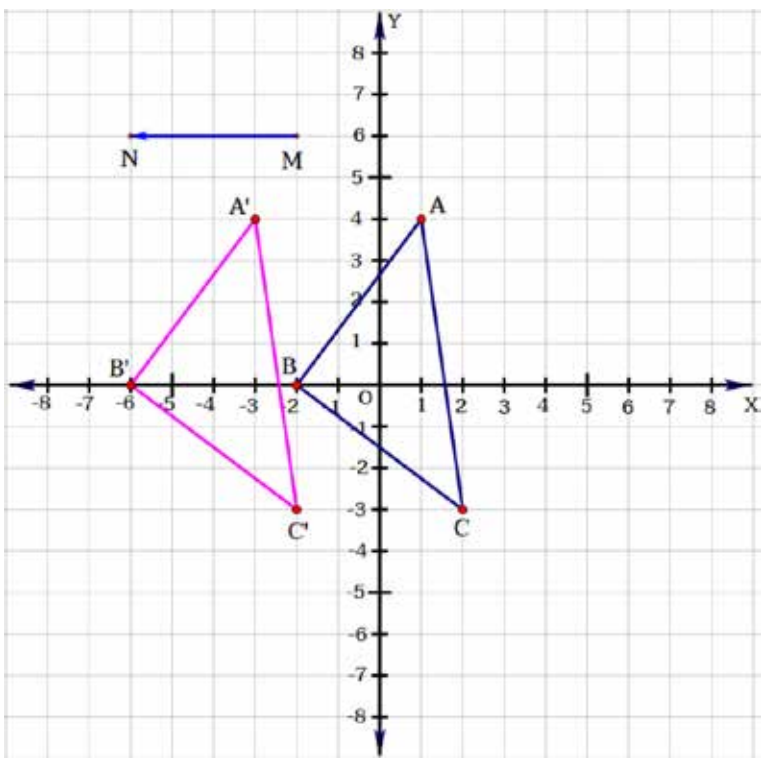
$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไป ทางซ้ายตามแนวแกน X 7 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (-7, -2)

พิกัดของจุด B' คือ (-4, -6)

พิกัดของจุด C' คือ (0, -4)

3. กำหนด ΔABC มีจุด A(1, 4), จุด B(-2, 0) และจุด C(2, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไป ทางซ้ายตามแนวแกน X 4 หน่วย

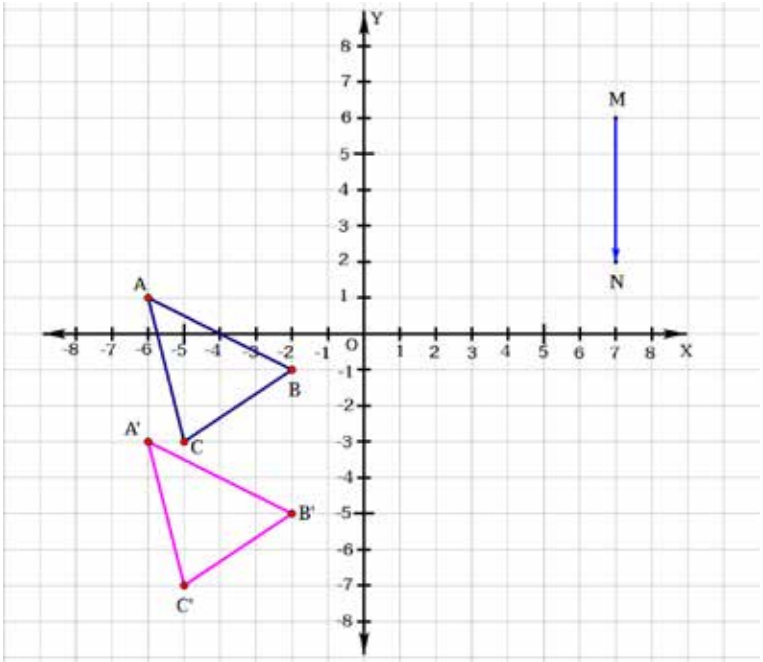
พิกัดของจุด A' คือ (-3, 4)

พิกัดของจุด B' คือ (-6, 0)

พิกัดของจุด C' คือ (-2, -3)

ตอนที่ 2 การเลื่อนขนานตามแนวแกน Y

1. กำหนด ΔABC มีจุด A (-6, 1), จุด B(-2, -1) และจุด C(-5, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'

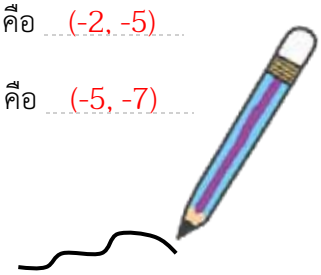


$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ลงไป ตามแนวแกน Y 4 หน่วย

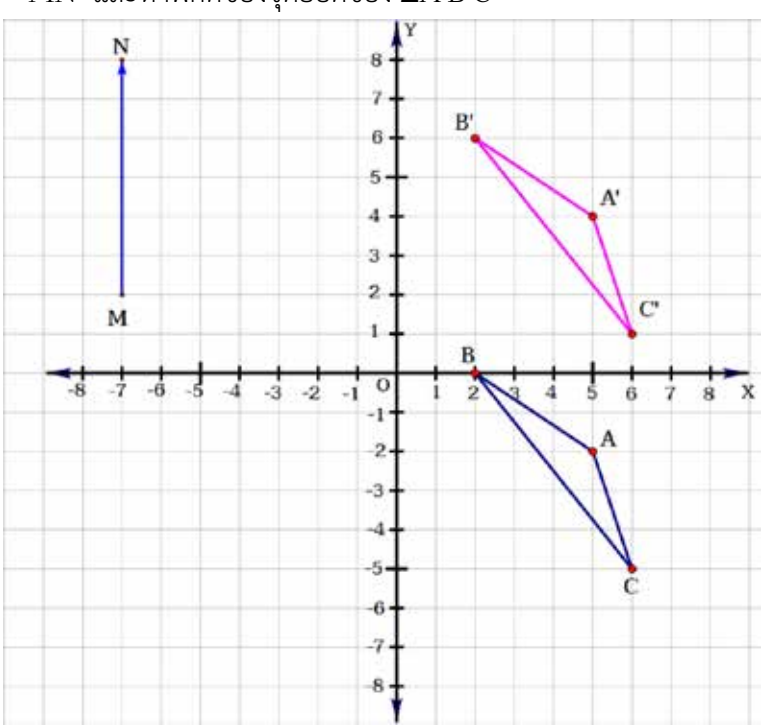
พิกัดของจุด A' คือ (-6, -3)

พิกัดของจุด B' คือ (-2, -5)

พิกัดของจุด C' คือ (-5, -7)



2. กำหนด ΔABC มีจุด A(5, -2), จุด B(2, 0) และจุด C(6, -5) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'

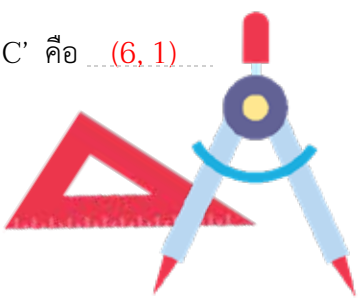


$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ขึ้นไป ตามแนวแกน Y 6 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (5, 4)

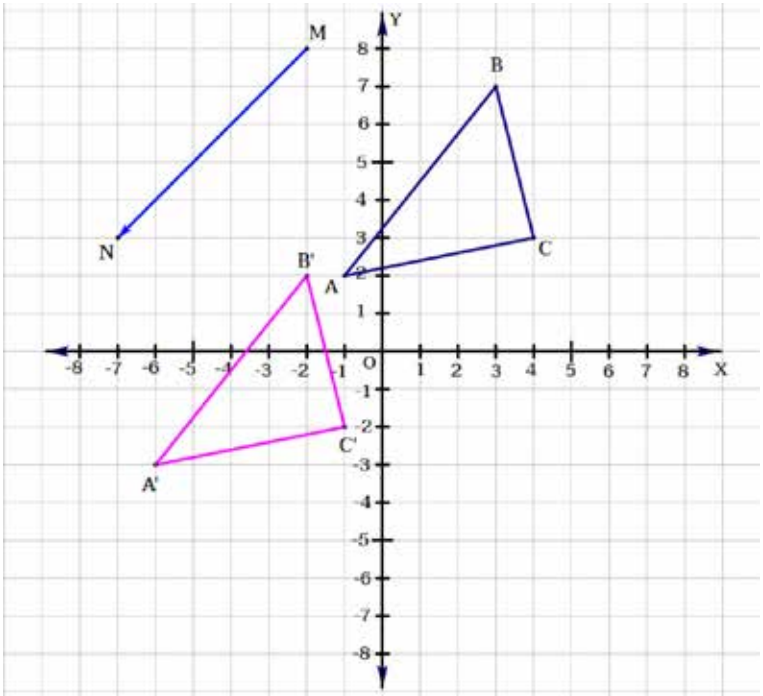
พิกัดของจุด B' คือ (2, 6)

พิกัดของจุด C' คือ (6, 1)



ตอนที่ 3 การเลื่อนขนานที่มีเวกเตอร์ในแนวเฉียง

1. กำหนด ΔABC มีจุด A (-1,2), จุด B(3, 7) และจุด C(4, 3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



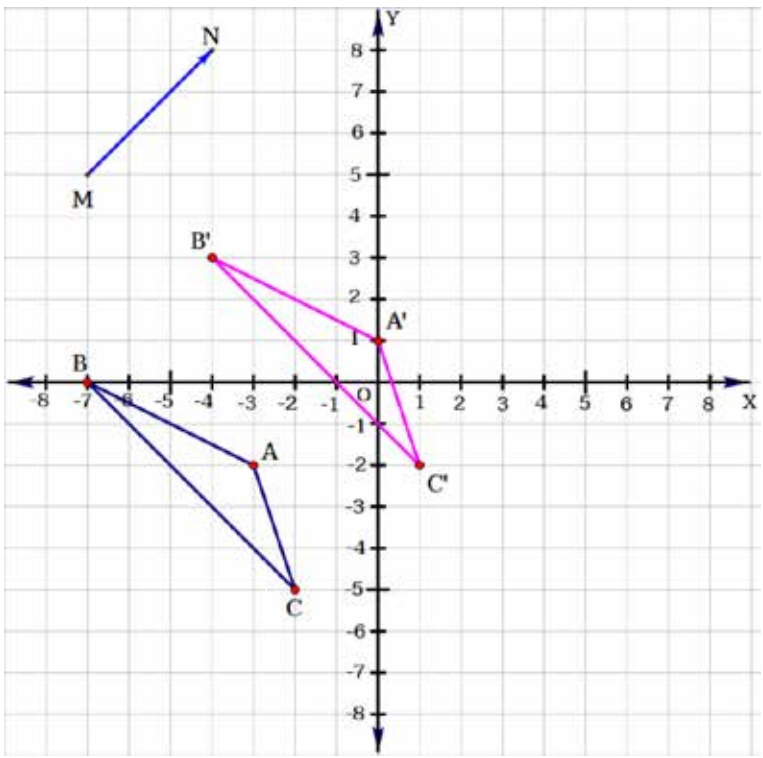
$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไปทางซ้ายตามแนวแกน X 5 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 5 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (-6, -3)

พิกัดของจุด B' คือ (-2, 2)

พิกัดของจุด C' คือ (-1, -2)

2. กำหนด ΔABC มีจุด A (-3, -2), จุด B-7, 0) และจุด C(-2, -5) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'

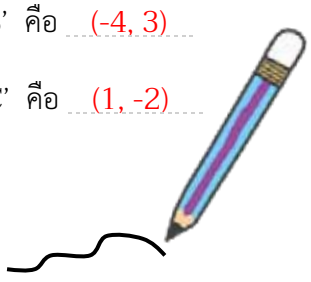


$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไปทางขวาตามแนวแกน X 3 หน่วย และเลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 3 หน่วย

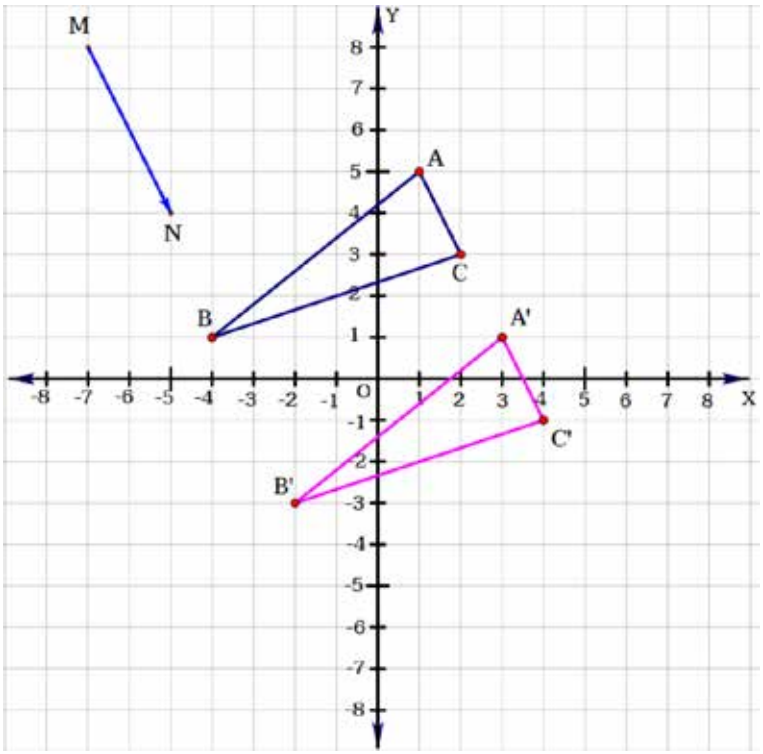
พิกัดของจุด A' คือ (0, 1)

พิกัดของจุด B' คือ (-4, 3)

พิกัดของจุด C' คือ (1, -2)



3. กำหนด ΔABC มีจุด A (1, 5), จุด B(-4, 1) และจุด C(2, 3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'

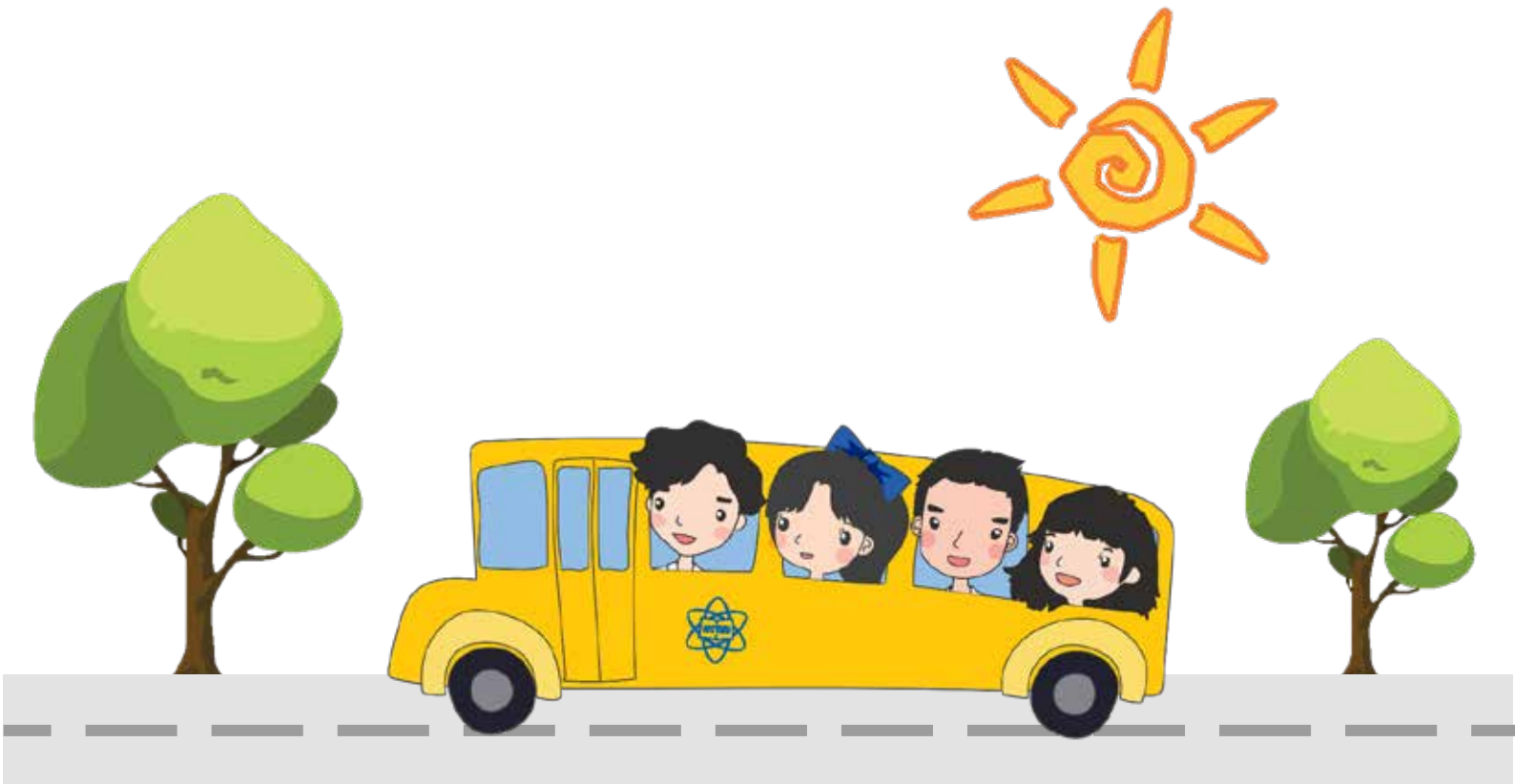


$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไปทางขวาตามแนวแกน X 2 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแนวแกน Y 4 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (3, 1)

พิกัดของจุด B' คือ (-2, -3)

พิกัดของจุด C' คือ (4, -1)

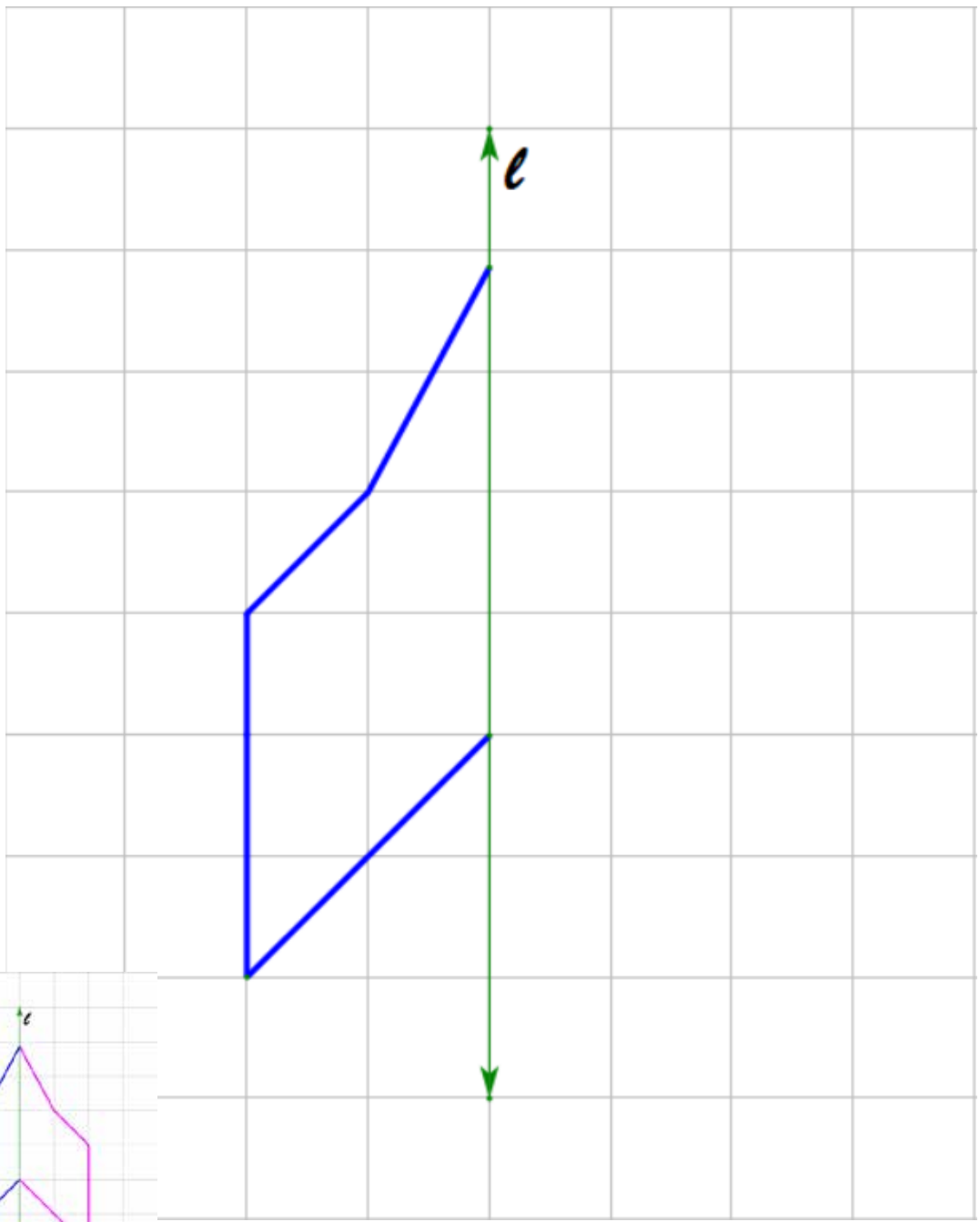


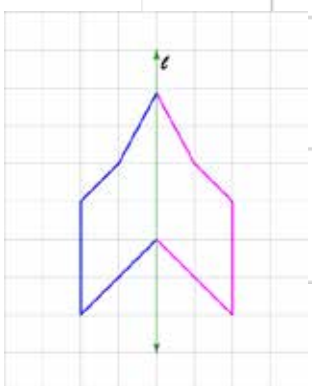
เฉลยใบกิจกรรม 1 : ภาพลับจับสะท้อน

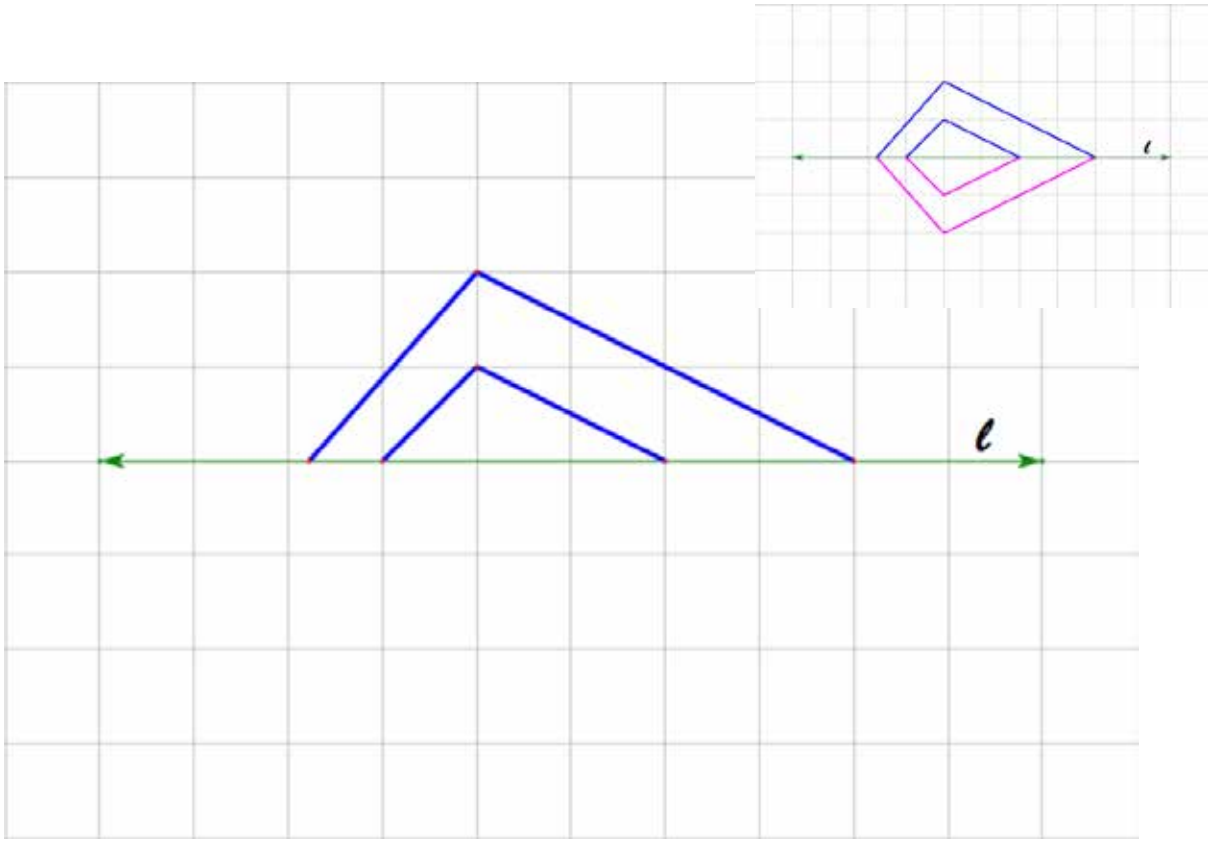
ชื่อ – สกุล..... ชั้น ม. 2/..... ห้อง..... เลขที่.....

ชื่อ – สกุล..... ชั้น ม. 2/..... ห้อง..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนมาให้ จากนั้น ให้นักเรียนตกแต่งภาพโดยการระบายสีเท่านั้น ไม่ตกแต่งส่วนอื่นเพิ่มเติม แล้วตั้งชื่อภาพที่ได้ให้สอดคล้องกับภาพที่ปรากฏ






ℓ

ℓ

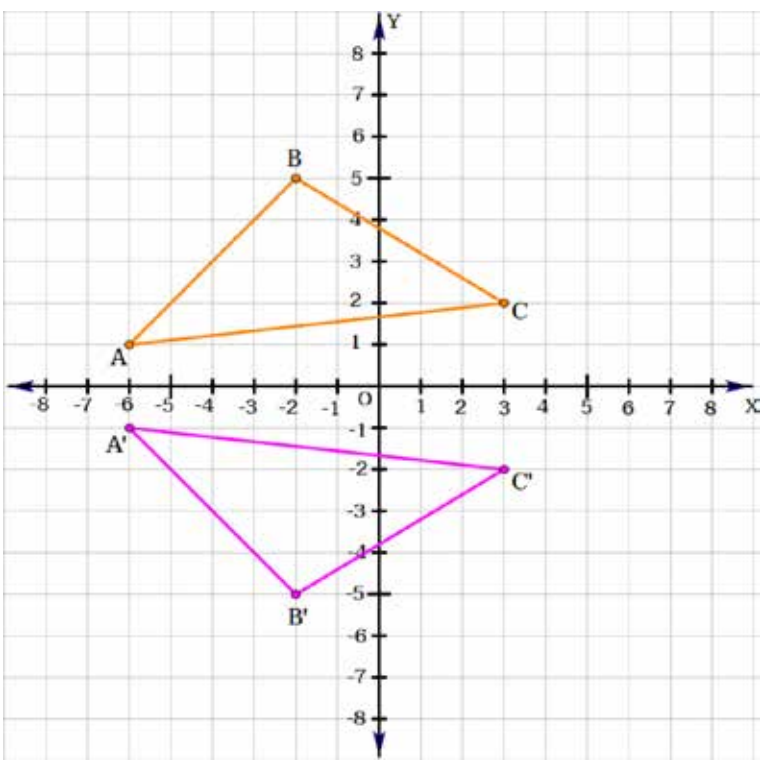
เฉลยแบบฝึกหัด 3 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก

การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการพลิกรูป โดยมีเส้นในแนวตรงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน ซึ่งอาจจะมีบางจุดอยู่บนเส้นสะท้อนก็ได้

สมบัติของการสะท้อน

1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน สามารถทับกันได้สนิทโดยต้องพลิกรูปต้นแบบหรือพลิกภาพที่ได้จากการสะท้อนอย่างหนึ่งอย่างใด หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ
2) จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน หรือเส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน
3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน

1. กำหนด ΔABC มีจุด A (-6, 1), จุด B(-2, 5) และจุด C(3, 2) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC โดยมีแกน X เป็นแกนสะท้อน และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



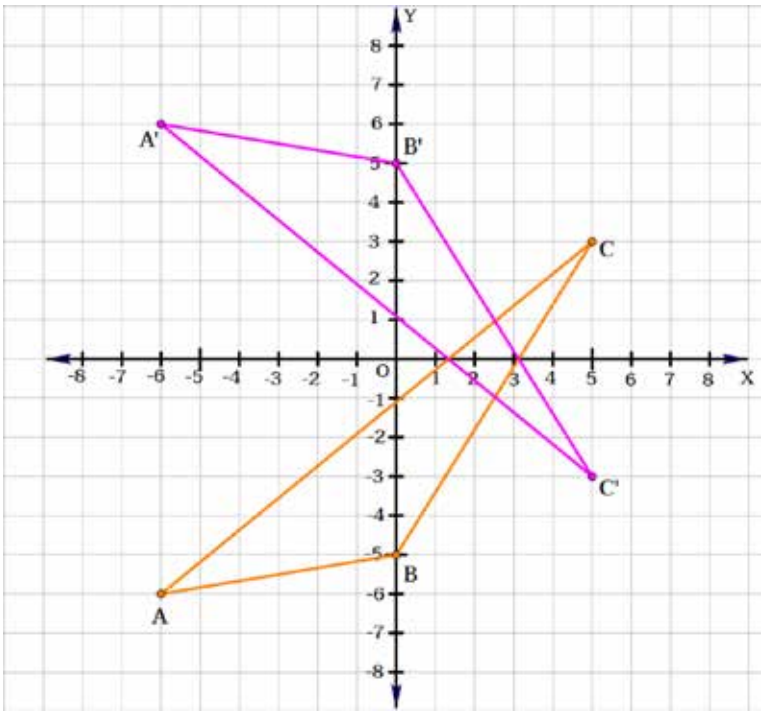
จุด A อยู่ห่างจาก แกน X
เป็นระยะ 1 หน่วย
จุด B อยู่ห่างจาก แกน X
เป็นระยะ 5 หน่วย
จุด C อยู่ห่างจาก แกน X
เป็นระยะ 2 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (-6, -1)

พิกัดของจุด B' คือ (-2, -5)

พิกัดของจุด C' คือ (3, -2)

2. กำหนด ΔABC มีจุด A (-6, -6), จุด B(0, -5) และจุด C(5, 3) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC โดยมีแกน X เป็นแกนสะท้อน และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



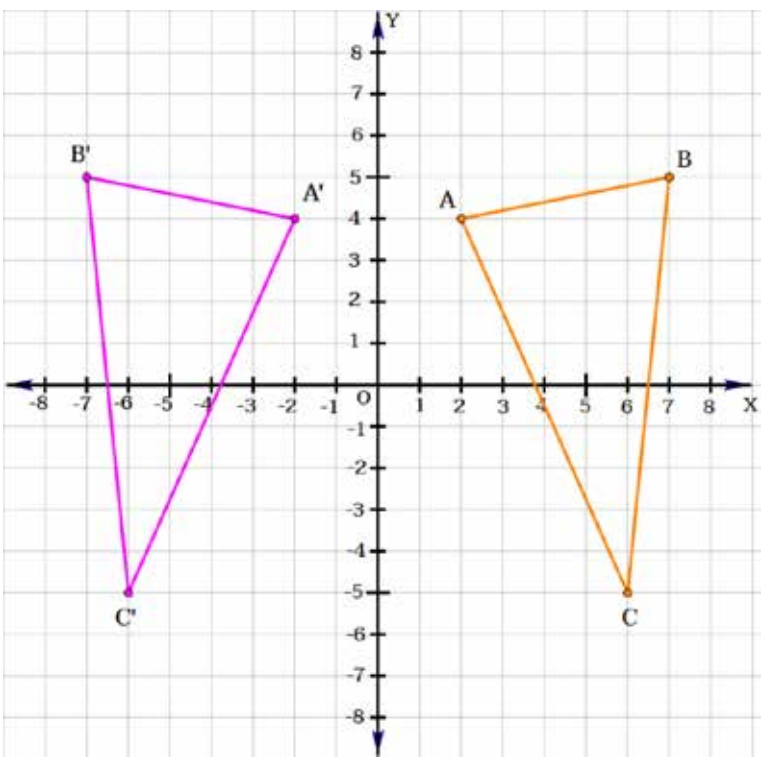
จุด A อยู่ห่างจาก แกน X
เป็นระยะ 6 หน่วย
จุด B อยู่ห่างจาก แกน X
เป็นระยะ 5 หน่วย
จุด C อยู่ห่างจาก แกน X
เป็นระยะ 3 หน่วย

พิกัดของจุด A' คือ (-6, 6)

พิกัดของจุด B' คือ (0, 5)

พิกัดของจุด C' คือ (5, -3)

3. กำหนด ΔABC มีจุด A (2, 4), จุด B(7, 5) และจุด C(6, -5) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC โดยมีแกน Y เป็นแกนสะท้อน และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



จุด A อยู่ห่างจาก แกน Y
เป็นระยะ 2 หน่วย
จุด B อยู่ห่างจาก แกน Y
เป็นระยะ 7 หน่วย
จุด C อยู่ห่างจาก แกน Y
เป็นระยะ 6 หน่วย

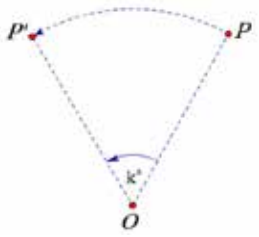
พิกัดของจุด A' คือ (-2, 4)

พิกัดของจุด B' คือ (-7, 5)

พิกัดของจุด C' คือ (-6, -5)

เฉลยแบบฝึกหัด 4 : การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

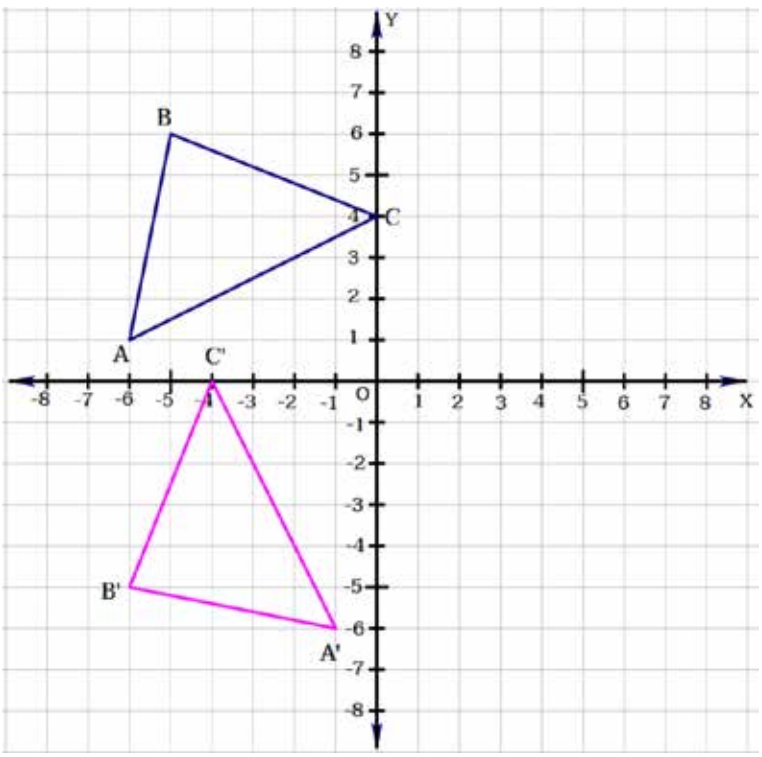
การหมุนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็น จุดหมุน หรือ จุดศูนย์กลางของการหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P′ เป็นจุดคู่สมนัยกับจุด P และเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทาง ที่กำหนดด้วย มุมที่มีขนาด k องศา โดยที่ OP = OP′



สมบัติของการหมุน

1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน
3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ

1. กำหนด ΔABC มีจุด A(-6, 1), จุด B(-5, 6) และจุด C(0, 4) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC โดยมีจุด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'

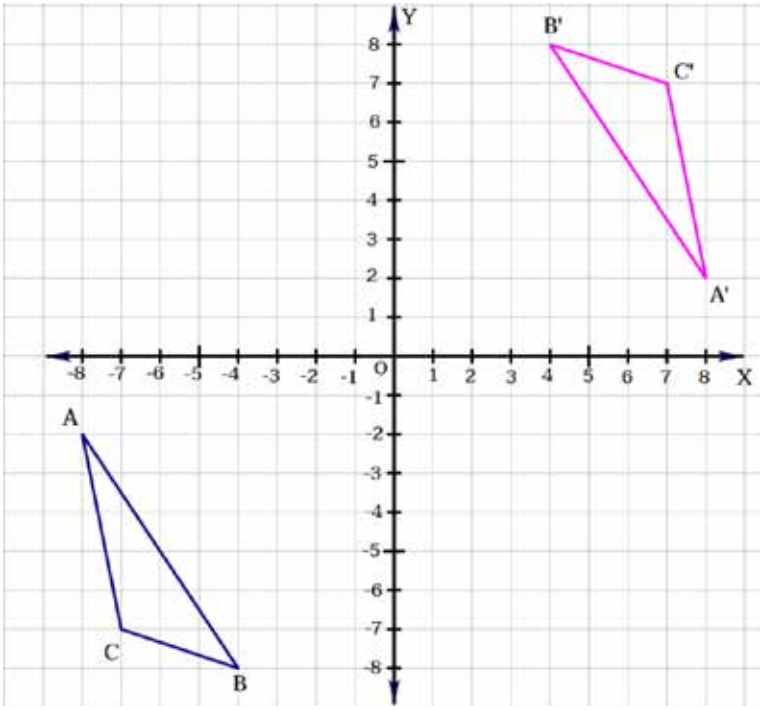


พิกัดของจุด A' คือ (-1, -6)

พิกัดของจุด B' คือ (-6, -5)

พิกัดของจุด C' คือ (-4, 0)

2. กำหนด ΔABC มีจุด A(-8, -2), จุด B(-4, -8) และจุด C(-7, -7) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC โดยมีจุด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 180 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'

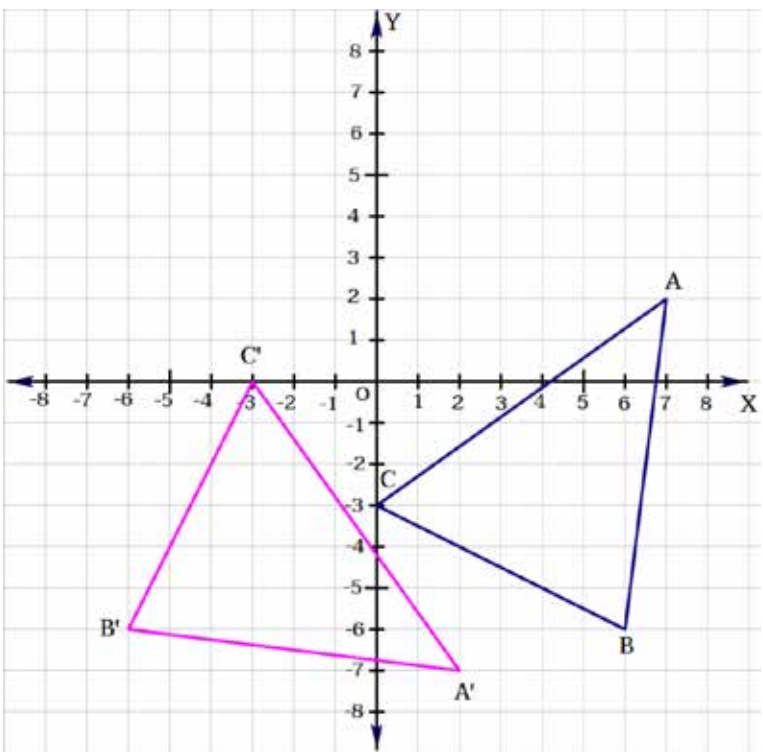


พิกัดของจุด A' คือ (8, 2)

พิกัดของจุด B' คือ (4, 8)

พิกัดของจุด C' คือ (7, 7)

3. กำหนด ΔABC มีจุด A(7, 2), จุด B(6, -6) และจุด C(0, -3) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการหมุน ΔABC โดยมีจุด O เป็นจุดหมุน ด้วยมุม 90 องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ ΔA'B'C'



พิกัดของจุด A' คือ (2, -7)

พิกัดของจุด B' คือ (-6, -6)

พิกัดของจุด C' คือ (-3, 0)

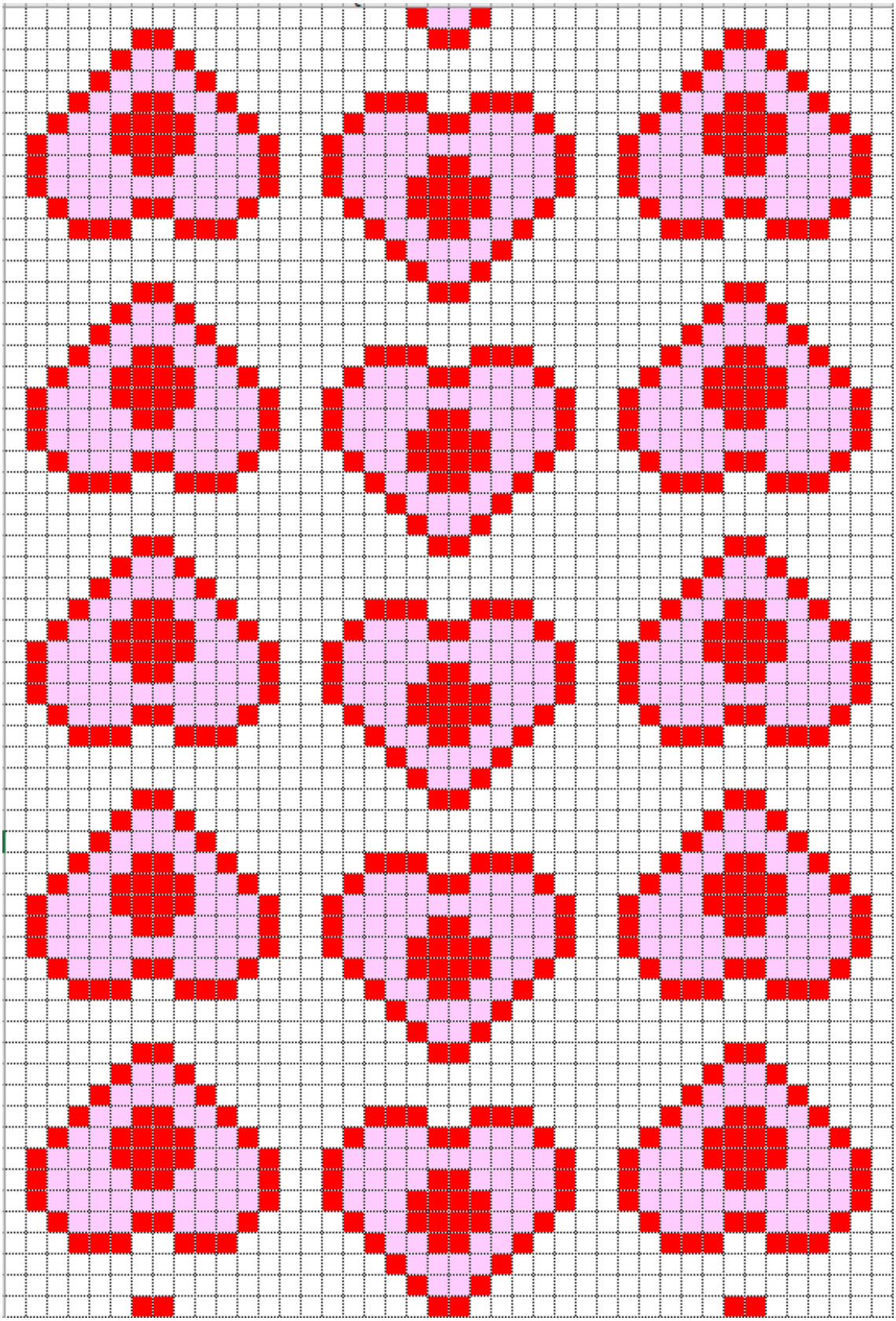
เฉลยใบกิจกรรม 2 : ผ้าไทยลายสวยด้วยการแปลง

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม. 2/ ..... ห้อง ..... เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม. 2/ ..... ห้อง ..... เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม. 2/ ..... ห้อง ..... เลขที่ .....
ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม. 2/ ..... ห้อง ..... เลขที่ .....

คำชี้แจง ให้นักเรียนออกแบบลายผ้าไทยที่สามารถอธิบายการสร้างลายผ้าโดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิต โดยระบายสีลงในช่องตารางสร้างเป็นผ้าไทยลายสวย

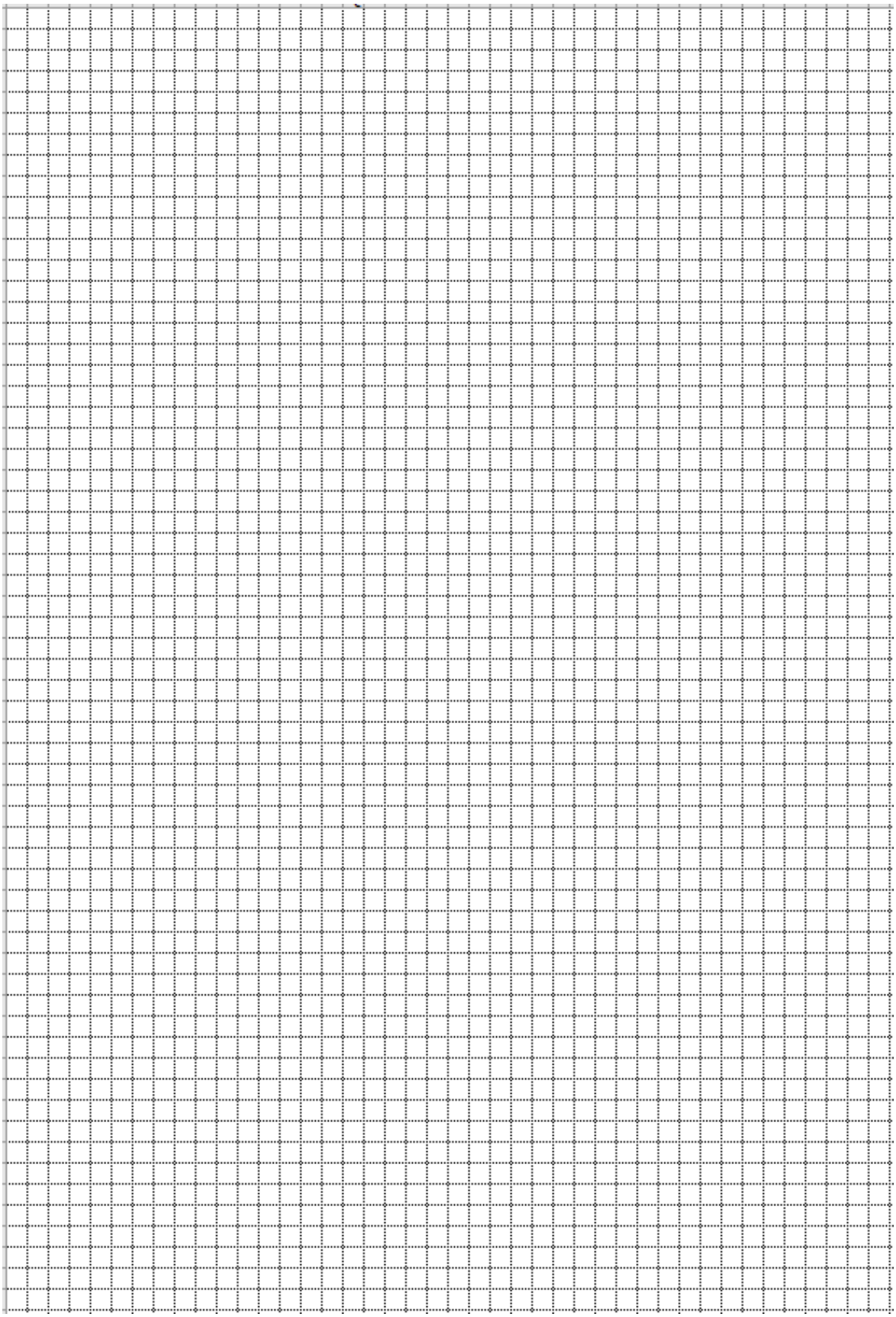
ตัวอย่างของลวดลายผ้าที่อธิบายได้ด้วยการแปลงทางเรขาคณิต

ตัวอย่างผ้าไทยลายสวย : ลายหัวใจกาชาด



ตารางสำหรับออกแบบผ้าไทยลายสวย

ลาย.....



บัตรภาพ บัตรคำ และสื่อต่าง ๆ

บัตรภาพบันไดเลื่อน

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

บัตรภาพรถจักรยานยนต์

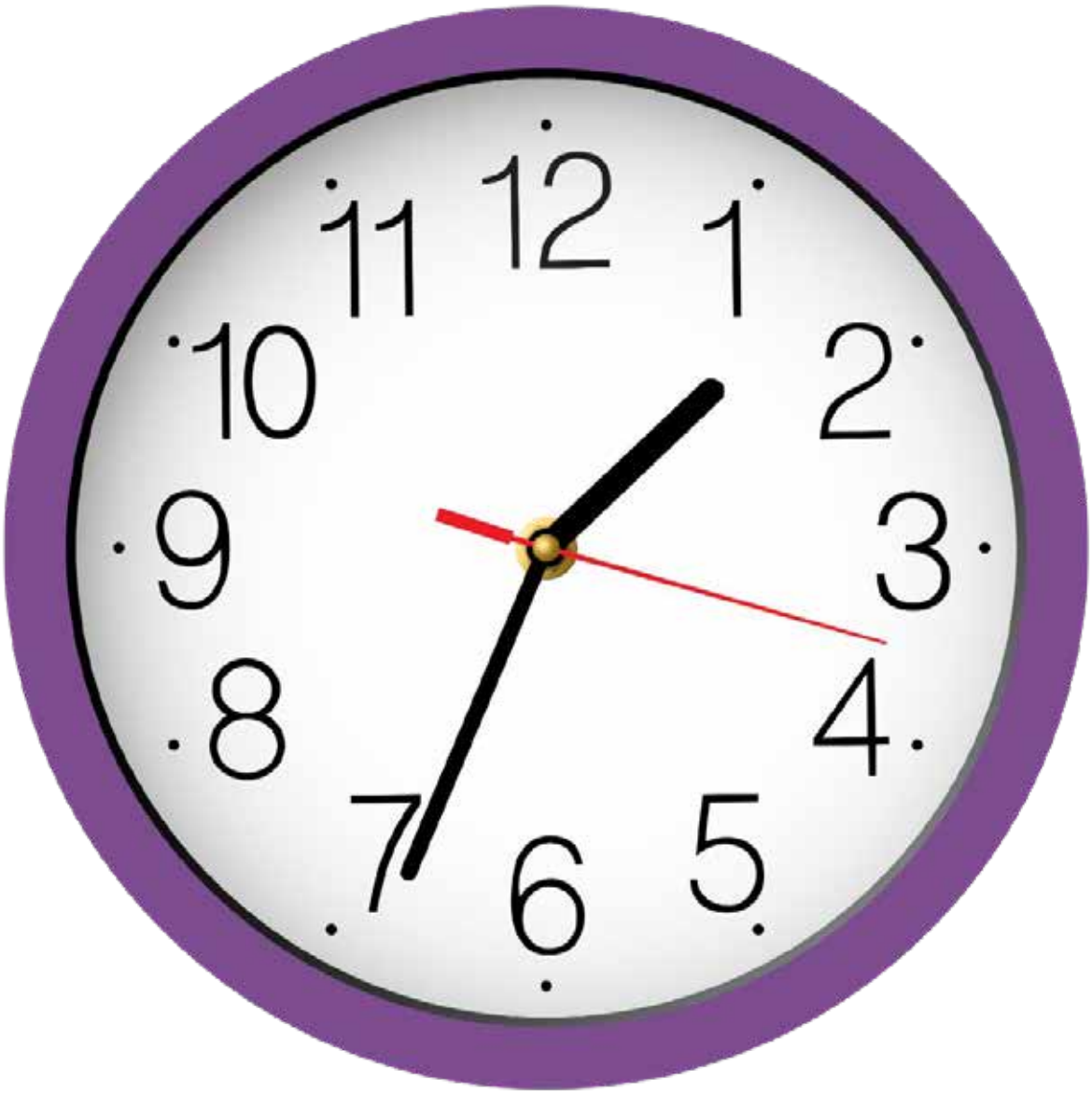
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

บัตรภาพกระดานหก

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

บัตรภาพนาฬิกา

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1 และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10

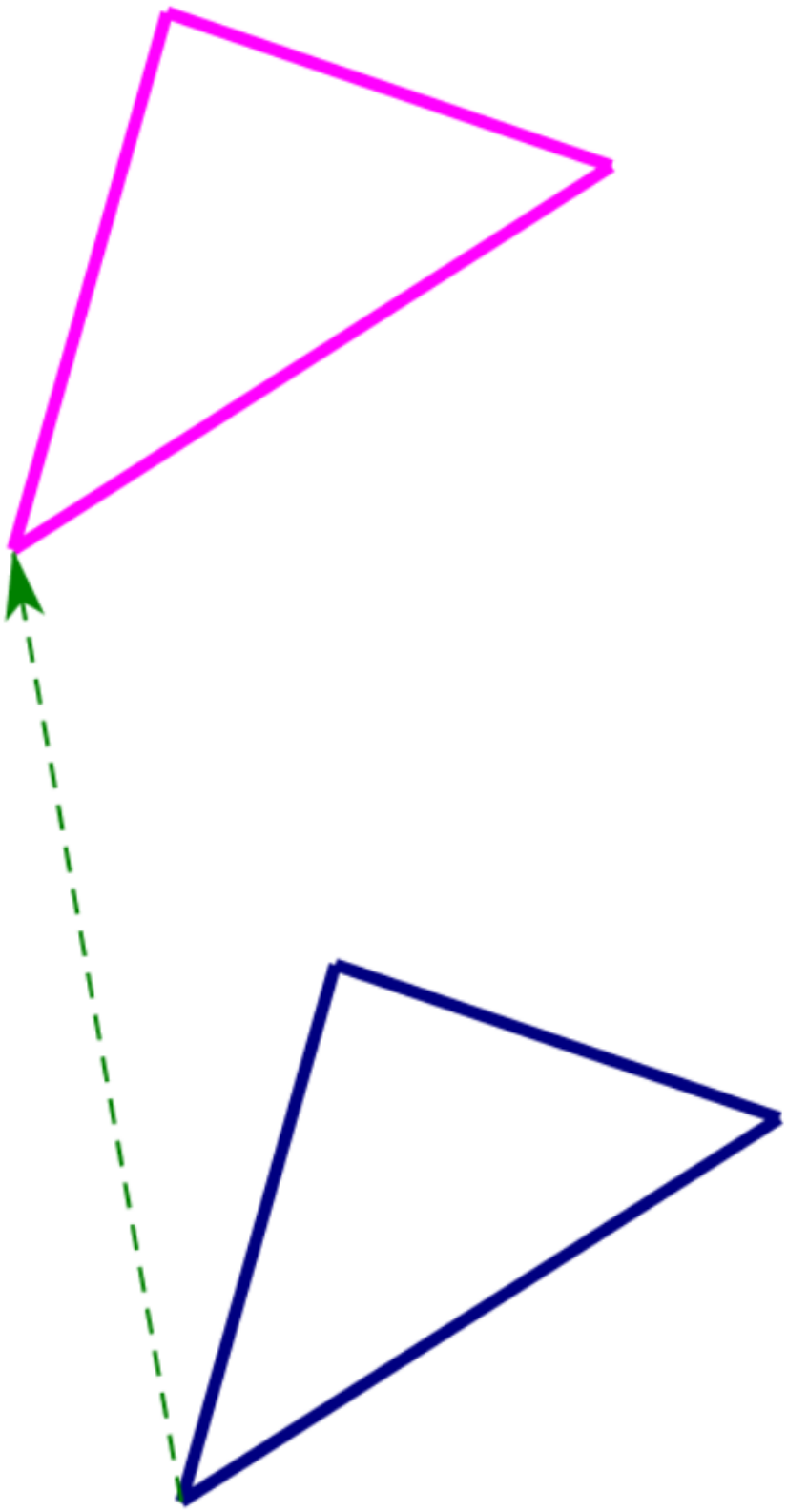


บัตรภาพลูกโป่ง

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

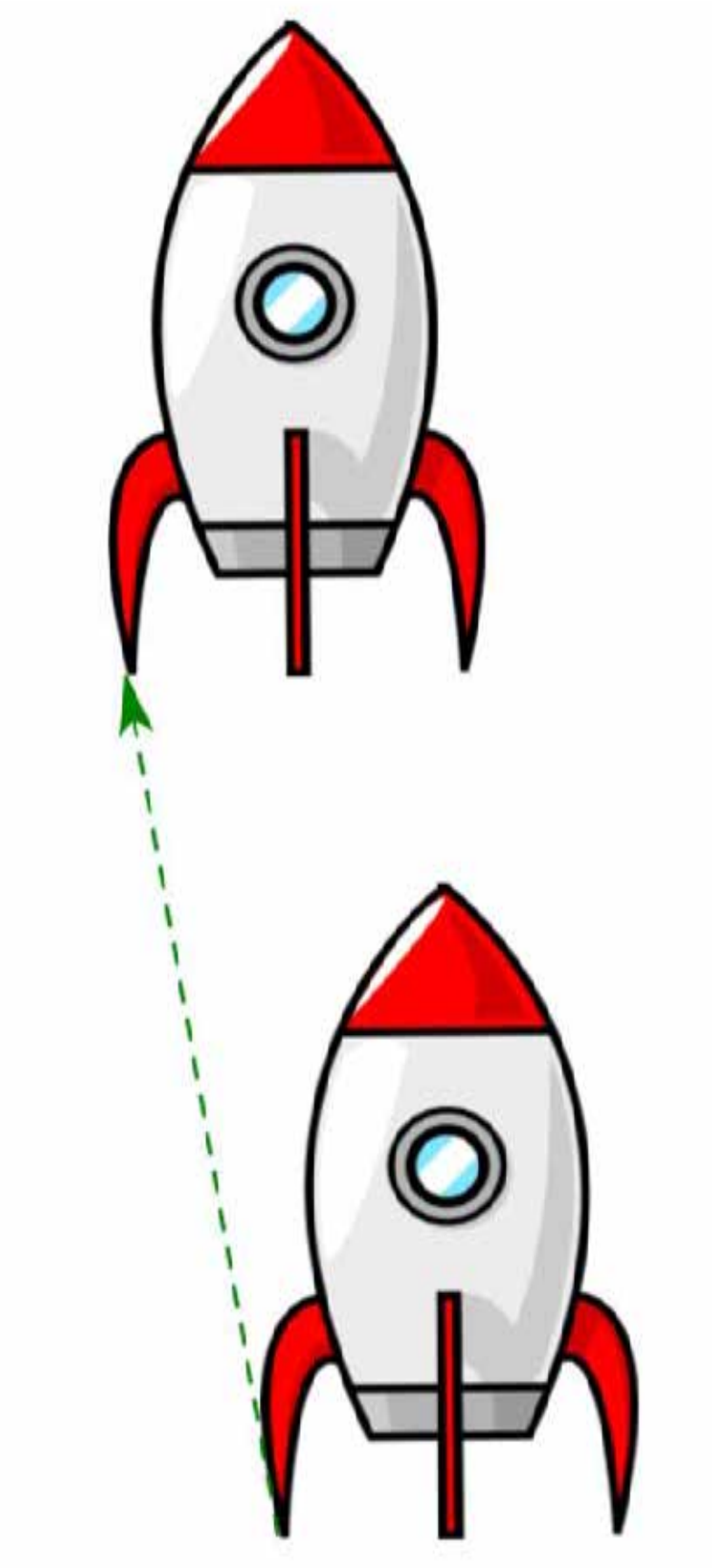
บัตรภาพการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1



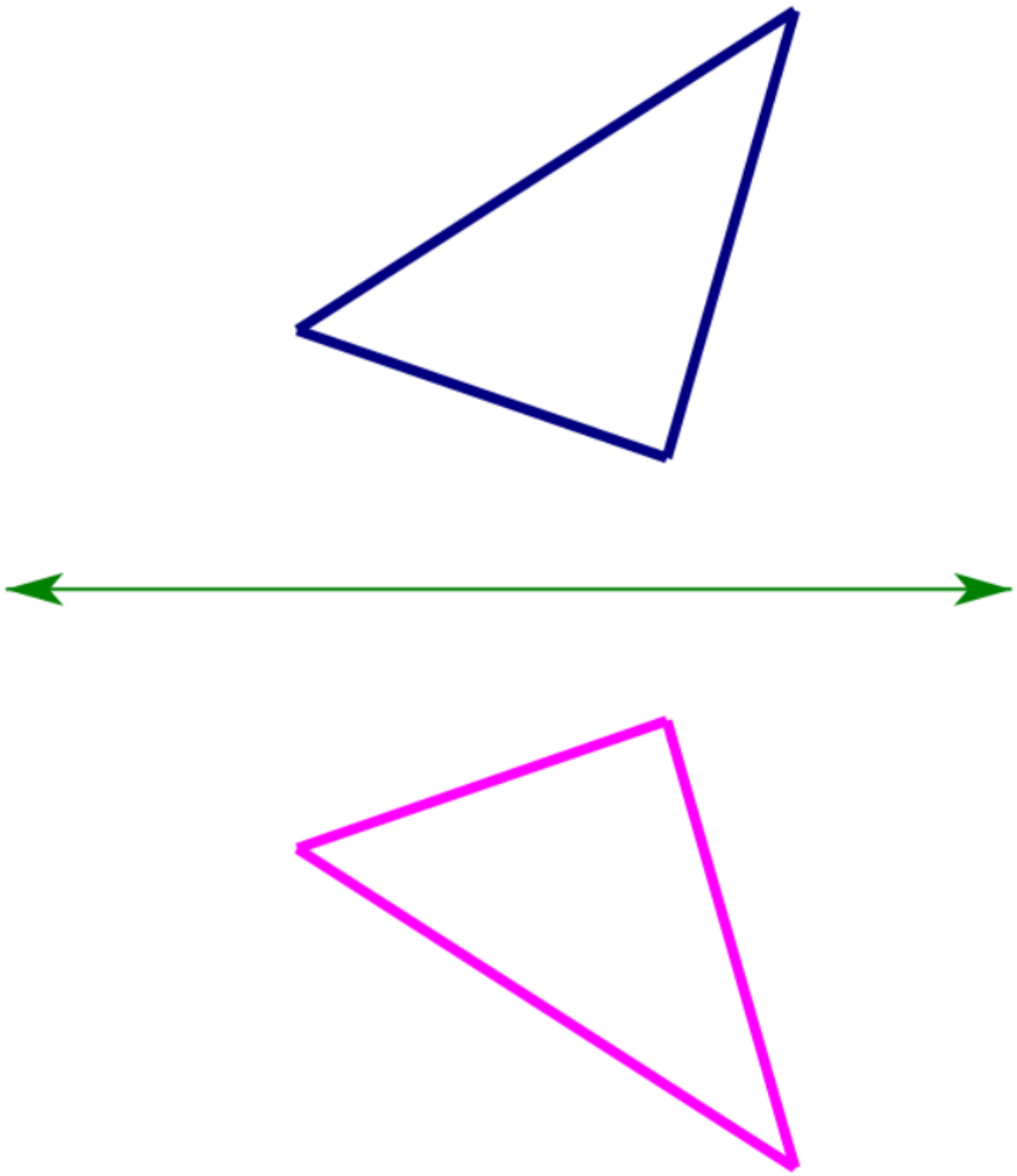
บัตรภาพจรวด

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1



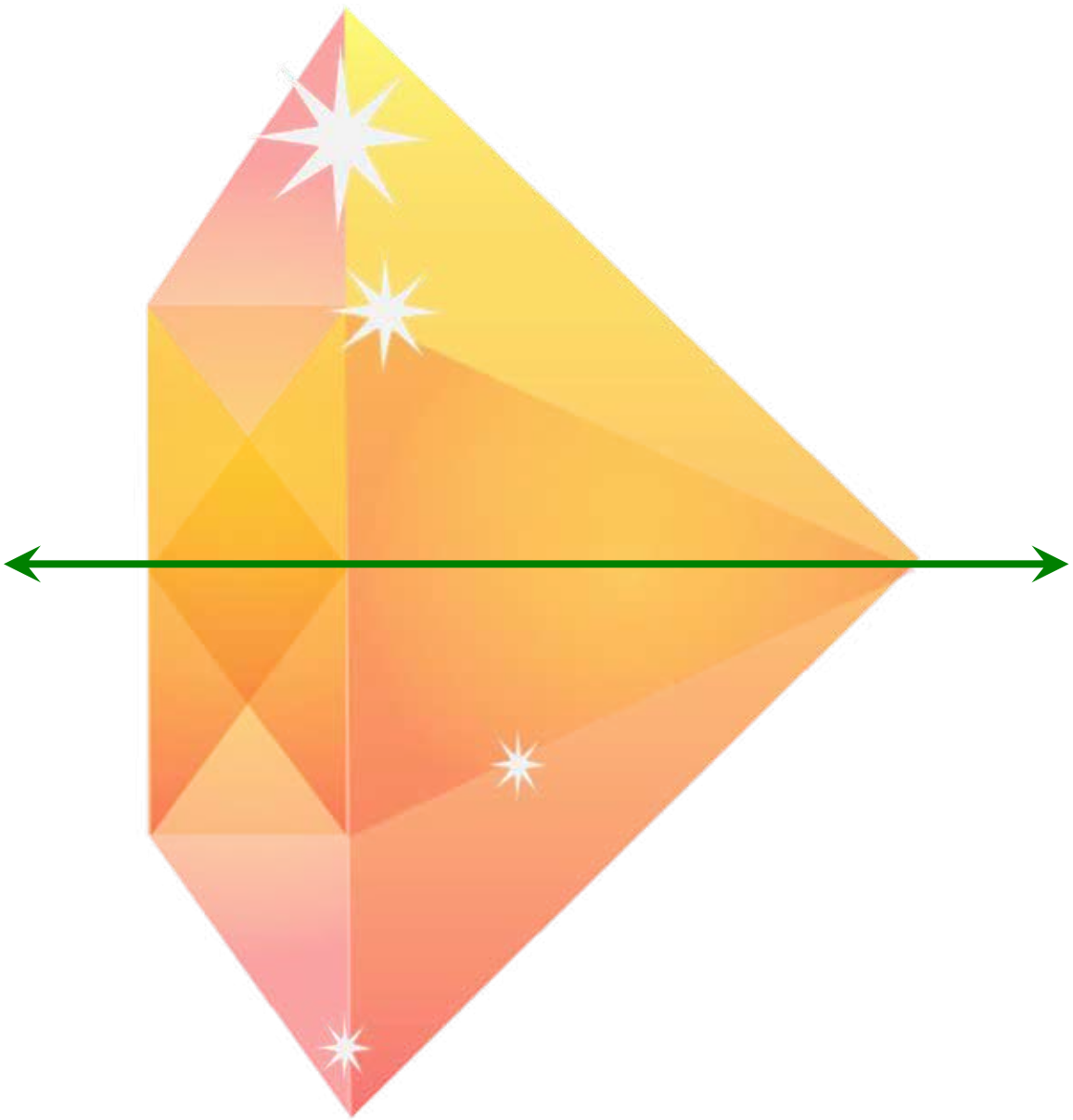
บัตรภาพการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1



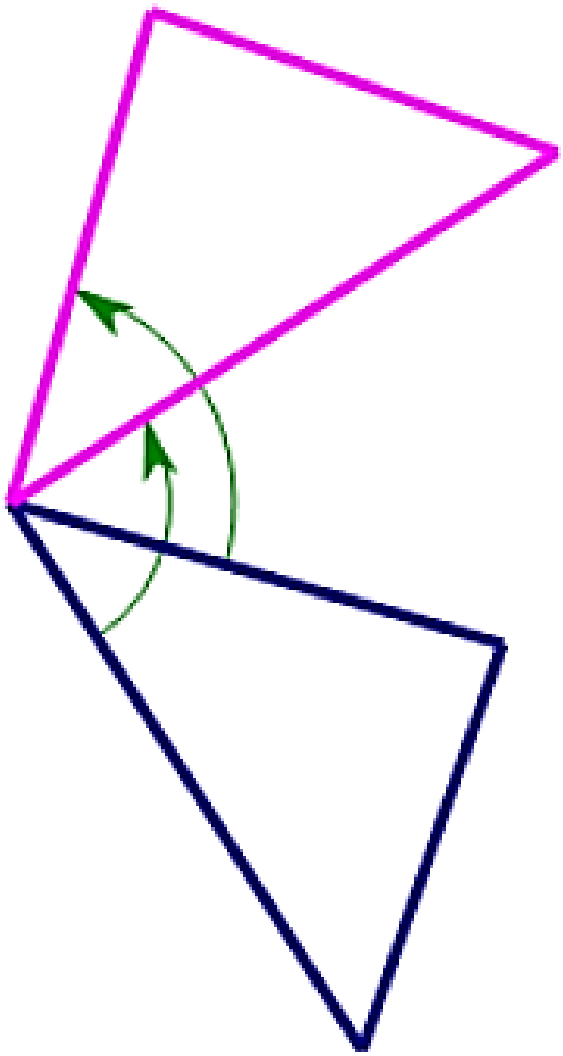
บัตรภาพเพชร

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1



บัตรภาพการหมุนรูปสามเหลี่ยม

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

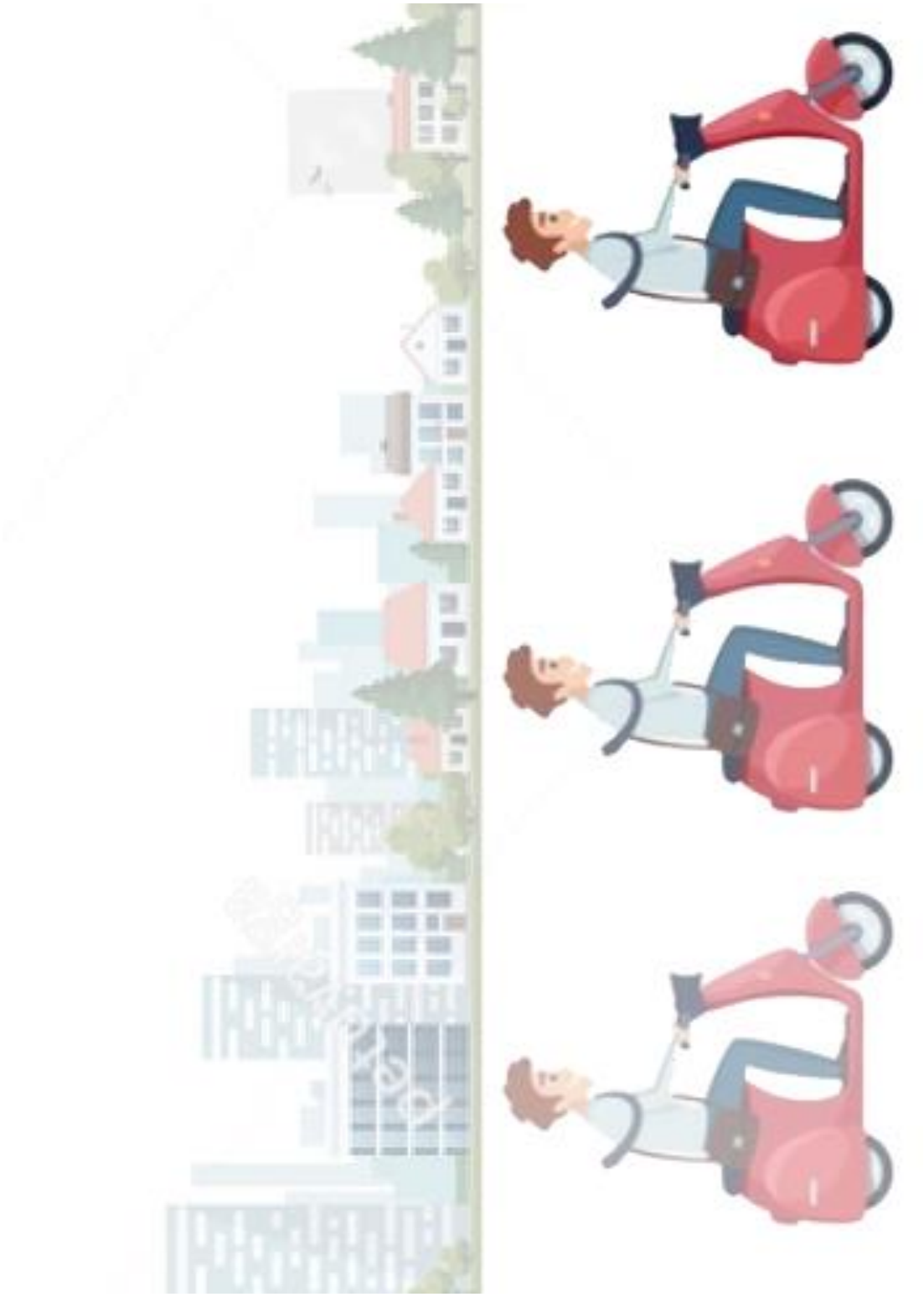


บัตรภาพกังหัน

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

บัตรภาพการเคลื่อนที่ของรถจักรยานยนต์

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 2

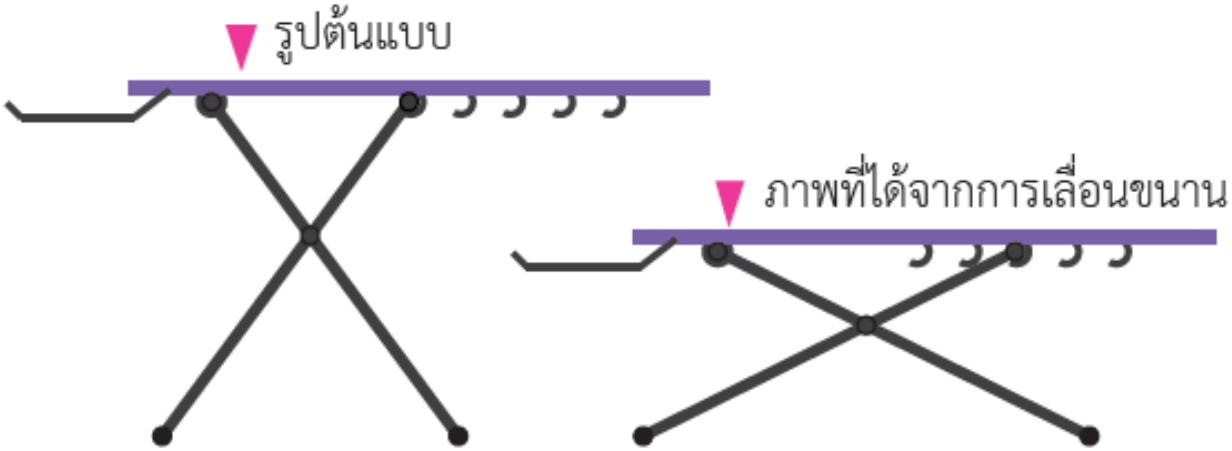


กระดาษกริด (กิจกรรมสำรวจการเลื่อนขนาน)

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 2

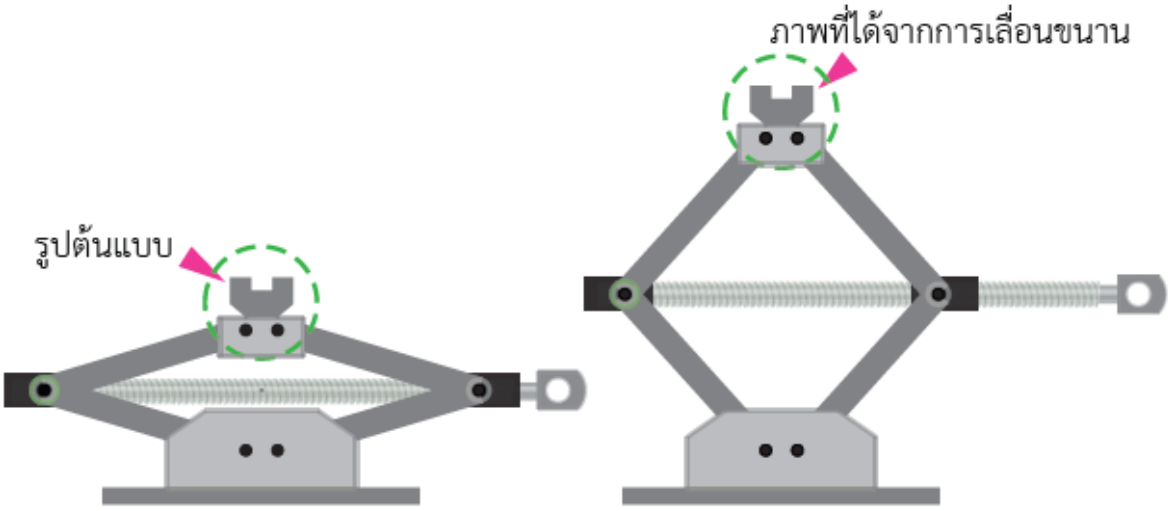
บัตรภาพโต๊ะรองรีดผ้า

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5



บัตรภาพแม่แรง

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5

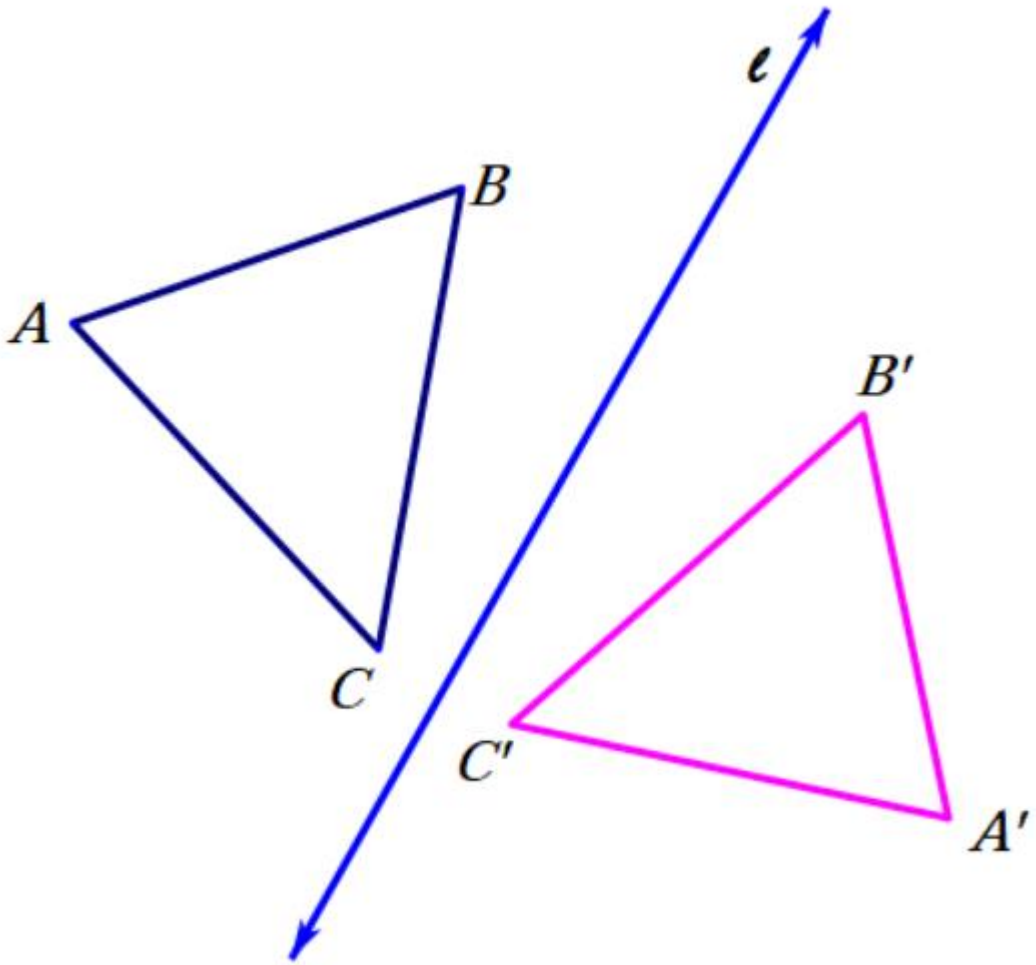


บัตรภาพศิลปะสีน้ำ

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 6

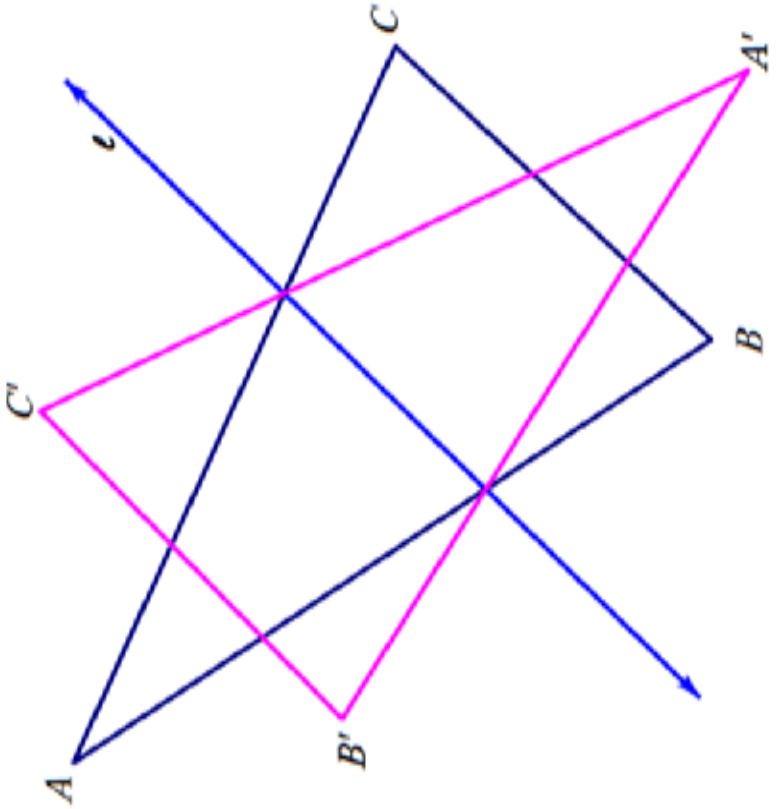
บัตรภาพการสะท้อนกรณีที่ 1

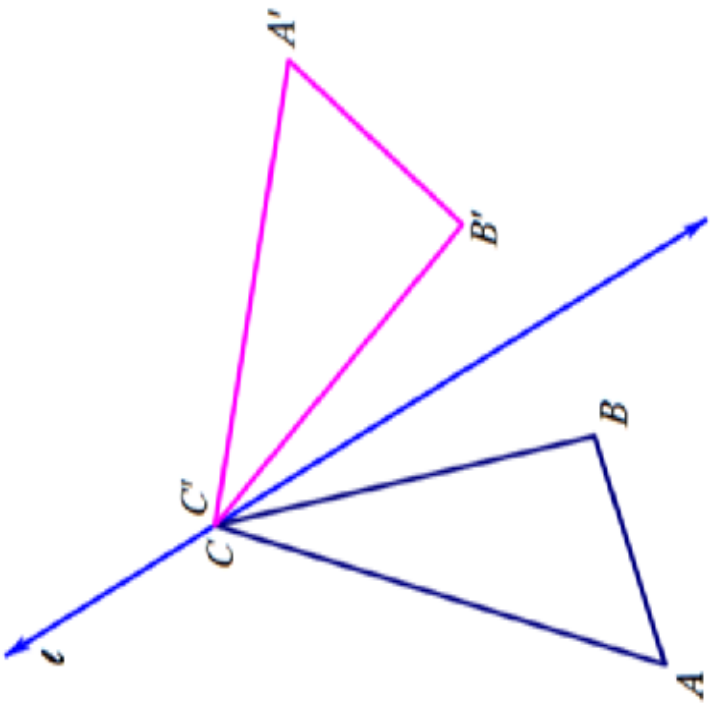
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 6



บัตรภาพการสะท้อนกรณีที่ 2

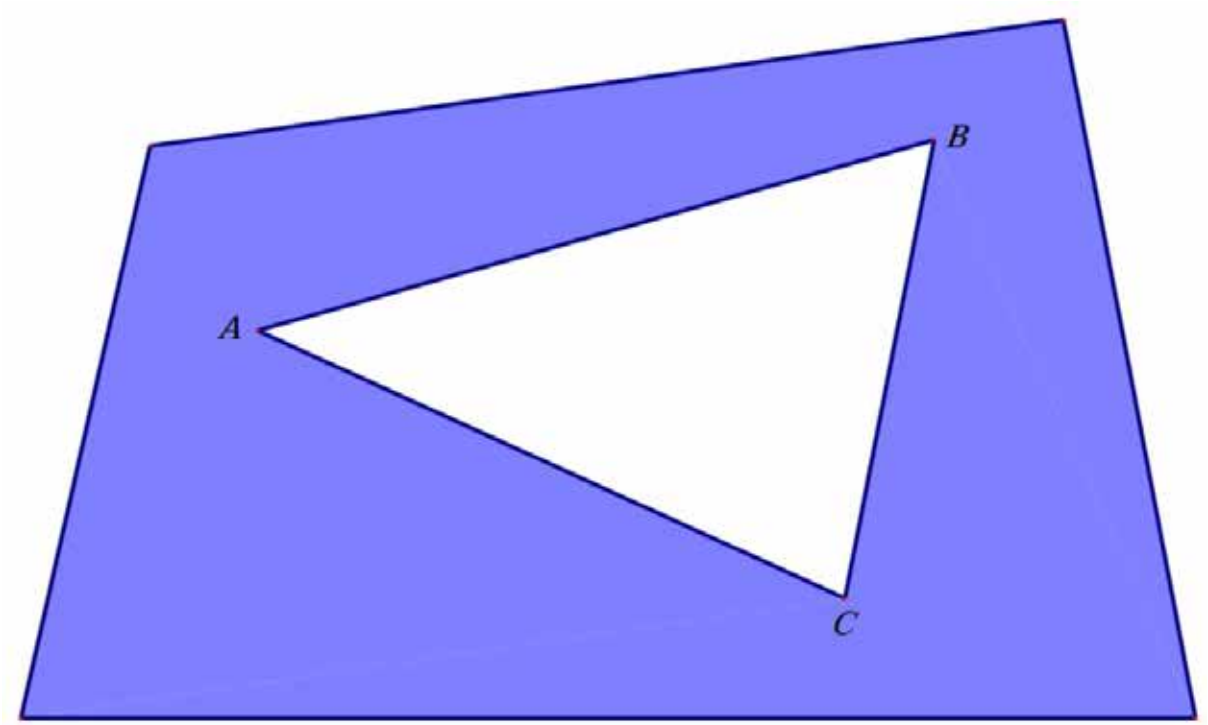
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 6





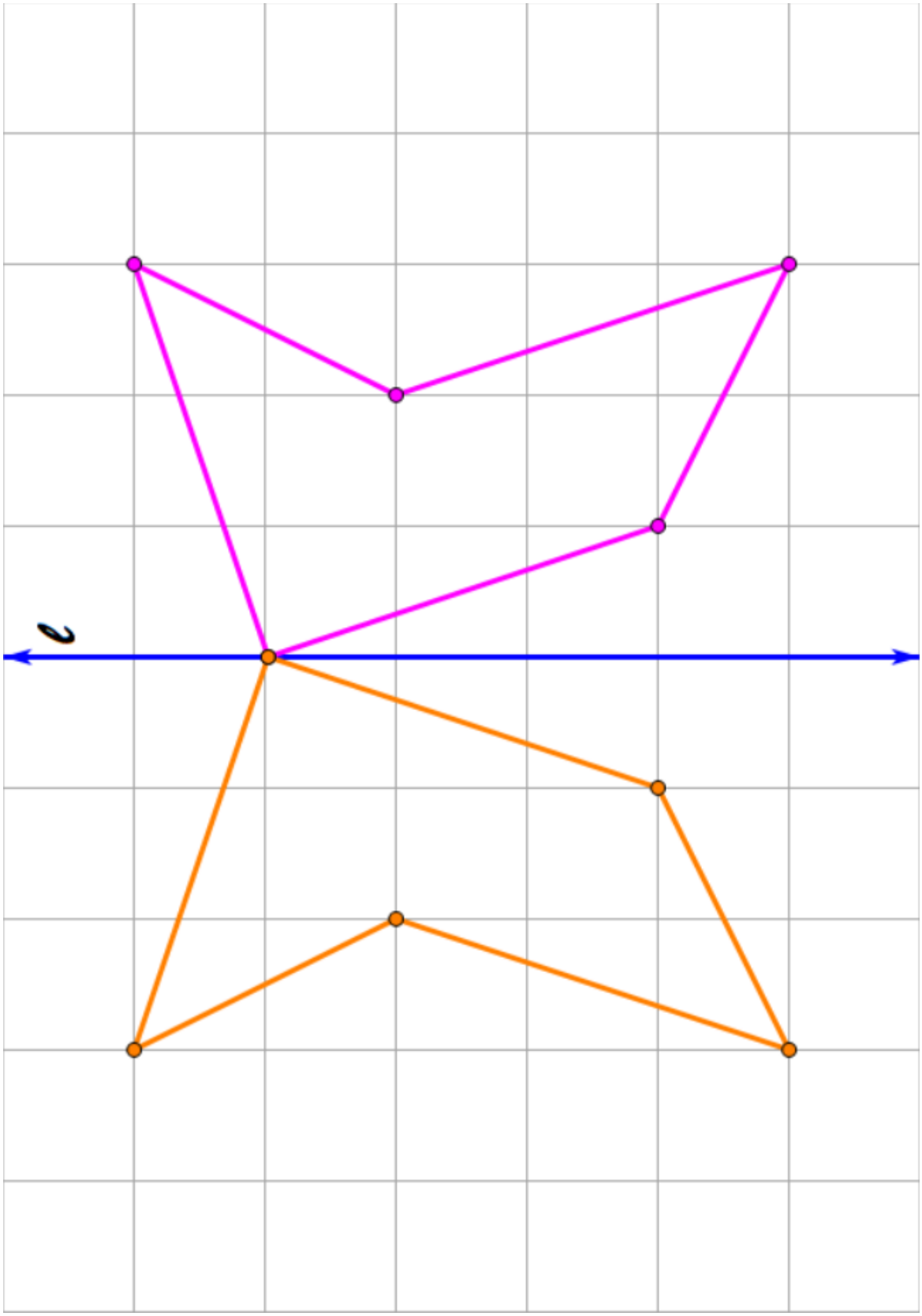
กระดาษรูปต้นแบบ (กิจกรรมสำรวจการสะท้อน)

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 6



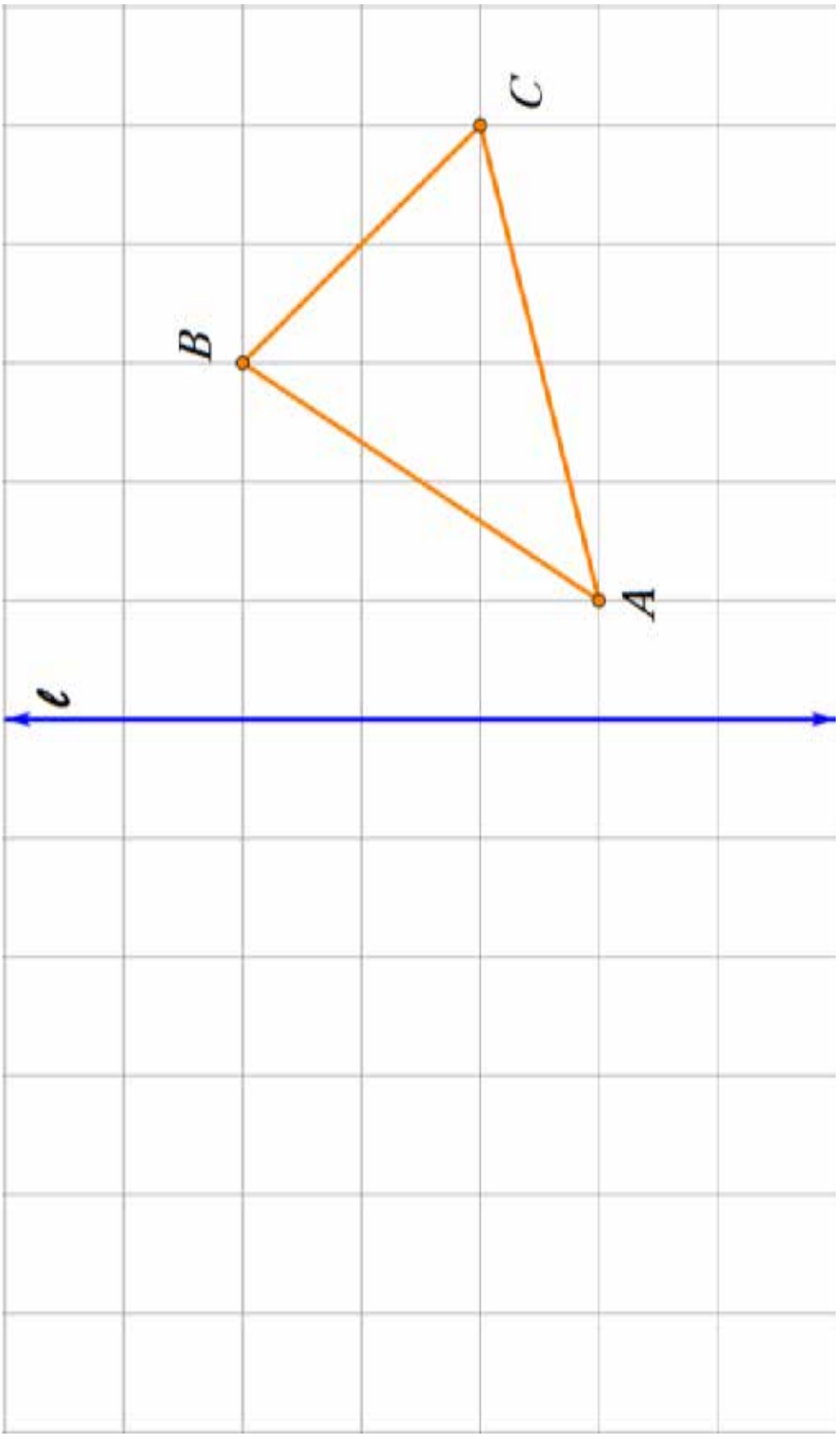
บัตรภาพการสะท้อนรูปหลายเหลี่ยม

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 7



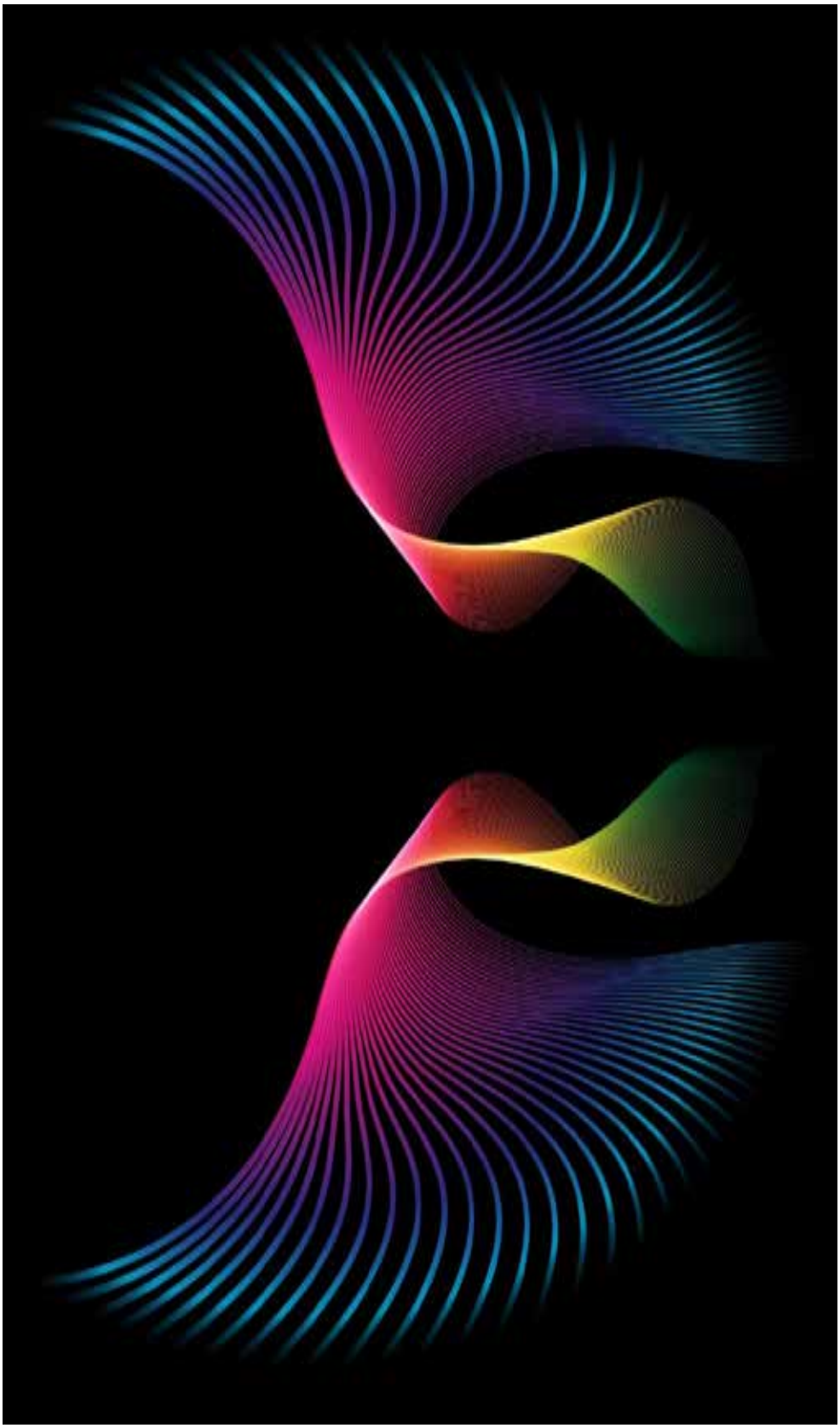
บัตรภาพการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม ABC

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 8



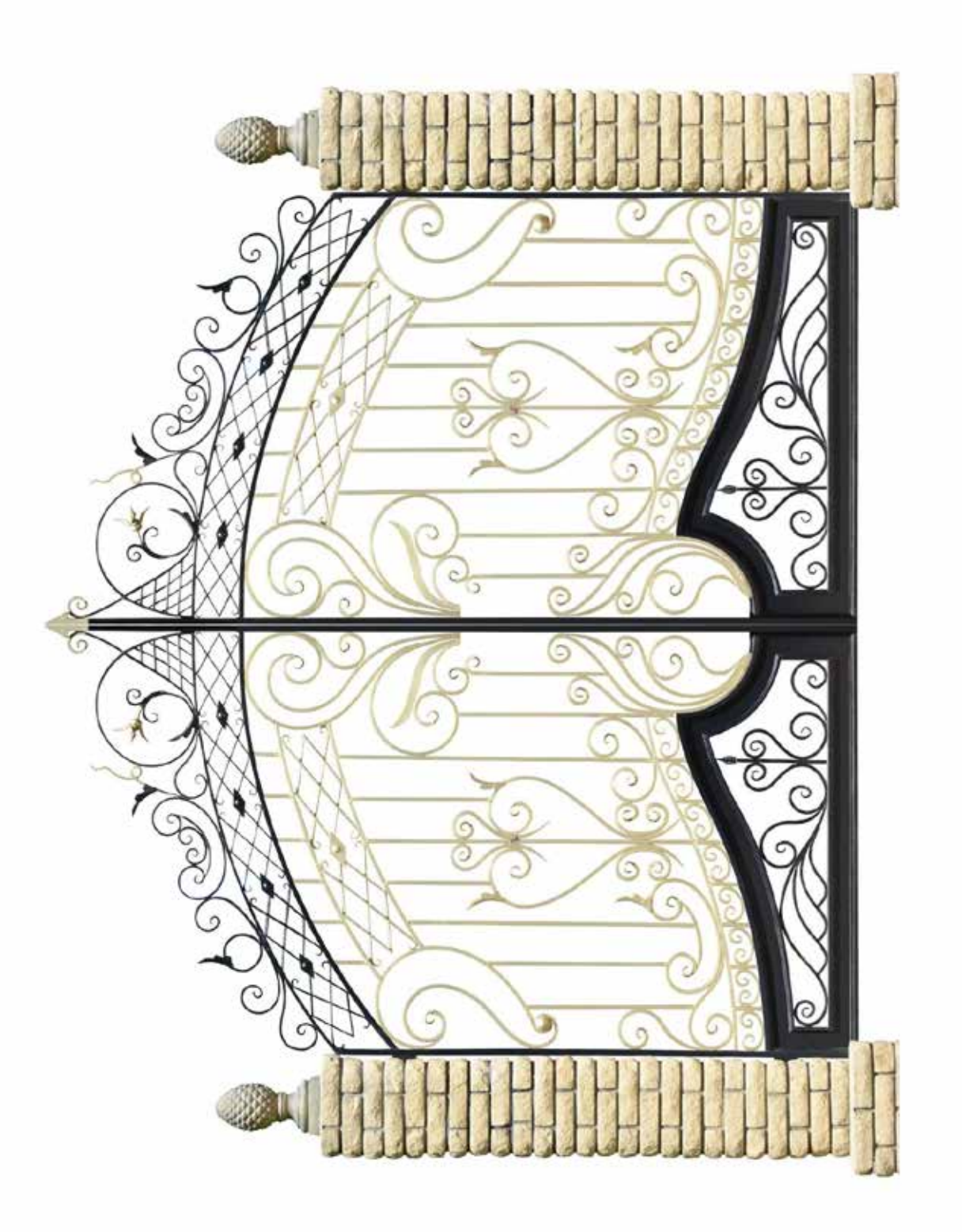
บัตรภาพศิลปะ

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 9



บัตรภาพลวดลายประตู

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 9



บัตรภาพกล้องดูแห่

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 9

บัตรภาพรถพยาบาล 1

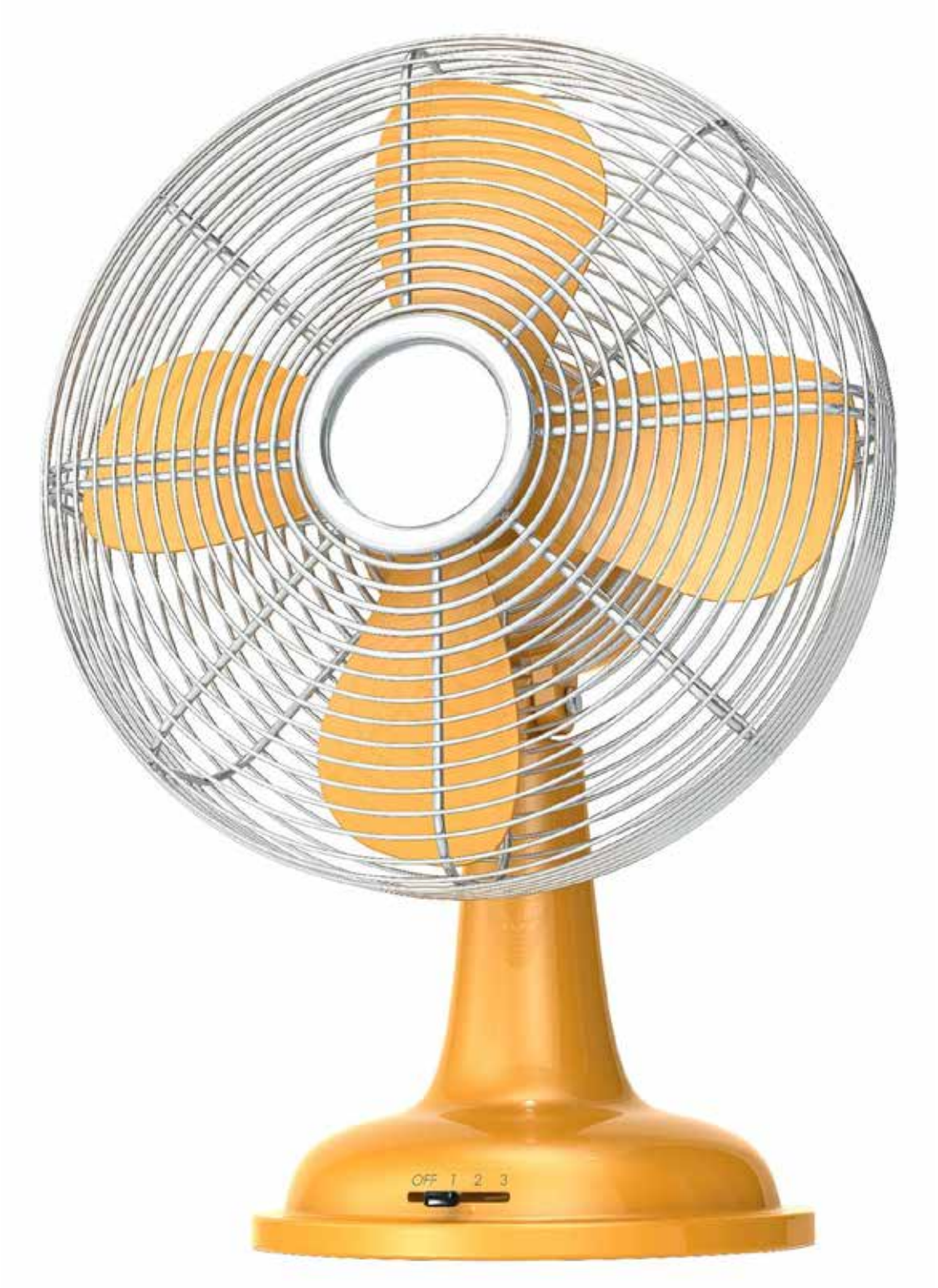
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 9

บัตรภาพรถพยาบาล 2

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 9

บัตรภาพพัดลม

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10



บัตรภาพม้าหมุน

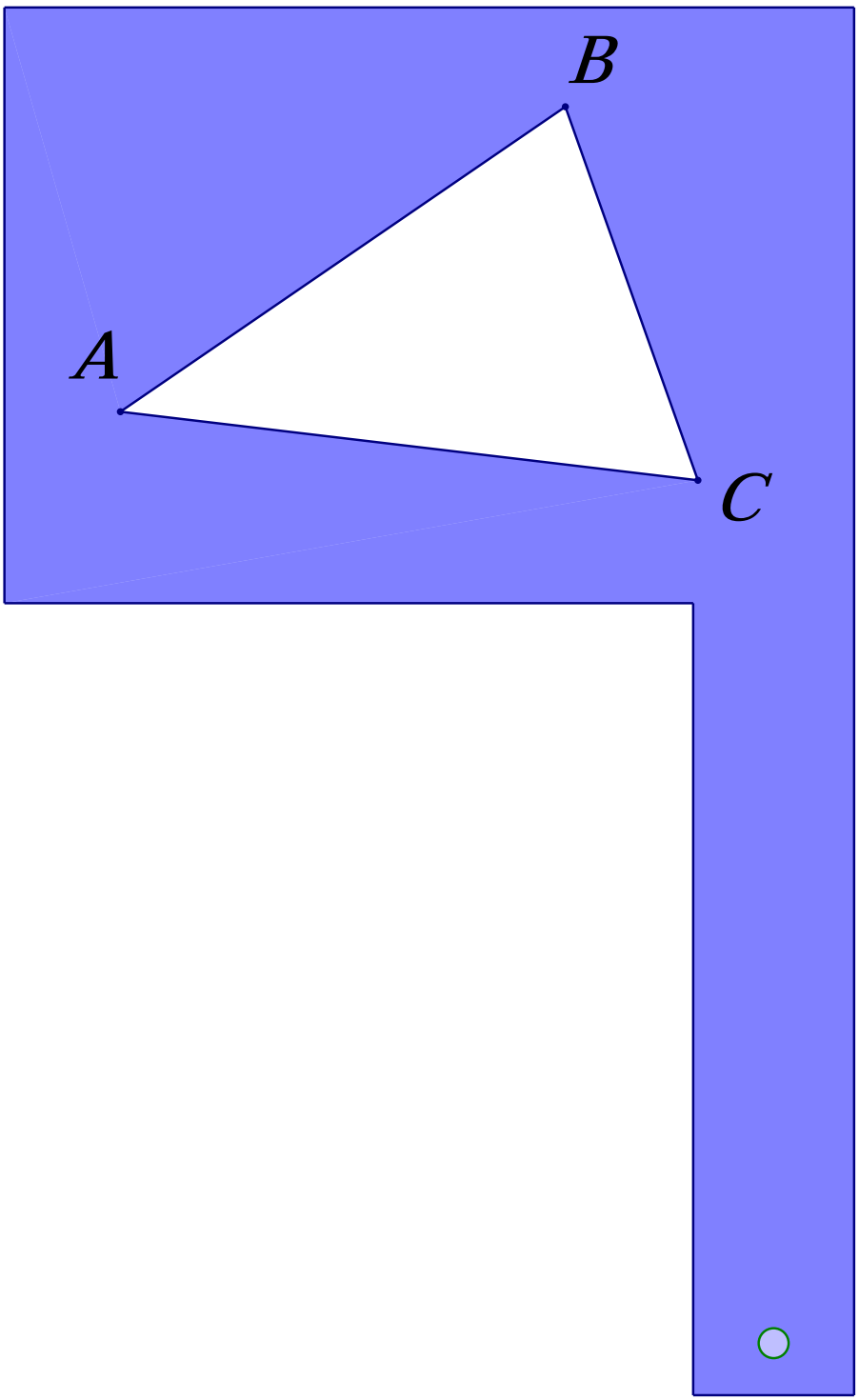
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10

บัตรภาพชิงช้าสวรรค์

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10

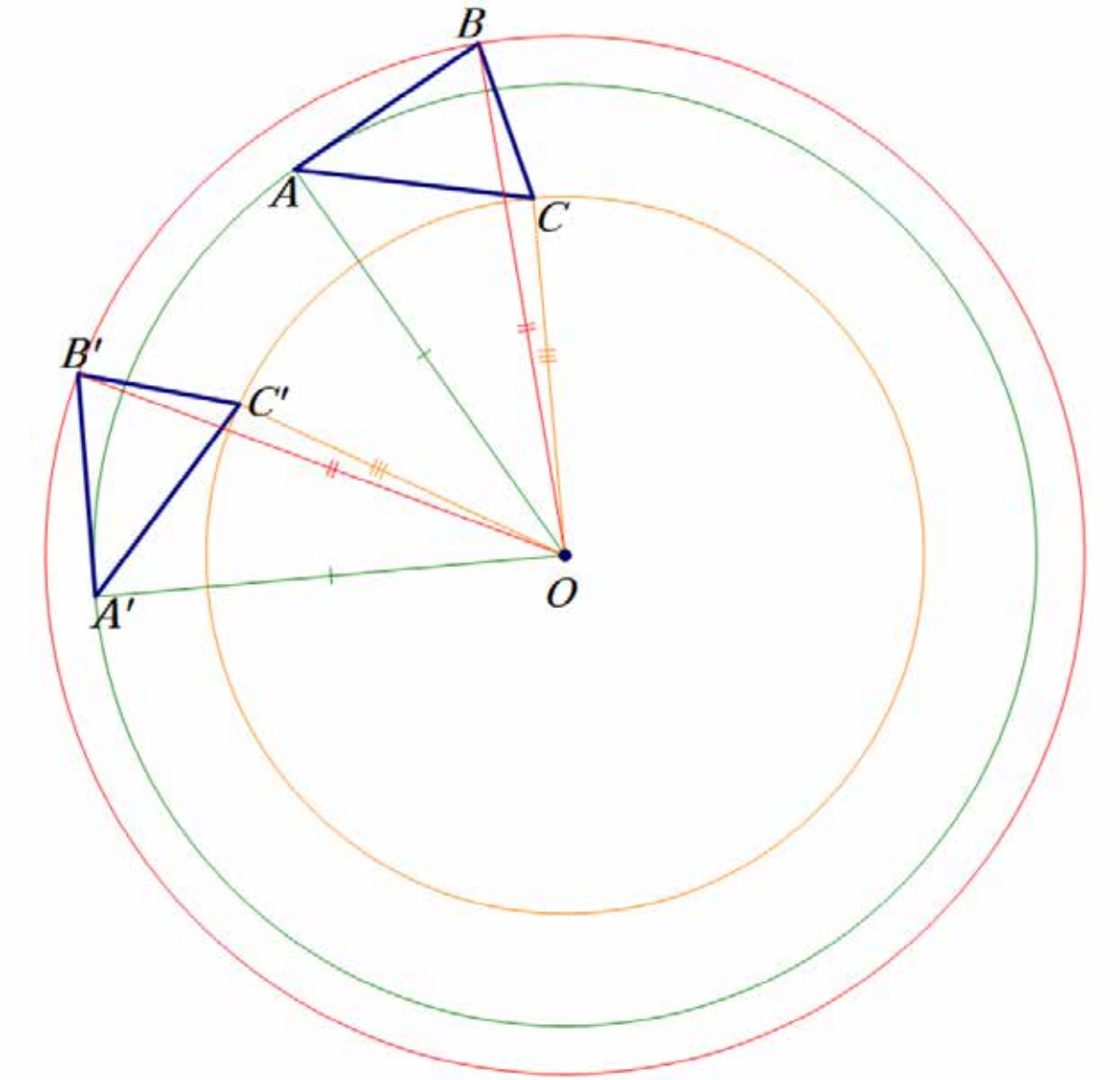
กระดาษรูปต้นแบบ (กิจกรรมสำรวจการหมุน)

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10



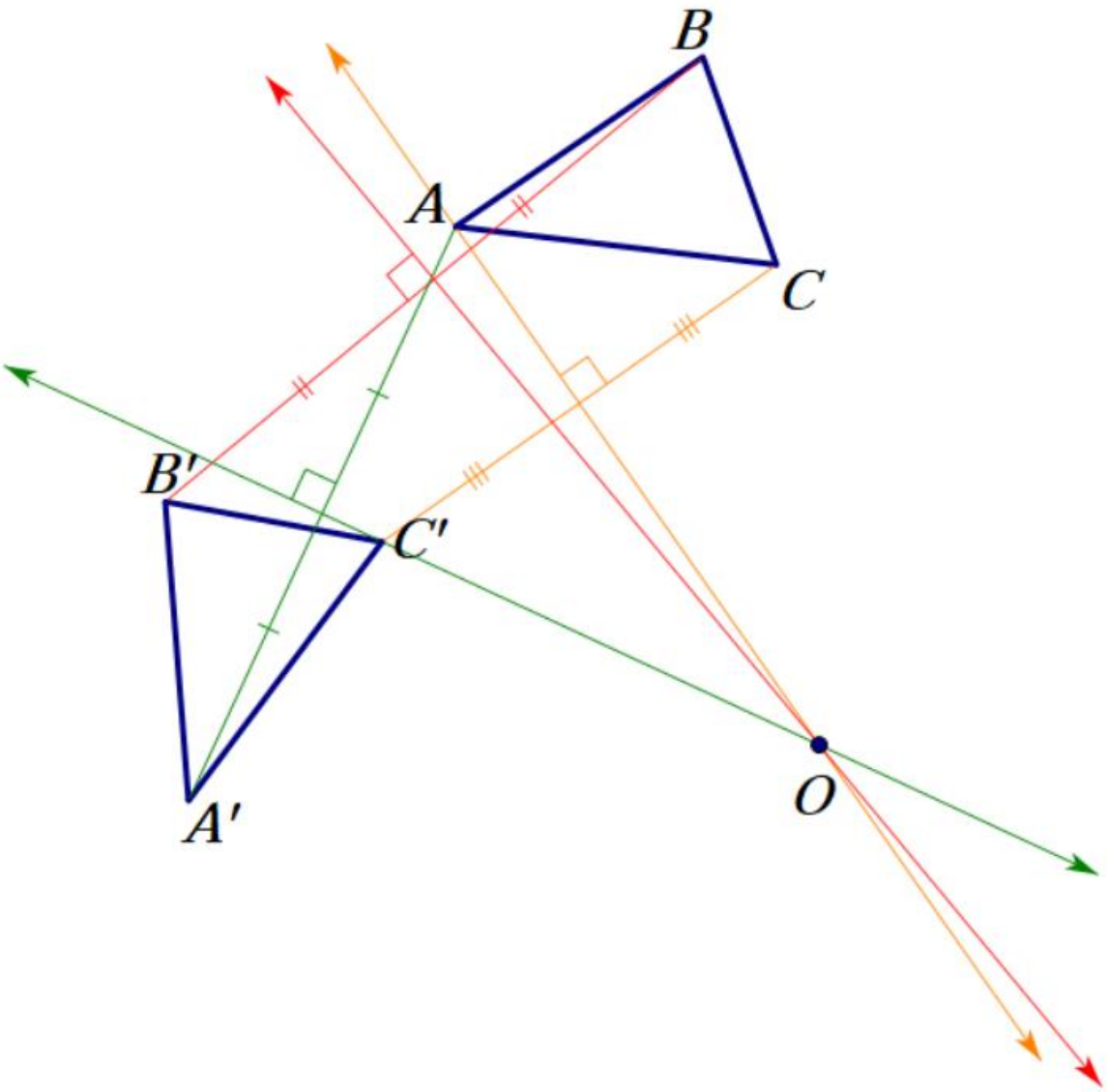
บัตรภาพสมบัติของการหมุน ข้อที่ 2

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10 และ 11



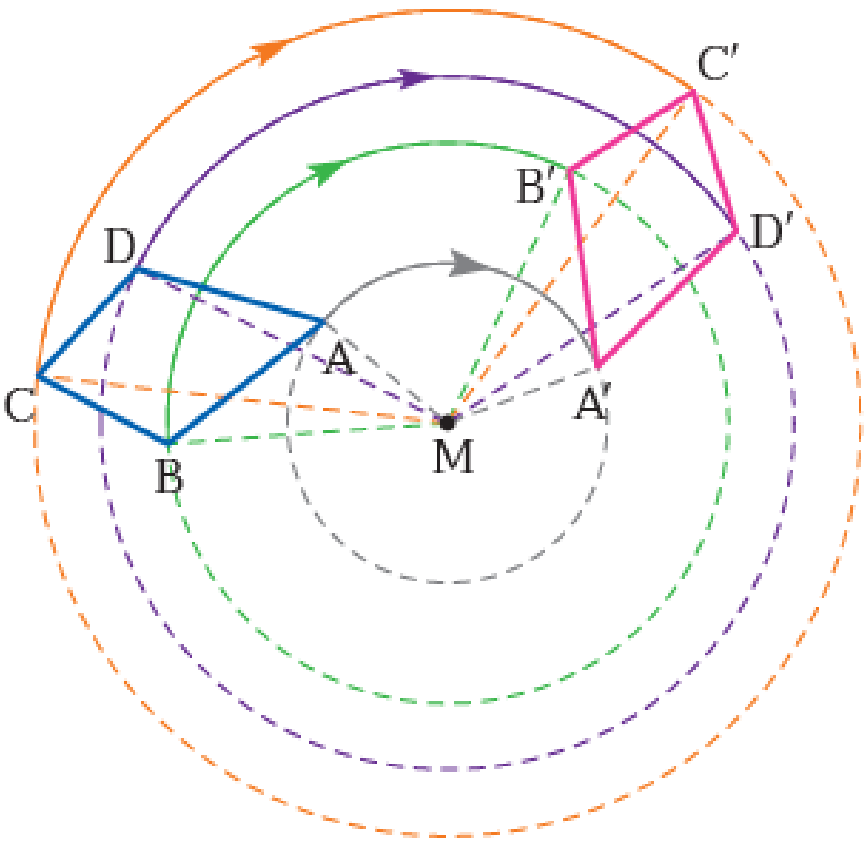
บัตรภาพสมบัติของการหมุน ข้อที่ 3

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10 และ 11



บัตรภาพการหมุนบนระนาบ

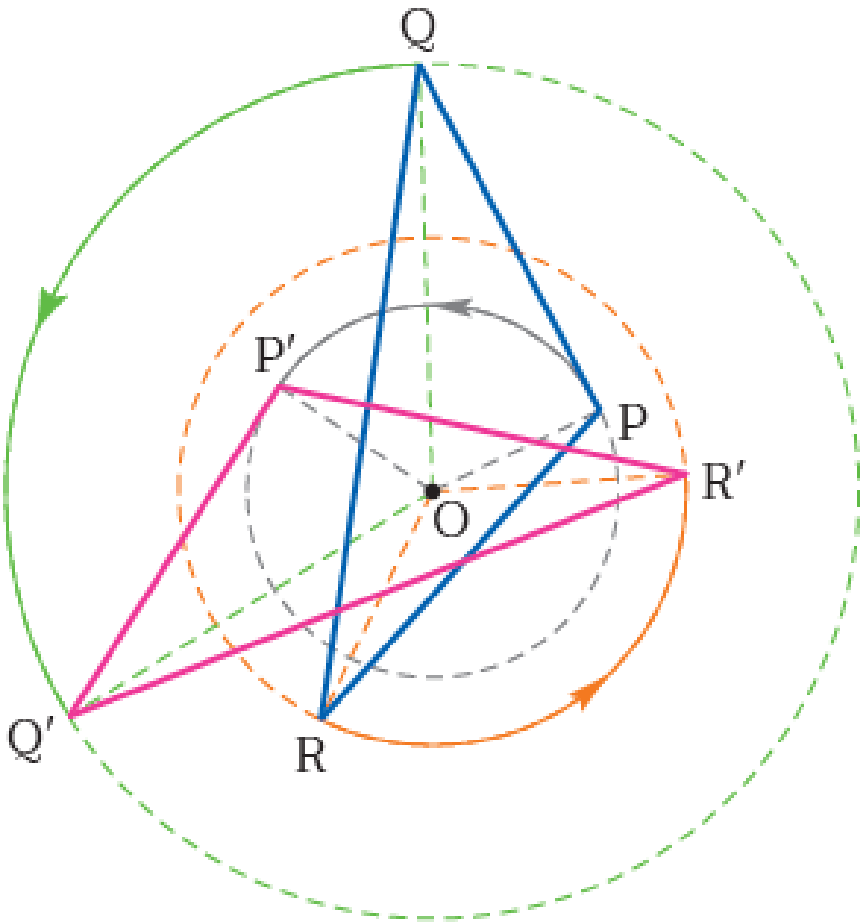
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10



จุดหมุน M อยู่ภายนอกรูปต้นแบบ

บัตรภาพการหมุนบนระนาบ

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 10



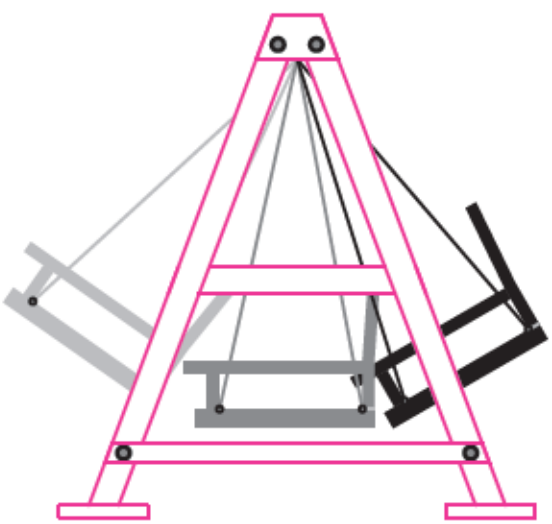
จุดหมุน O อยู่ภายในรูปต้นแบบ

บัตรภาพเครื่องตัดกระดาษ

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 12

บัตรภาพชิงช้า

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 12

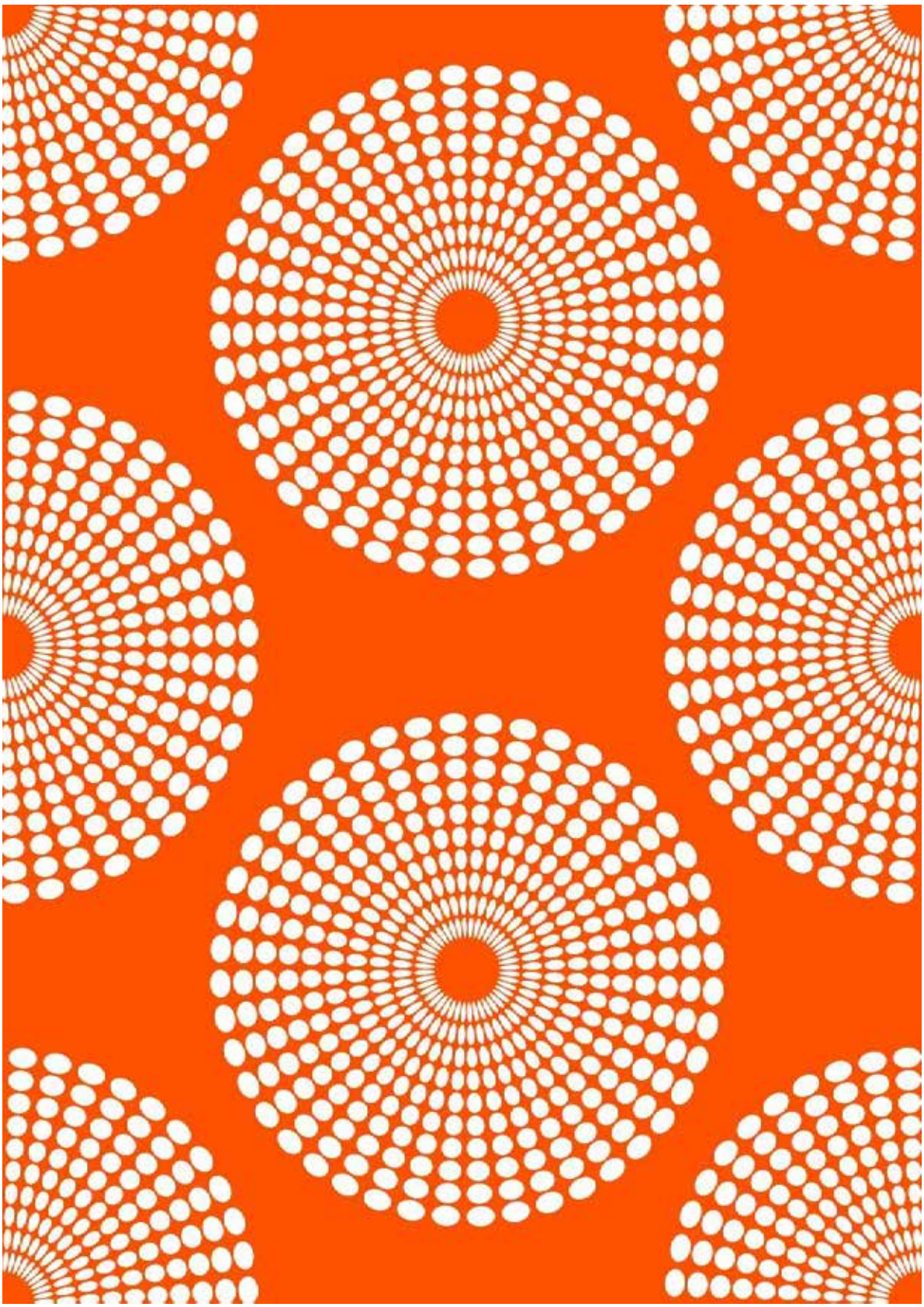


บัตรภาพล้อรถ

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 12

บัตรภาพลายผ้า

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 12

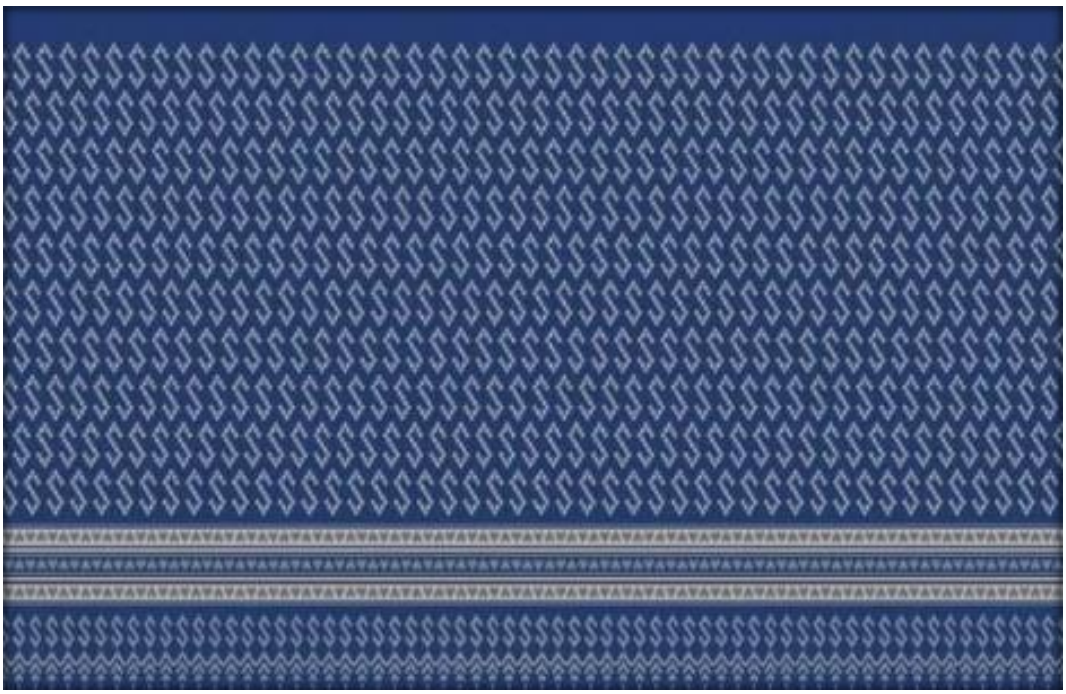


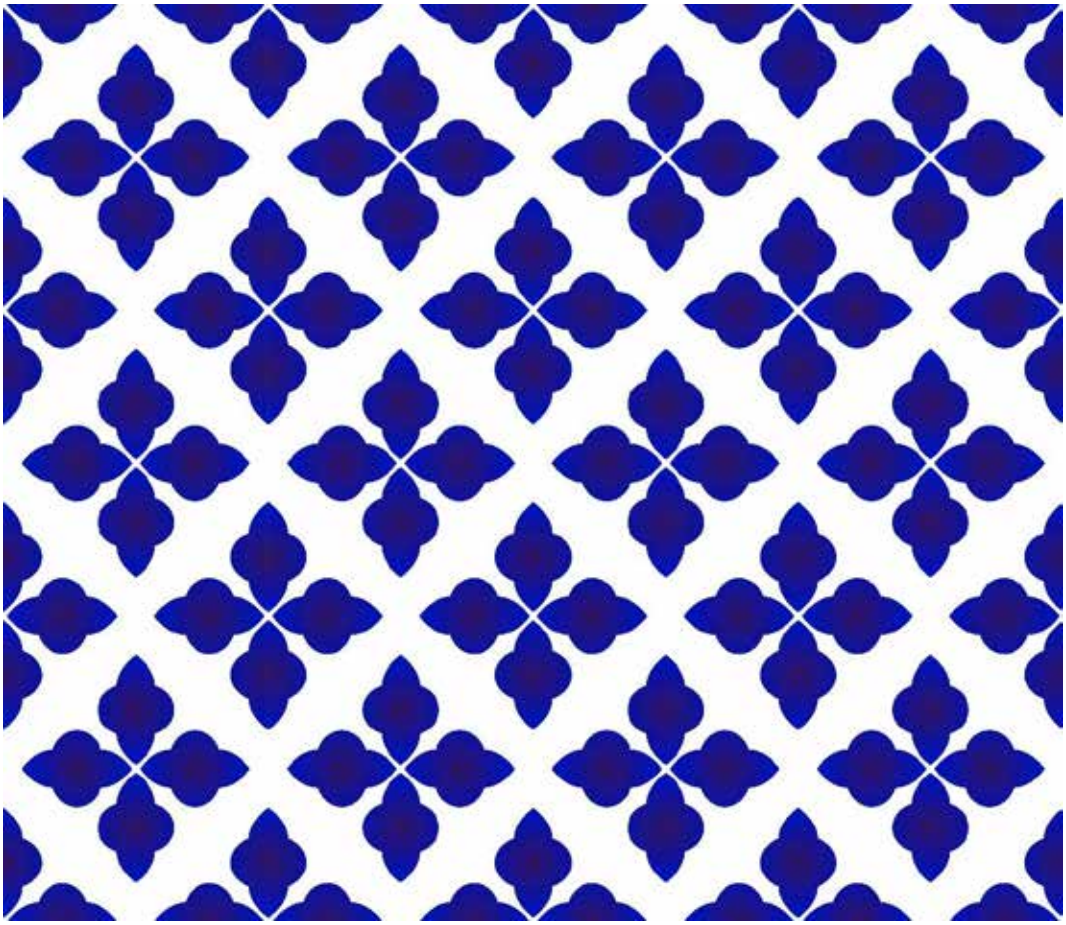
บัตรภาพผ้าไทย

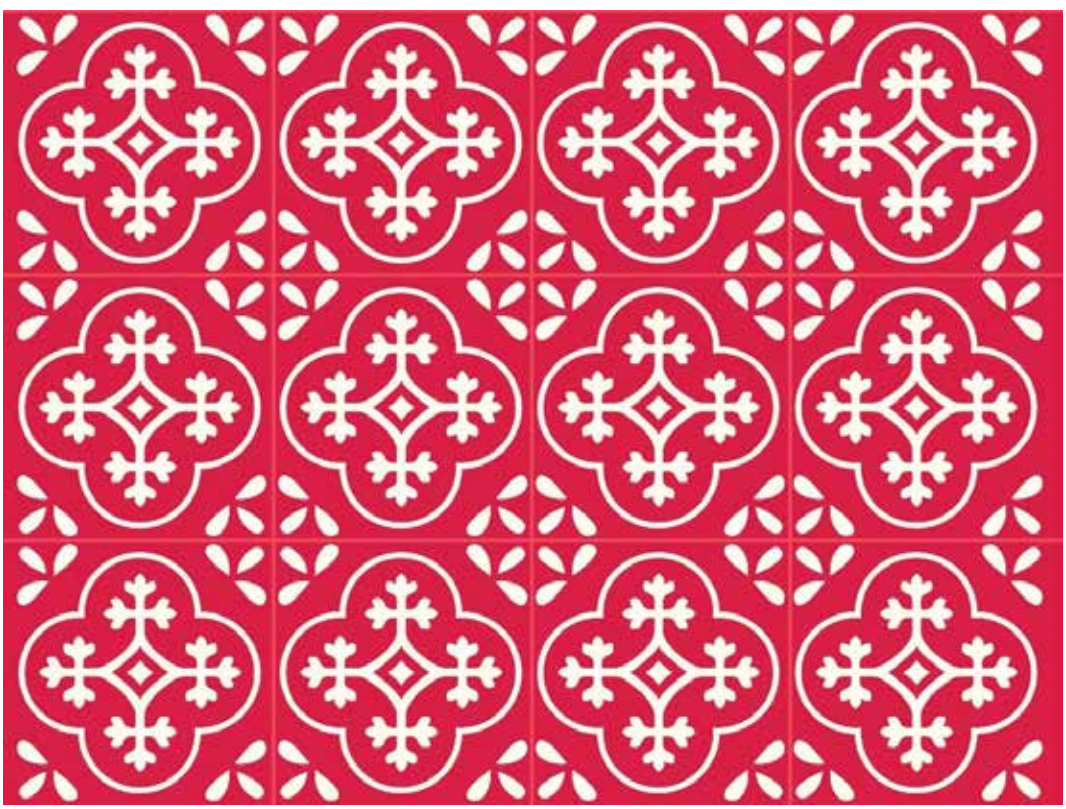
สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ชั่วโมงที่ 13

บัตรภาพลายผ้าตัวอย่าง

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ชั่วโมงที่ 13







บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2543). *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน* (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: นามมีบุ๊คส์พับลิเคชั่นส์.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2556). *พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน* (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: นามมีบุ๊คส์พับลิเคชั่นส์.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2558). *พจนานุกรมคำใหม่ เล่ม 1–2 ฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. กรุงเทพฯ: นามมีบุ๊คส์พับลิเคชั่นส์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. สืบค้นจาก www.scimath.org

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. สืบค้นจาก www.scimath.org

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2563). *สมรรถนะหลัก 5 ประการ*. เอกสารการประชุมปฏิบัติการพิจารณาและจัดทำตัวอย่างหน่วยการเรียนรู้ ภาคเรียนที่ 1 สื่อ 65 พรรษา ในวโรกาสที่สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดา ฯ สยามบรมราชกุมารี มีพระชนมายุ 65 พรรษา ณ โรงแรมแกรนด์ ทาวเวอร์ อินน์ กรุงเทพมหานคร 20 กรกฎาคม 2563. (เอกสารไม่ตีพิมพ์เผยแพร่)

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (2559). *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา* (พิมพ์ครั้งที่ 11). กรุงเทพฯ: สหมิตรพริ้นติ้งแอนด์พับลิสชิ่ง.

คณะผู้จัดทำ

ที่ปรึกษาสำนักงานโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดา ฯ สยามบรมราชกุมารี

คุณหญิงกษมา วรวรรณ ณ อยุธยา	ที่ปรึกษาโครงการส่วนพระองค์สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี
นายสมเกียรติ ชอบผล	ประจำสำนักพระราชวังพิเศษ ระดับ ๑๐
นางมัณฑนา ศังขะกฤษณ์	ข้าราชการบำนาญ

ที่ปรึกษา

นายอัมพร พินะสา	เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายกวินทร์เกียรติ นนธ์พละ	รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นายสุชาติ วงศ์สุวรรณ	ข้าราชการบำนาญ
นายชัยพฤกษ์ เสรีรักษ์	ผู้ทรงคุณวุฒิ สำนักนโยบายและแผนการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
รองศาสตราจารย์ทิศนา แขมมณี	ราชบัณฑิต
นางเบญจลักษณ์ น้ำฟ้า	ที่ปรึกษาพิเศษ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
นางวัฒนาพร ระงับทุกข์	ที่ปรึกษาพิเศษ ศูนย์บริหารงานการพัฒนาศักยภาพบุคคลเพื่อความเป็นเลิศ
ศาตราจารย์ชูกิจ ลิมปิจำนงค์	ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางศรินธร วิทยะสิรินันท์	ผู้อำนวยการโรงเรียนนานาชาติ เซนต์ แอนดรูว์ส กรุงเทพ
นางสาวรัตนา แสงบัวเผื่อน	ผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

ที่ปรึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันติ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวสุพรรณี ชาญประเสริฐ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายศรเทพ วรรณรัตน์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะผู้จัดทำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

๑.	นายถนอมเกียรติ งานสกุล	ข้าราชการบำนาญ
๒.	นางชนิสรา เมธภัทรหิรัญ	อาจารย์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต
๓.	นางสาววัฒนิตา นำแสงวานิช	อาจารย์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
๔.	นายรัฐพล กัลพล	อาจารย์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
๕.	นายจักรพงษ์ ผิวนวล	อาจารย์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
๖.	นางสาวดนิตา ชื่นอารมณ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๗.	นางสาววรนารถ อยู่สุข	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๘.	นางสาวจันทร์นภา อุตตะมะ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๙.	นางสาวศศิวรรณ เมลืองนนท์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๑๐.	นางสาวสิริวรรณ จันทร์กูล	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๑๑.	นายจิระเมศร์ รุจิกรหิรัณย์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๑๒.	นางสาวเสาวลักษณ์ สุวรรณชัยรบ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๑๓.	นางสาวใบอ้อ สามะกิจ	ครู โรงเรียนดาราสมุทร ศรีราชา สำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน
๑๔.	นางสาวสุวรัตน์ ทองพันชั่ง	ครู โรงเรียนปัญญาวรคุณ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต ๑
๑๕.	นางสาวอภิรดา ทั่นเส้ง	ครู โรงเรียนวิสุทธรังษี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาญจนบุรี
๑๖.	นางอรทัย ย่อมสระน้อย	ครู โรงเรียนร่องคำ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์
๑๗.	นางสาวแพรไหม สามารถ	ครู โรงเรียนอนุกูลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากาฬสินธุ์
๑๘.	นายนาคิน สัจจะเขตต์	ครู โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาขอนแก่น
๑๙.	นายพจนวัฒน์ จารย์พรมมา	ครู โรงเรียนชลบุรี “สุขบท” สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาชลบุรี ระยอง

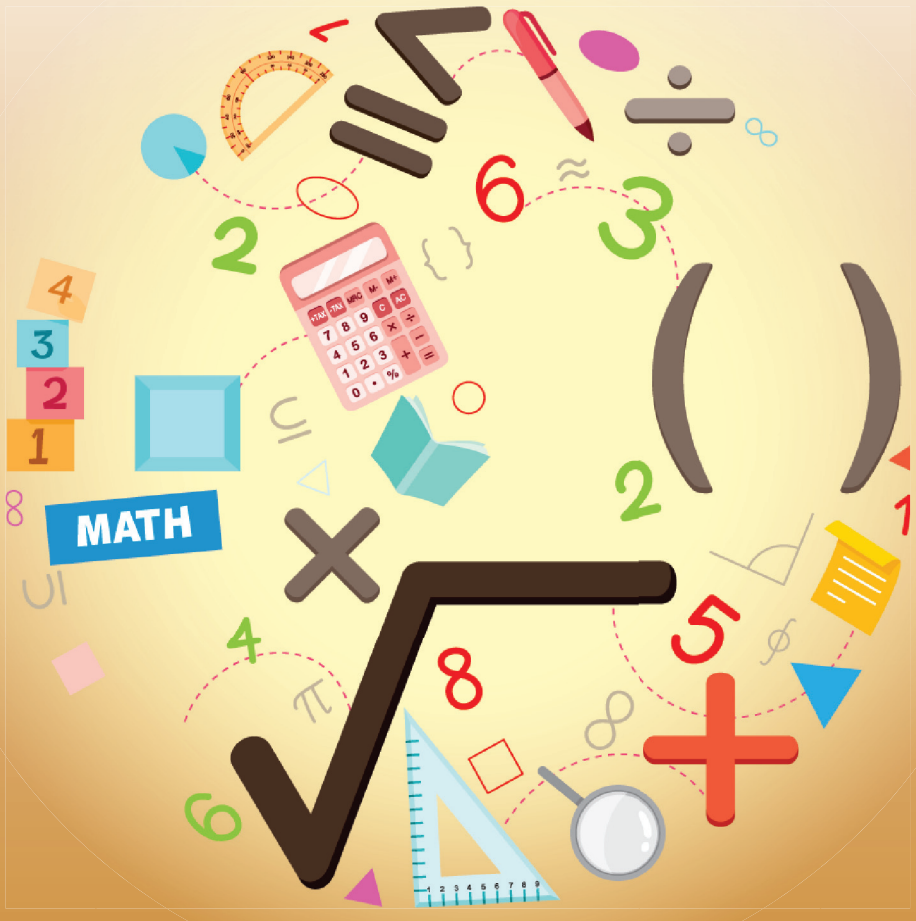
๒๐.	นางปาจรีย์ ชัยเพชร	ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ตรัง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาตรัง กระบี่
๒๑.	นางเสาวรัตน์ รามแก้ว	ครู โรงเรียนทุ่งสง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครศรีธรรมราช
๒๒.	นางสาวรมิดา จันฟุ่น	ครู โรงเรียนทุ่งช้าง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาน่าน
๒๓.	นางจริยา จันทร์เรือง	ครู โรงเรียนประจวบวิทยาลัย สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาประจวบคีรีขันธ์
๒๔.	นางสาวเกศินี เพ็ชรรุ่ง	ครู โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาปราจีนบุรี นครนายก
๒๕.	นายภานุวัฒน์ เกียรตินฤมล	ครู โรงเรียนบรบือ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามหาสารคาม
๒๖.	นางสาวอัจฉรา วันฤกษ์	ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย มุกดาหาร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามุกดาหาร
๒๗.	นายศราวุฒิ คล่องดี	ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย มุกดาหาร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามุกดาหาร
๒๘.	นางสาวพรปวีณ์ ตาลจรุง	ครู โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย มุกดาหาร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษามุกดาหาร
๒๙.	นายวีรยุทธ สร้อยเพชร	ครู โรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ ในพระบรมราชานุเคราะห์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๐.	นายสุทธิรักษ์ สุขศิริสวัสดิกุล	ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๑.	นางสาวยศศิกา อ่อนจร	ครู โรงเรียนวัดทรงธรรม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๒.	นางมานิตา เจริญองอาจ	ครู โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสมุทรปราการ
๓๓.	นางสาวธิดารัตน์ นิ่มนุช	ครู โรงเรียนศรีประจันต์ “เมธีประมุข” สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี
๓๔.	นางสาวขวัญหทัย พิกุลทอง	ครู โรงเรียนสวนแตงวิทยา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุพรรณบุรี

๓๕.	นายภานุพงษ์ วิยะบุญ	ครู โรงเรียนกุมภวาปี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี
๓๖.	นายธนกร ขันตรีสกุล	ครู โรงเรียนอุดรพิทยานุกูล สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาอุดรธานี

คณะบรรณาธิการ

๑.	รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง	ข้าราชการบำนาญ
๒.	ผู้ช่วยศาตราจารย์ลัดดาวัลย์ เพ็ญสุภา	ข้าราชการบำนาญ
๓.	ผู้ช่วยศาสตราจารย์มาลินท์ อิทธิรส	ข้าราชการบำนาญ
๔.	นางสุวรรณา คล้ายกระแส	ข้าราชการบำนาญ
๕.	นายถนอมเกียรติ งานสกุล	ข้าราชการบำนาญ
๖.	นางสาวจำเริญ เจียวหวาน	ข้าราชการบำนาญ
๗.	นายดนัย ยังคง	นักวิชาการอิสระ
๘.	นายสมนึก บุญพาไสว	นักวิชาการอิสระ
๙.	ผู้ช่วยศาสตราจารย์จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ	อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
๑๐.	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรจน์ น่วมนุ่ม	อาจารย์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
๑๑.	ศาสตราจารย์วิเชียร เลาหโกศล	อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
๑๒.	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์	อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
๑๓.	ผู้ช่วยศาสตราจารย์วันดี เกษมสุขพิพัฒน์	อาจารย์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
๑๔.	รองศาสตราจารย์เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร	อาจารย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๕.	นางนงนุช ผลทวี	ครู โรงเรียนทับปุดวิทยา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพังงา ภูเก็ต ระนอง
๑๖.	นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันติ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๑๗.	นางสาวอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๑๘.	ว่าที่ร้อยเอกภณัฐ ก้วยเจริญพานิชก์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
๑๙.	นางสาววรนารถ อยู่สุข	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ผู้รับผิดชอบโครงการ

นางผาณิต ทวีศักดิ์	รองผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวพรทิพย์ ดินดี	ข้าราชการบำนาญ
นางสาวภัทรา ด่านวิวัฒน์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวอธิฐาน คงช่วยสถิตย์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นายอภิศักดิ์ สิทธิเวช	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวอัจฉราพร เทียงภักดิ์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาวปรมาพร เรืองเจริญ	พนักงานธุรการ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
นางสาววศินี เขียวเขิน	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา

โครงการจัดทำสื่อ ๖๕ พรรษา
เฉลิมพระเกียรติ สมเด็จพระกนิษฐาธิราชเจ้า
กรมสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดา ฯ สยามบรมราชกุมารี